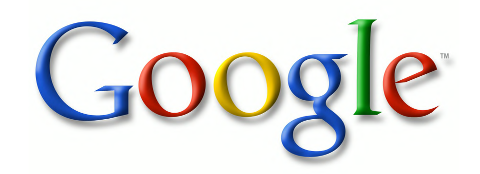
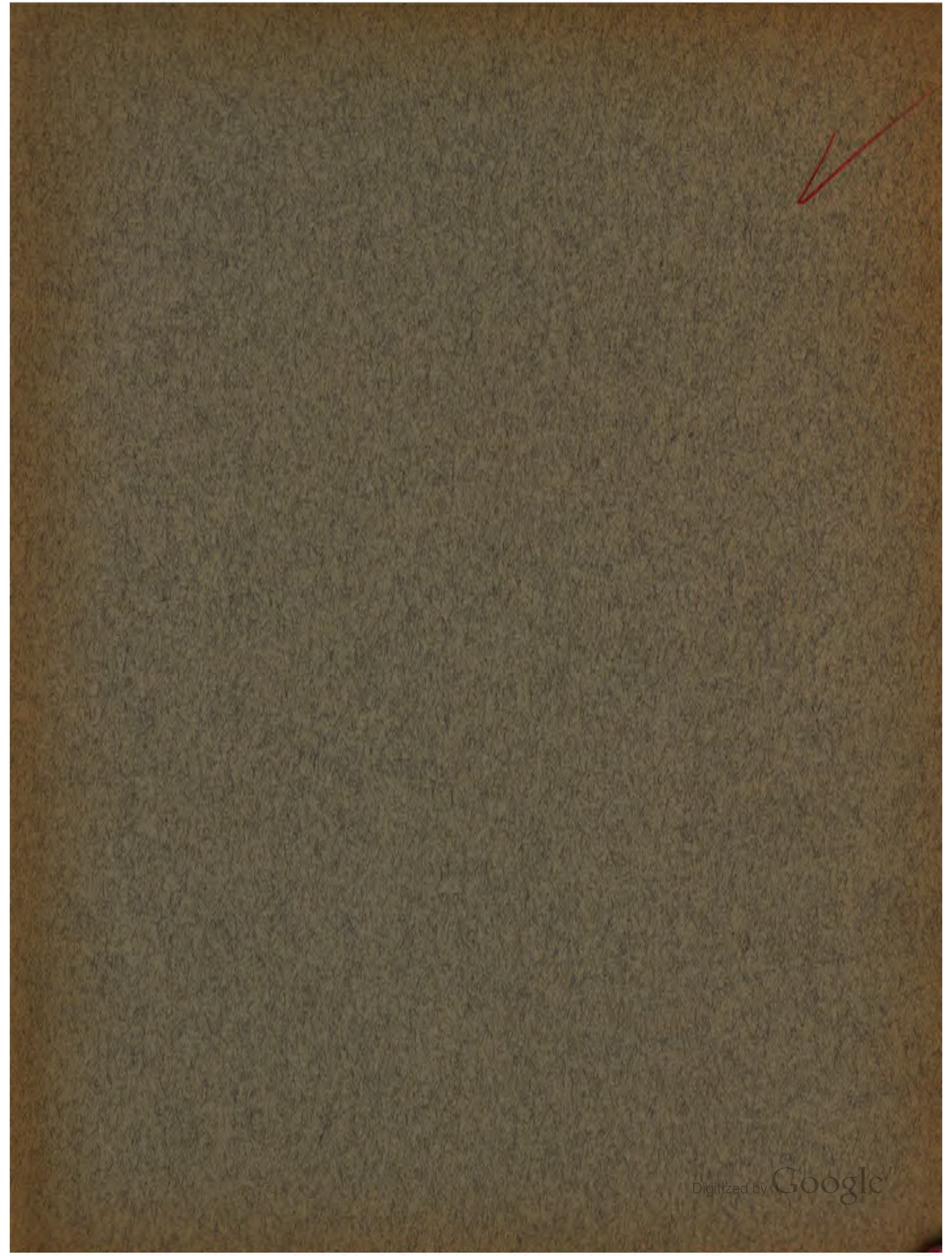




FRANCIS-TURBINEN

EIN LEHRBUCH FÜR SCHULE UND PRAXIS

von

R. HONOLD, und K. ALBRECHT,

Oberingenieur in Gotha

Ingenieur u. Lehrer am Technikum Mittweida.

Heft I:

Theorie der Wasserturbinen

unter besonderer Berücksichtigung der Francis-Turbine.

Mit 132 Textfiguren.

MITTWEIDA
POLYTECHNISCHE BUCHHANDLUNG
R. SCHULZE
1908.



VORWORT.

Nach jahrzehntelangem, fast völligem Stillstand hat der Bau von Wasserturbinen bei uns in Europa etwa seit Anfang der neunziger Jahre des vorigen Jahrhunderts Hand in Hand mit dem Aufschwung der Elektrotechnik eine fortwährende, fast beispiellose Entwicklung erfahren, so daß ein zeitweiliges Zurückbleiben der einschlägigen Fachliteratur hinter den Fortschritten von Wissenschaft und Technik nur natürlich war.

Eine ebenso natürliche Folge des allgemein empfundenen Mangels moderner Literatur war die rasche Aufeinanderfolge einer stattlichen Reihe sehr wertvoller Neuerscheinungen auf dem Gebiete des Wasserturbinenbaues in den letzten Jahren, so daß heute die Fachliteratur in der Hauptsache als dem derzeitigen Stande des Wasserturbinenbaues entsprechend bezeichnet werden darf.

Trotzdem will es den Verfassern der vorliegenden Arbeit scheinen, als ob insbesondere die zum eigentlichen Kern der Sache gehörenden, unter sich innig zusammenhängenden Sondergebiete Turbinentheorie und Schaufelschnitte teilweise eine den Bedürfnissen des praktischen Konstrukteurs noch mehr als seither angepaßte Bearbeitung und Ausgestaltung erfahren dürften. Sie glaubten daher, durch Herausgabe der vorliegenden, durchaus elementar gehaltenen „Theorie der Wasserturbinen unter besonderer Berücksichtigung der Francis-Turbine" und der in der Folge gesondert erscheinenden „Schaufelschnitte der Francis-Turbine" einen kleinen Beitrag zum weiteren Ausbau der Fachliteratur zu liefern.

Die vorliegende Turbinentheorie weicht in manchen Punkten vom Altgewohnten ab, es kommen öfters neue Wege und Methoden zur Benützung und werden den Fachgenossen zu wohlwollender Prüfung empfohlen. Insbesondere wird von graphischen Verfahren ausgiebiger Gebrauch gemacht, wodurch in erster Linie der innere Zusammenhang der maßgebenden Rechnungsgrößen klarer zu Tage tritt und das Ganze an Übersicht und Anschaulichkeit gewinnt; ferner erübrigen sich dadurch vielfach umständliche Rechnungen und rasches und sicheres Arbeiten wird ermöglicht.

Im Großen und Ganzen entstammt die Arbeit der Feder des Verfassers Honold, welcher ihre Grundsteine bereits während seiner Tätigkeit als Assistent seines verehrten Lehrers, des Herrn Geh. Baurat, Prof. A. Pfarr in Darmstadt in den Jahren 1899 und 1900 legte.

Den Betrachtungen wurde Kontinuität der Wasserbewegung in dem Sinne zu Grunde gelegt, daß die Geschwindigkeit des Wassers in jedem Punkte eines betrachteten Querschnittes gleich groß sei und daß deren Änderung von Querschnitt zu Querschnitt stetig erfolge. Diese Annahme, als deren Konsequenz Beschränkung sämtlicher Betrachtungen auf einen mittleren Wasserfaden sich ergibt, trifft ja nur angenähert zu, indem einerseits infolge der Wasserreibung an den Kanalwänden die Geschwindigkeiten vom Schwerpunkt nach dem Umfang des Querschnittes zu abnehmen und weil andererseits durch die Kanalkrümmungen infolge des „kreisenden Wassers" (Siehe Pfarr, „Die Turbinen für Wasserkraftbetrieb", Seite 77 und folgende.) eine Verschiebung der Wassergeschwindigkeiten im Querschnitt eintritt. Es ist aber die Annahme der Kontinuität im vorgenannten Sinne durchaus statthaft, weil durch die nicht zu umgehende, weitere Annahme der Durchflußverluste (Siehe Seite 9) allein schon eine Unsicherheit in unsere Rechnungen hereinkommt, welche viel schwerwiegender ist als der durch erstere Annahme etwa bedingte Fehler.

Bis einschließlich § 14 wird mit einem idealen Laufrad gerechnet in dem Sinne, daß Eintritt und Austritt desselben in einer Zylinderfläche liegen. Erst der § 15 bringt eine Verallgemeinerung der vorhergehenden Betrachtungen dahingehend, daß die Laufradaustrittsfläche eine beliebig geformte Rotationsfläche sei.



§ 16 faßt die theoretischen Ergebnisse des Vorhergegangenen unter besonderer Hervorhebung der wichtigsten Gleichungen übersichtlich zusammen und erfährt durch Einflechtung praktischer Erfahrungsresultate die für den Konstrukteur nötige Ergänzung. Hierbei wurde insbesondere Wert darauf gelegt, in den Figuren 96; 97 und 98, sowie in den Gleichungen V und VI Grundlagen für den Entwurf planmäßiger „Sätze" und „Serien" von Laufrädern zu schaffen.

In § 17 folgen schließlich als Anwendung des Gefundenen noch drei Rechnungsbeispiele je einer normal-, langsam- und schnelllaufenden Turbine, wobei die rechnerische Bestimmung der Nutzeffekte für verschiedene Beaufschlagungen eingehende Behandlung findet.

Der § 18 bringt einige Nachträge und Ergänzungen zum Vorhergegangenen, soweit dieselben nach Drucklegung der Arbeit sich als zweckmäßig noch herausstellten.

Das auf den ersten Blick etwas groß erscheinende Format und die hieraus resultierende „Heftform" vorliegender Arbeit wurden aus zweierlei Gründen gewählt. Die Arbeit soll in erster Linie ein Hilfsmittel für den Studierenden technischer Lehranstalten, wie für den praktischen Ingenieur beim Konstruieren sein, zu welchem Zweck die Heftform besser geeignet und handlicher erscheint als ein kleineres Format in entsprechend größerer Dicke. Sodann gibt das große Format die Möglichkeit, bei nur einmaligem Falten der Tafeln eine so große Blattfläche zu schaffen, daß auch die in einem zweiten Heft zu bearbeitenden Schaufelschnitte bequem darauf Platz finden können, ohne zu weitgehende Verkleinerung erfahren zu müssen.

So übergeben wir nun den ersten Teil unserer Arbeit der Öffentlichkeit, hoffend, daß er freundliche Aufnahme finden und insbesondere den Studierenden technischer Lehranstalten, wie auch den in der Praxis stehenden jüngeren Fachgenossen ein brauchbares Hilfsmittel werden möge.

GOTHA, MITTWEIDA, im Februar 1908.

R. Honold.
K. Albrecht.



Bezeichnungen.

Q, sekundliche Wassermenge in cbm für beliebiges H.

Q_1, „ „ „ „ „ „ „ $H = 1$ m oder absolute Schluckfähigkeit einer Turbine. ($Q = Q_1 \cdot \sqrt{H}$.)

S_r, relative Schluckfähigkeit einer Turbine. ($Q_1 = S_r \cdot D_1^2 \cdot$ konst., Siehe Seite 67.)

$q = \frac{Q_{ltr}}{z_2}$, die pro Laufradkanal verarbeitete Wassermenge in ltr. (z_2 Anzahl der Laufradschaufeln.)

Δq, die pro Teilturbine und Laufradkanal verarbeitete Wassermenge in ltr. ($\Delta q = \frac{q}{\mathfrak{z}} = \frac{Q_{ltr}}{\mathfrak{z} \cdot z_2}$, worin $\mathfrak{z}$ die Anzahl der Teilturbinen ist.)

H, Totalgefälle einer Turbine in m.

$\varrho \cdot H$, Teilgefälle zur Überwindung der Widerstände in der Turbine infolge Wasserreibung u. s. w. (Durchflußverluste.)

$\varphi \cdot H = (1 - \varrho) \cdot H$, das zur Erzeugung der Geschwindigkeiten in der Turbine und Überwindung der Zentrifugalkraft verfügbare effektive Gefälle.

$\varphi = 1 - \varrho$, der sogenannte Durchflußkoeffizient.

$c_e = \sqrt{2g \cdot \varphi \cdot H}$, die dem effektiven Gefälle entsprechende Geschwindigkeit oder:

$\frac{c_e^2}{2g} = \varphi \cdot H$, die effektive Geschwindigkeitshöhe.

$c'_e = \sqrt{c_e^2 - (u_1^2 - u_2^2)}$, die dem, lediglich zur Erzeugung der Geschwindigkeiten verfügbaren, wirksamen Gefälle entsprechende Geschwindigkeit und:

$\frac{c'^2_e}{2g}$, die wirksame Geschwindigkeitshöhe. (Siehe Seite 17 rechts.)

c'_{em}, dasselbe für einen mittleren Wasserfaden $1 \div 2_m$. (Laufradprofile mit reinem Austritt.)

$c'_{em'}$, dasselbe für einen mittleren Wasserfaden $1 \div 2_{m'}$. (Laufradprofile mit gemischtem Austritt, Siehe Seite 102 und 103.)

$\delta \cdot H$, Teilgefälle, dargestellt durch die absolute Austrittsgeschwindigkeit w_2, d. h. $\delta \cdot H = \frac{w_2^2}{2g}$. (Austrittsverlust.)

$\eta_{\mathfrak{h}} \cdot H = (1 - \varrho - \delta) \cdot H = (\varphi - \delta) \cdot H$, der im Laufrad der Turbine nutzbar gemachte Teil des Gefälles und:

$\eta_{\mathfrak{h}} = 1 - \varrho - \delta = \varphi - \delta$, der hydraulische Wirkungsgrad.

$\mu \cdot H$, Teilgefälle zur Überwindung der mechanischen Widerstände durch Reibung des Wassers am Laufradäußeren, der Welle in Lagern, Stopfbüchsen u. s. w.

$\eta \cdot H = (1 - \varrho - \delta - \mu) \cdot H$, der an der Turbinenwelle nutzbar gemachte Teil des Gefälles und:

$\eta = 1 - \varrho - \delta - \mu$, der totale Wirkungsgrad oder Nutzeffekt.

$\mathfrak{h}_0$ bezw. $\mathfrak{h}_1$, effektive Spaltdrucke in den Punkten 0 bezw. 1.

$\mathfrak{h}_{\mathfrak{z}}$, durch die Zentrifugalkraft hervorgerufene Pressung.

$\mathfrak{h}'_1 = \mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_{\mathfrak{z}}$, wirksamer Spaltdruck, zur Beschleunigung des Wassers im Laufrad verfügbar. (Siehe Seite 16 links.)

h, mit verschiedenen Indizes, irgend welche Teilgefälle von H oder der Gefällseinheit 1 m.

$N_a = \frac{1000 \cdot Q \cdot H}{75}$, absolute Leistung in P. S.

$N_{\mathfrak{h}} = \eta_{\mathfrak{h}} \cdot N_a$, hydraulisch nutzbare Leistung in P. S.

$N_r = \mu \cdot N_a$, mechanische Reibungsarbeit in P. S.

$N_e = \eta \cdot N_a$, effektive Leistung in P. S., gemessen an der Turbinenwelle.

N_1, effektive Leistung in P. S. für $H = 1$ m.

n, minutliche Drehzahl für H m Gefälle.

n_1, „ „ „ „ „ 1 m „ ($n = n_1 \cdot \sqrt{H}$.)

n_s, spezifische Drehzahl oder das n_1 desjenigen beliebigen Laufradtypes, dessen Leistung 1 P. S. beträgt. ($n_s = u_1 \cdot$ konst. $\cdot \sqrt{S_r \cdot \eta}$, Siehe Seite 104.)

0, Austrittspunkt am Leitrad.

1, Eintrittspunkt am Laufrad.

2, Austrittspunkt am Laufrad.

D_0, Durchmesser am Leitradaustritt.

D_1, „ „ „ Laufradeintritt.

D_2, „ „ „ Laufradaustritt.

D_{2a} und D_{2i}, extreme Austrittsdurchmesser am Laufrad.

$D_{2m} = \frac{D_{2a} + D_{2i}}{2}$, mittlerer Austrittsdurchmesser für reinen Austritt.

$D_{2m'} = \frac{\Sigma D_2 \cdot \Delta b_2}{\Sigma \Delta b_2}$, mittlerer Austrittsdurchmesser für gemischten Austritt.

$\frac{D_2}{D_1}$ oder $\frac{D_{2m}}{D_1}$ oder $\frac{D_{2m'}}{D_1}$, Durchmesserverhältnis.
D_3, Ausgußdurchmesser am Laufrad.
F_3, Ausgußfläche am Laufrad.
k_3, Korrektionsfaktor derselben. (Siehe Fußnote Seite 72.)

u_1, Umfangsgeschwindigkeit am Laufradeintritt.
u_2, „ „ „ „ Laufradaustritt.
w_0, Austrittsgeschwindigkeit am Leitrad.
w_1, absolute Eintrittsgeschwindigkeit am Laufrad.
w_2, „ Austrittsgeschwindigkeit „ „
v_1, relative Eintrittsgeschwindigkeit am Laufrad.
v_2, „ Austrittsgeschwindigkeit „ „
x, Charakteristikum des Eintrittsdreieckes oder Tangentialkomponente von w_1.
y, Normal- bezw. Radialkomponente von w_1.
u_s, Stoßgeschwindigkeit am Laufradeintritt, auch Stoßkomponente genannt.
u_{sn} und u_{st}, deren Komponenten, normal und tangential zum ersten Element der Laufradschaufel.
w_n, Normalkomponente von w_2.
w_t, Tangentialkomponente von w_2.
w_3, Geschwindigkeit im Ausgußquerschnitt F_3.

a_0, lichte Schaufelweite am Leitradaustritt.
a_1, „ „ „ „ Laufradeintritt.
a_2, „ „ „ „ Laufradaustritt.
b_0, Leitradbreite.
$b_1 \cong b_0$, Laufradbreite am Eintritt.
b_2, Laufradbreite am Austritt oder Länge der Austrittskurve.
Δb_1, Eintrittsbreite einer Teilturbine. $\left(\Delta b_1 = \frac{b_1}{\mathfrak{z}}.\right)$
Δb_2, Austrittsbreite „ „ „
$\Delta f_1 = a_1 \cdot \Delta b_1$, Eintrittsquerschnitt einer Teilturbine.
$\Delta f_2 = a_2 \cdot \Delta b_2$, Austrittsquerschnitt „ „ „

s_0, Schaufelstärke am Leitradaustritt.
s_1, „ „ „ Laufradeintritt.
s_2, „ „ „ Laufradaustritt. (Bei Blechschaufeln ist $s_1 = s_2$ und man benennt dann schlechtweg nach dem wichtigeren s_2.)

$k_2 = \frac{a_2}{a_2 + s_2}$, Korrektionsfaktor am Laufradaustritt.
t_1; t_2, Teilungen.
z_0, Schaufel- bezw. Kanalzahl im Leitrad.
z_2, „ „ „ „ „ „ Laufrad. (Man benennt hier wieder z_2 nach dem wichtigeren Laufradaustritt und nicht z_1, was auf den ersten Blick naheliegend wäre.)

$\sphericalangle\, \alpha_0$, Winkel am Leitradaustritt.
$\sphericalangle\, \alpha_1$, Winkel zwischen w_1 und u_1.
$\sphericalangle\, \alpha_2$, „ „ w_2 „ u_2.
$\sphericalangle\, \beta_1$, der mit der Beaufschlagung λ sich ändernde Winkel, den v_1 mit der Umfangsrichtung bildet. Allgemein müßte derselbe den Index λ führen, während mit β_1 gemeinhin der bleibende Winkel am Laufradeintritt bezeichnet wird.
$\sphericalangle\, \beta_2$, Winkel zwischen v_2 und u_2.

λ, Beaufschlagungsgrad.
λ_g, stoßfreie oder günstigste Beaufschlagung.
λ_k, kritische Beaufschlagung, für welche $v_1 = v_2$ wird.
$\mathfrak{S}_k$, Kranzspalt der Turbine.
$\mathfrak{S}_i$, Schaufelspalt der Turbine.
$\mathfrak{S}_t$, theoretischer Spalt der Turbine.
$\frac{b_0}{D_1}$, Verhältnis der Eintrittsbreite zum Eintrittsdurchmesser am Laufrad, das Merkmal der relativen Schluckfähigkeit $\mathfrak{S}_r$.

Berichtigungen:

Seite 16 links Zeile 29 von oben lies: „in etwa“ statt in etwas.

Seite 32 links in Fig. 58 ist der rechnerische Eintrittspunkt 1 irrtümlich in den Schwerpunkt des Eintrittsquerschnittes gelegt, während er in Wirklichkeit auf der durch die Schaufelspitzen gehenden Geraden zu suchen ist. (Siehe Seite 94.) Dementsprechend ist auch die Laufradtiefe T auf diese Gerade zu beziehen.

Seite 104 rechts Zeile 13 von unten muß „$\eta = 0{,}76$“ statt $\eta = 0{,}75$ und Zeile 12 von unten „$n_s = 3{,}5 \cdot 60{,}4 \cdot \sqrt{3} \cdot 0{,}76 \simeq 320$“ statt $n_s = 3{,}5 \cdot 60{,}4 \cdot \sqrt{3} \cdot 0{,}76 = 320$ gesetzt werden.

Inhalts-Verzeichnis.





Theorie der Wasserturbinen
unter besonderer Berücksichtigung der Francis-Turbine.

---

§ 1.
Grundbegriffe aus der Hydraulik.

Sinkt eine Wassermenge von Q cbm in der Sek. um eine Gefällshöhe H in m, so ist die vom Wasser geleistete Arbeit:

$$A = 1000\,Q \cdot H \text{ kgm/sec.}$$

und die Leistung in PS.:

$$N_a = \frac{1000\,Q \cdot H}{75}.$$

Man nennt diese vom Wasser geleistete, größtmögliche Arbeit die **absolute Leistung.**

Ein Teil derselben wird jedoch verbraucht werden müssen, um die Widerstände, welche durch Reibung des Wassers an den Führungswänden der Turbine, durch unvermeidliche Wirbelbildungen in derselben, durch kleine Stöße gegen die Turbinenschaufeln etc. entstehen, zu überwinden, ferner um das Wasser beim Austritt aus dem in den Wasserlauf eingebauten Motor abzuführen. Diese eben angeführten Verluste sind rein hydraulischer Natur und wir fassen die durch Reibung, Wirbelung etc. entstandenen als Bruchteil des Gesamtgefälles H mit ϱ H zusammen, während letzterer als sogenannter **Austrittsverlust** δ H Berücksichtigung finden soll. Es bedeutet also einmal ϱ denjenigen Bruchteil des Gefälles, welcher auf Reibung, Wirbelung etc. verbraucht wird, während δ den Bruchteil desselben angibt, welcher durch die Geschwindigkeit w_2 des den Motor verlassenden Wassers dargestellt wird.

Es ist nun klar, daß bei Berücksichtigung dieser hydraulischen Verluste nicht mehr das ganze Gefälle H, sondern nur das Teilgefälle:

$$H - \varrho H - \delta H = H\,[1 - \varrho - \delta]$$

zur Ausnützung gelangen kann und daß somit für diesen Fall die Leistung in PS.:

$$N_\mathfrak{h} = \frac{1000\,Q \cdot H\,[1 - \varrho - \delta]}{75}$$

wird. Dividiert man diese Leistung, welche wir mit **hydraulisch nutzbare Leistung** bezeichnen wollen, durch die absolute Leistung N_a, so bekommen wir den sogenannten **hydraulischen Wirkungsgrad** $\eta_\mathfrak{h}$ zu:

$$\eta_\mathfrak{h} = \frac{N_\mathfrak{h}}{N_a} = \frac{1000\,Q \cdot H\,[1 - \varrho - \delta]}{1000\,Q \cdot H}$$

oder:

$$\eta_\mathfrak{h} = 1 - \varrho - \delta.$$

Zu den eben erwähnten hydraulischen Verlusten tritt nun noch der mechanische Verlust infolge Reibung der Zapfen in den Lagern etc., den wir abermals als Bruchteil des Gefälles durch μH ausdrücken wollen, so daß nunmehr bei Berücksichtigung sämtlicher Verluste das Gefälle:

$$H - \varrho H - \delta H - \mu H = H\,[1 - \varrho - \delta - \mu]$$

an der Turbinenwelle nutzbar wird und wir somit die **effektive Leistung N_e in PS.** erhalten zu:

$$N_e = \frac{1000\,Q \cdot H\,[1 - \varrho - \delta - \mu]}{75}$$

womit der **totale Wirkungsgrad** η

$$\eta = \frac{N_e}{N_a} = \frac{1000 \cdot Q\,H\,[1 - \varrho - \delta - \mu]}{1000 \cdot Q \cdot H}$$

oder:

$$\eta = 1 - \varrho - \delta - \mu$$

wird. Wäre nun z. B. N_a durch die vorliegenden Verhältnisse und η durch die Erfahrung gegeben, so würde sich die effektive Leistung ergeben zu:

$$N_e = \eta \cdot N_a.$$

Die Hydraulik lehrt, daß die einer Gefällshöhe H entsprechende Geschwindigkeit w sich theoretisch ausdrücken läßt zu:

$$w = \sqrt{2\,g\,H},$$

was auch in der Form:

$$\frac{w^2}{2\,g} = H$$

geschrieben werden kann. Es wird somit jede Gefällshöhe durch die ihr entsprechende Geschwindigkeit aus-

gedrückt werden können und wir wollen in Zukunft den der jeweiligen Gefällshöhe entsprechenden Ausdruck:

$\frac{\text{Quadrat der Geschwindigkeit}}{2g}$ mit **Geschwindigkeitshöhe**

bezeichnen.

Ist nun 1 kg die Gewichtseinheit des Wassers und somit die Masse derselben $m = \frac{1}{g}$, so ist nach der Mechanik deren lebendige Kraft oder deren Arbeitsvermögen:

$$a = \frac{\frac{1}{g} w^2}{2} = \frac{w^2}{2g}$$

und da nach Obigem $\frac{w^2}{2g} = H$, so ist durch letztere Gleichung auch die Energie der Gewichtseinheit des Wassers ausgedrückt.

§ 2.
Wirkungsweise des Wassers.

Soll dem Wasser Energie entzogen werden, so kann dasselbe auf folgende Weise zur Wirkung gelangen:

1. durch sein Gewicht (bei einigen Wasserrädern),
2. durch seinen Druck oder Pressung (bei dem Schmidt'schen Wassermotor, hydraulischem Servomotor etc.),
3. durch seine bewegte Masse oder lebendige Kraft (bei sämtlichen Turbinen),
4. durch sein Gewicht und seine bewegte Masse (bei den meisten Wasserrädern).

Für uns ist somit Fall 3 von Interesse, welcher abermals in drei Wirkungsweisen zerfällt und zwar:

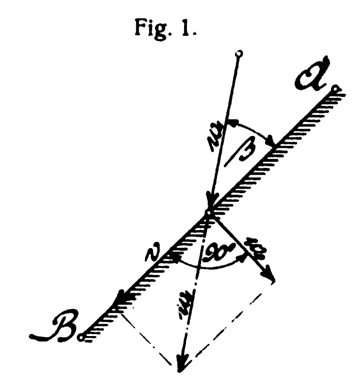
a) Wirkung des Wassers durch Stoß,
b) Wirkung des Wassers durch Ablenkung oder Aktion,
c) Wirkung des Wassers durch Rückwirkung oder Reaktion.

Im Folgenden sollen nun diese drei Fälle kurz besprochen und erläutert werden.

a) Wirkungsweise des Wassers durch Stoß.

Untersucht man die Bewegungs- und Energieverhältnisse eines kontinuierlichen Wasserstrahles, der unter beliebigem Winkel gegen eine ebene, ruhende Wand AB (Fig. 1) in irgend einem Punkt mit der Geschwindigkeit w_1 auftrifft, so findet man, daß eine Zerlegung der Geschwindigkeit w_1 in zwei Komponenten v und w_s stattfinden muß, wobei die senkrecht zur Wand stehende sogenannte **Stoßkomponente** w_s durch den Widerstand der Wand AB vernichtet wird, während das Wasser mit der zweiten Komponente v, welche in die Richtung der Wand AB fällt, längs derselben weiterfließt.

Fig. 1.



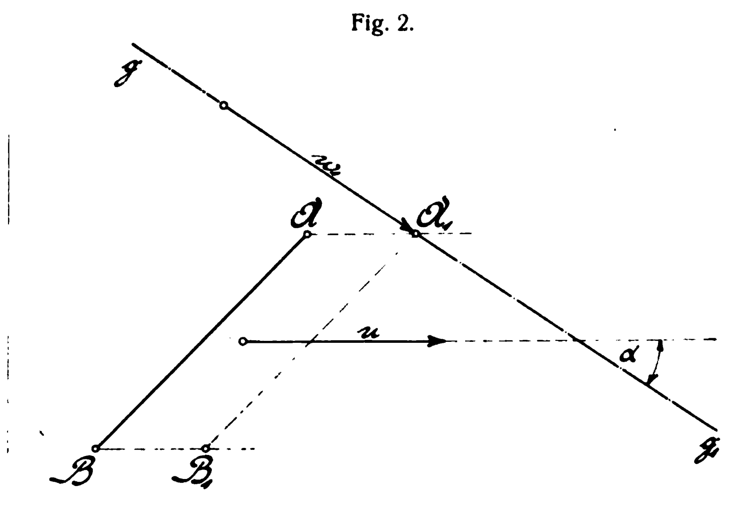
Das Arbeitsvermögen der Gewichtseinheit des auf die Wand auftreffenden Wassers ist nach dem vorher Gesagtem $a = \frac{w_1^2}{2g}$, durch den Stoß geht jedoch ein Arbeitsvermögen $\frac{w_s^2}{2g}$ verloren, wonach das Wasser beim Abfließen noch eine Energie besitzt, welche sich pro 1 kg Wassergewicht ausdrücken läßt zu:

$$a = \frac{v^2}{2g} = \frac{w_1^2}{2g} - \frac{w_s^2}{2g}.$$

Würde nun der Winkel $\beta = 0^0$, das heißt der Wasserstrahl in Richtung der Wand AB fließen, dann wäre $w_s = 0$ und somit auch der Energieverlust $= 0$.

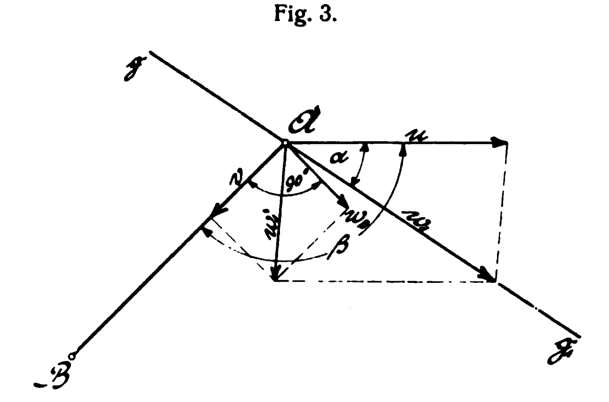
Wird diese Wand AB (Fig. 2) parallel zu sich selber mit der Geschwindigkeit u bewegt, und stellt ferner die Gerade gg_1 die Bewegungsrichtung eines, mit der Geschwindigkeit w_1 fließenden, kontinuierlichen Wasserstrahles vor, die mit der Richtung von u den Winkel α einschließt, so wird im weiteren Verlauf der Bewegung die Wand AB in den Bereich des Wasserstrahles kommen, derselbe wird in A_1 auf die Wand auftreffen.

Fig. 2.



In A_1 erfolgt nun die Zerlegung der Geschwindigkeit w_1 in zwei Komponenten, wovon die eine Komponente der Größe und Richtung nach mit der Geschwindigkeit u der Wand zusammenfällt, da sie dem Wasser erteilt werden muß, um dasselbe der Wand AB nachzusenden (wir wollen diese Komponente (u) im folgenden mit **Transportkomponente** bezeichnen), während die zweite Komponente w_1', welcher das Wasser nicht Folge leisten kann, abermals eine Zerlegung erfährt in w_s senkrecht zur Wand AB und in v in Richtung derselben (Fig. 3).

Fig. 3.



w_s ist wieder die Stoßkomponente, welche durch den Widerstand der Wand vernichtet wird, während das Wasser mit der zweiten Komponente v seine Bewegung längs der Wand AB fortsetzt. Entsprechend der Stoßkomponente w_s übt das Wasser auf die Wand einen Druck, also eine Kraft aus, deren in die Richtung von u fallende Komponente (als Kraft) im Verein mit u (als Weg) Arbeit leistet.

Man nennt die Geschwindigkeit v, also die Geschwindigkeit, welche das Wasser der in Bewegung befindlichen Wand gegenüber hat, die **relative Geschwindigkeit**, während die Geschwindigkeit w_1 die **absolute Geschwindigkeit** genannt wird.

Es wird uns nun zunächst die Frage interessieren, unter welchen Umständen kann dem Wasser durch Stoßwirkung ein Maximum an Energie entzogen werden?

Vorerst müßte offenbar die Seitenkomponente v (relative Geschwindigkeit) gleich 0 werden, das Wasser muß also die Wand AB senkrecht treffen und außerdem muß die Geschwindigkeit u der Wand ebenfalls senkrecht zu derselben gerichtet sein, damit auch der, durch den Stoß auf die Wand ausgeübte Druck in die Richtung der Wandgeschwindigkeit fällt, also keine außerhalb dieser Richtung liegende, für die Arbeitsleistung verlorene Komponente liefert. Fig. 4 zeigt uns diesen Fall der Stoßwirkung und es bleibt nur noch die Frage zu beantworten, für welches u bei gegebenem w_1 ein Maximum an Arbeit geleistet wird.

Wir wissen, daß sekundliche Arbeit immer Kraft $\times$ Weg in der Sekunde ist, also:

Fig. 4.

$$a = P \cdot v$$

wobei hier das v unserem u entspricht. Die Kraft ist allgemein gleich Masse $\times$ Beschleunigung bezw. gleich Masse $\times$ Verzögerung, d. h. die Beschleunigungs- bezw. Verzögerungskraft ist gleich dem Produkt: konstante Masse $\times$ sekundliche Geschwindigkeitszu- bezw. -abnahme. Wir müssen also z. B. eine konstante Beschleunigungskraft aufwenden, um eine gegebene, konstante Masse mit konstanter Beschleunigung auf eine größer und immer größer werdende Geschwindigkeit zu beschleunigen.

Derselbe Effekt muß sich aber offenbar ergeben, wenn wir derselben konstanten, sich jedoch in jeder Sekunde erneuernden Masse jeweils während einer Sekunde dieselbe Beschleunigung erteilen.

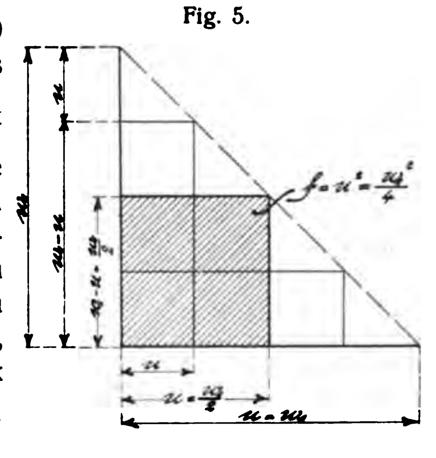
Die sekundlich sich erneuernde Masse ist in unserem Fall die sekundlich auftreffende Wassermasse $m = \frac{1}{g}$ (pro 1 kg Wassergewicht), während an Stelle der Beschleunigung die Verzögerung $(w_1 - u)$ tritt, und wir können somit die Verzögerungsarbeit pro 1 kg Wassergewicht schreiben zu:

$$a = \frac{1}{g} \cdot (w_1 - u) \cdot u.$$

Die Masse $m = \frac{1}{g}$ ist konstant, wonach für maximales a der Ausdruck $(w_1 - u) \cdot u$ ein Maximum werden muß. Für $u = 0$ z. B. wird natürlich der ganze Ausdruck gleich 0 und desgleichen auch für $u = w_1$. Es muß somit unser günstigstes u zwischen w_1 und 0 liegen.

Lassen wir u alle möglichen Werte zwischen diesen Grenzen annehmen, so finden wir, daß für $u = \frac{w_1}{2}$ unser Ausdruck $(w_1 - u) \cdot u$ den Wert $u^2 = \frac{w_1^2}{4}$ annimmt. Stellen wir die Ausdrücke $(w_1 - u) \cdot u$ grafisch als Rechteckflächen dar, deren eine Seite $(w_1 - u)$ und deren andere Seite u ist (Fig. 5), so sehen wir, daß diese Flächen mit zunehmendem u von 0 aus zunehmen bis $f = u^2 = \frac{w_1^2}{4}$ erreicht ist, von wo ab die Flächen in gleichem Maße wieder abnehmen, wie sie vordem zugenommen haben und es ist somit klar, daß der Ausdruck $(w_1 - u) \cdot u$ für $u = \frac{w_1}{2}$ ein Maximum wird, wonach wir pro 1 kg Wassergewicht erhalten:

Fig. 5.



$$a_{max.} = \frac{1}{g}\left(w_1 - \frac{w_1}{2}\right) \cdot \frac{w_1}{2} = \frac{w_1^2}{4g} = \frac{1}{2} \cdot \frac{w_1^2}{2g}.$$

$\frac{w_1^2}{2g}$ ist aber die gesamte, dem Wasser innewohnende Energie, die somit im günstigsten Fall nur zur Hälfte ausgenutzt werden kann.

„Der Wirkungsgrad bei Stoßwirkung wird also, von Reibungs- und sonstigen Verlusten abgesehen, höchstens 0,5, d. h. 50 v. H., betragen können, woraus wir erkennen, daß die Stoßwirkung den Ansprüchen, welche man an moderne Wassermotoren stellt, nicht genügen kann und daß dieselbe somit stets nach Möglichkeit zu vermeiden ist.“

b) Wirkungsweise des Wassers durch Ablenkung oder Aktion.

Betrachten wir vorerst wieder die in Fig. 2 und 3 zugrunde gelegte, bewegte, ebene Wand, so findet stoßfreies Auftreffen des Wasserstrahles in A statt, wenn bei der Zerlegung von w_1 die Stosskomponente $w_s = 0$ wird, was offenbar dann stattfindet, wenn die Wandgeschwindigkeit u resp. der Winkel β so gewählt wird, daß die Richtung des w_1' in Fig. 3 mit der Richtung der Wand AB, also mit v zusammenfällt (Fig. 6). Wir können demnach die Bedingungen des stoßfreien Auftreffens kurz zusammenfassen in den Satz:

Die absolute Geschwindigkeit w_1 muß zwei Komponenten liefern, wovon die eine, die sogenannte Transportkomponente (u) nach Größe und Richtung mit der Geschwindigkeit u der Wand zusammenfällt, und die zweite Komponente v als relative Geschwindigkeit in die Richtung der Wand AB fällt.

Stellt nun in Fig. 6 u die Geschwindigkeit der Wand, also deren Weg in der Zeiteinheit vor, so befindet sich nach Verlauf einer Sekunde die Wand AB und vermöge seiner Transportkomponente (u) auch das Wasser um u weiter rechts, also in $A_1 B_1$. Gleichzeitig ist jedoch das Wasser mit der relativen Geschwindigkeit v der Wand AB entlang geflossen, somit nach Pnnkt 2 gekommen. Beide Komponenten ergeben wieder die absolute Geschwindigkeit w_1, welche in Größe und Richtung der früheren gleichkommt.

Ganz derselbe Bewegungsvorgang würde sich für eine beliebige Stellung der Wand, z. B. für $A_2 B_2$ wiederholen, so daß wir sagen können:

„In jedem Punkt der ebenen Wand besitzt das Wasser zwei Komponenten, die Transportkomponente (u) = der Wandgeschwindigkeit u und die relative Geschwindigkeit v, oder es fließt das Wasser längs der Wand mit der relativen Geschwindigkeit v, während es der Wand mit der Transportkomponente (u) folgt.“

Fig. 6.

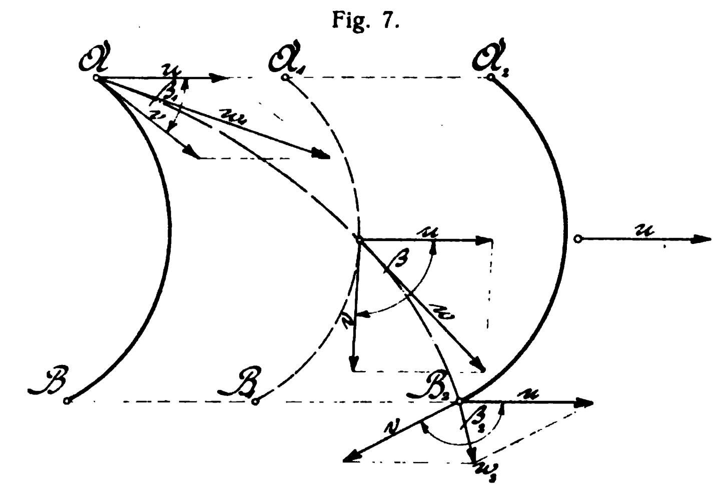
Langt nun das Wasser vermöge seiner Komponente v im tiefsten Punkte B der Wand an, so wird es, gleichzeitig auch unter dem Einfluß der Transportkomponente (u) stehend, die Wand mit der Resultierenden beider, also mit w_1 in absoluter Richtung verlassen, welcher Vorgang aus der Endstellung $A_3 B_3$ in Fig. 6 ersichtlich ist.

Das Arbeitsvermögen, mit welchem das Wasser in A an der ebenen Wand ankam, war $\frac{w_1^2}{2g}$ pro 1 kg Wassergewicht, und da die absolute Geschwindigkeit während der ganzen Bewegung gleich geblieben ist, so verläßt das Wasser die Wand wieder mit demselben Arbeitsvermögen $\frac{w_1^2}{2g}$, woraus wir ersehen, daß durch eine ebene Wand, also ohne Ablenkung, dem Wasser keine Energie entzogen werden kann, welcher Umstand bestimmend ist, die Schaufeln bei den Turbinen als stetig gekrümmte Flächen auszubilden.

Gleichzeitig erkennen wir, daß die Wand AB den **relativen Wasserweg** vorstellt, während der **absolute Wasserweg** durch die Gerade gg_1 dargestellt wird.

Betrachten wir nun eine stetig gekrümmte Wand AB (Fig. 7), welche wieder mit der Geschwindigkeit u parallel zu sich selber bewegt wird, so trifft ein mit der absoluten Geschwindigkeit w_1 bewegter Wasserstrahl in A stoßfrei auf die Wand auf, wenn nach früherem w_1 sich zerlegen läßt in die Transportkomponente (u) und in die relative Geschwindigkeit v_1, welch Letztere wieder in die Richtung der Wand AB fallen, also hier Tangente an den Anfang derselben werden muß.

Fig. 7.



Es wird auch hier wieder das Wasser mit seiner relativen Geschwindigkeit v der Wand entlang fließen und mit seiner Transportkomponente (u) derselben folgen müssen. Für stoßfreien Bewegungsgang muß nun die relative Geschwindigkeit v in jedem Punkt der Wand AB Tangente an dieselbe werden (siehe Mittelstellung $A_1 B_1$ Fig. 7), wonach die gekrümmte Wand AB wieder den relativen Wasserweg vorstellt. Die Richtungslinien aller absoluten Geschwindigkeiten $w_1 \div w_2$ hüllen alsdann den absoluten Wasserweg ein, der sich als tangierende Kurve AB_2 an dieselben in Fig. 7 ergibt.

In Punkt B_2, Stellung $A_2 B_2$, in welchem das Wasser wieder die relative Geschwindigkeit v und die Transportkomponente (u) besitzt, verläßt es die Wand mit der

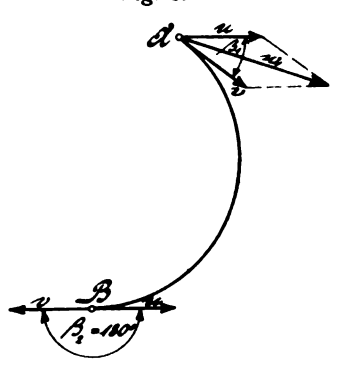
Resultierenden beider, also mit der absoluten Geschwindigkeit w_2.

Infolge der Ablenkung des Wassers durch die gekrümmte Wand (welche Ablenkung auch durch die Änderung des Winkels β_1 in β_2 (Fig. 7) zu erkennen ist) wird jedoch die absolute Geschwindigkeit w_2 beim Abgang kleiner als die Geschwindigkeit w_1 beim Ankommen, wonach also dem Wasser Energie entzogen wurde, deren Größe sich pro 1 kg Wassergewicht bestimmen läßt zu:

$$a = \frac{w_1^2}{2g} - \frac{w_2^2}{2g}.$$

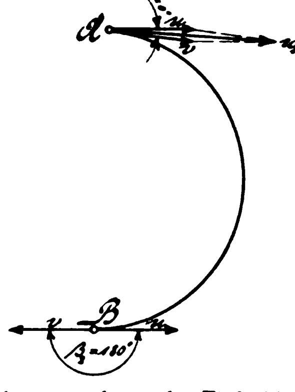
Wir wollen auch hier wieder das Maximum von a suchen und es wird dasselbe offenbar dann erhalten, wenn $w_2 = 0$ geworden ist. Dies ist jedoch nur dann möglich, wenn beim Abgang oder Austritt des Wassers in B (Fig. 8) $u = v$ wird und beide Geschwindigkeiten dieselbe Richtung, jedoch in entgegengesetztem Sinne besitzen. Es schrumpft somit das Geschwindigkeitsparallelogramm am Austritt*) in eine Gerade zusammen d. h. u schließt mit v einen Winkel $\beta_2 = 180^0$ ein. $u = v$ bedingt jedoch beim Eintritt ebenfalls ein gleichseitiges Geschwindigkeitsparallelogramm oder kurz ein gleichschenkeliges Eintrittsdreieck und es stellt Fig. 8 diesen Fall der Wirkungsweise des Wassers durch Ablenkung dar.

Fig. 8.



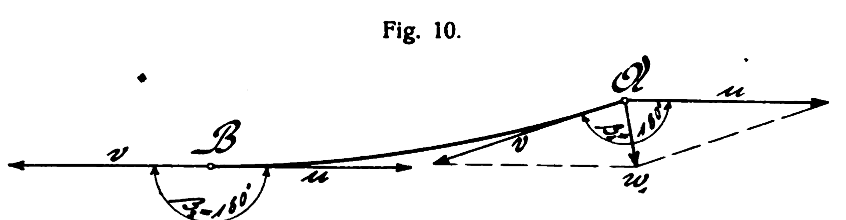
Wir erkennen somit aus dem vorher Gesagten, daß wir zur Nutzbarmachung der gesamten Energie des Wassers durch Ablenkung nicht mehr an eine bestimmte Umfangsgeschwindigkeit, sondern lediglich an die Bedingungen $u = v$ und Winkel $\beta_2 = 180^0$ gebunden sind. Es wird nun aber die Frage sein, innerhalb welcher Grenzen u zu wählen ist. Die untere Grenze von u erreichen wir offenbar für $u + v = w_1$, womit auch das Eintrittsdreieck in eine gerade Linie zusammenschrumpft und wobei $u = v = \frac{w_1}{2}$ und Winkel $\beta_1 = 0^0$ wird. (Siehe Fig. 9, worin das Eintrittsdreieck der Deutlichkeit halber verzerrt gezeichnet wurde.)

Fig. 9.



Die obere Grenze von u erreichen wir hingegen, für $u = v$ und Winkel $\beta_1 = 180^0$, wobei infolge des endlichen Wertes von w_1 die Geschwindigkeiten u und v unendlich groß werden müssen. In diesem Fall wird dem Wasser seine gesamte Energie, welche einen endlichen Wert $\frac{w_1^2}{2g}$ darstellt, in Form einer unendlich kleinen Ablenkungskraft ($\beta_1 = 180^0$; $\beta_2 = 180^0$), die über einen unendlich großen Weg wirkt, entzogen. Dieser Fall ist in Fig. 10 (der Deutlichkeit halber mit verzerrten Verhältnissen am Eintritt) dargestellt.

Fig. 10.



Wir können somit dem Wasser durch Ablenkung theoretisch seine ganze Energie entziehen, wobei wir dem Motor eine Geschwindigkeit u geben können, welche beliebig zwischen $u = \frac{w_1}{2}$ und $u = \infty$ gewählt werden kann, und wobei wir nur die Bedingungen $u = v$ und Winkel $\beta_2 = 180^0$ einzuhalten haben. Selbstverständlich sind auch hier wieder die Verluste durch Reibung usw. unberücksichtigt geblieben.

c) Wirkungsweise des Wassers durch Reaktion oder Rückwirkung.

Die dritte mögliche Wirkungsweise des Wassers, welche für moderne hydraulische Motoren noch in Frage kommt, ist die Reaktions- oder Rückwirkung, deren Wesen im Folgenden kurz erläutert werden soll.

Fließt eine Wassermenge von Q cbm/sec. unter konstanter Druckhöhe (Gefällshöhe) H in einer Röhre mit stetig sich ändernden Querschnitten (Fig. 11), so findet man die Wassergeschwindigkeit für jeden Rohrquerschnitt nach dem Gesetz:

$$\text{Jeweilige Wassergeschwindigkeit} = \frac{\text{konstant durchfließende Wassermenge}}{\text{jeweiligen Querschnitt}},$$

also für unseren Fall:

$$w_1 = \frac{Q}{F_1};\quad w_2 = \frac{Q}{F_2};\quad w_3 = \frac{Q}{F_3}$$

oder:

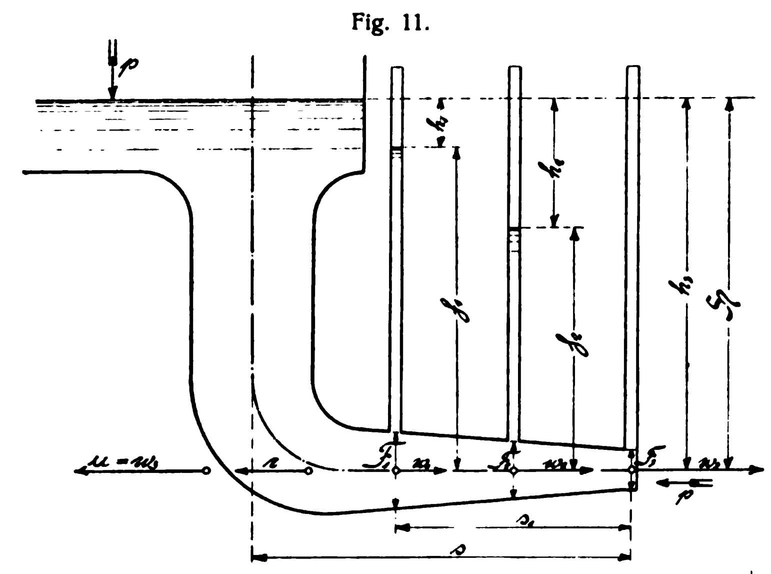
$$F_1 w_1 = F_2 w_2 = F_3 w_3 = Q,$$

wobei wir wieder die Druckhöhenverluste durch Reibung, Wirbelung etc. = 0 setzen. Ferner setzen wir **Kontinuität der Wasserbewegung,** d. h.: gleiche Geschwindigkeit in jedem Punkt des jeweilig betrachteten Querschnittes, sowie stetige Änderung derselben von Querschnitt zu Querschnitt, voraus.

Wie aus Fig. 11 ersichtlich ist, wirkt der Atmosphärendruck p beim Austritt dem Atmosphärendruck p beim Eintritt entgegen und es müßte daher eine der Differenz beider Drücke entsprechende Pressung zur Geltung kommen. Im Allgemeinen kann man diese Differenz als unendlich klein annehmen, so daß für die weiteren Betrachtungen dieselbe als = 0 angenommen und demnach unberücksichtigt bleiben kann.

*) Das Geschwindigkeitsparallelogramm kann der Einfachheit halber auch durch ein Dreieck mit den Seiten v, u und w_2 ersetzt werden, wonach also das Austrittsdreieck, wie wir es kurz nennen wollen, obiger Bedingung entsprechend ein gleichschenkeliges von der Höhe = 0 wird.

Fig. 11.



Werden also die Querschnitte gegen die Ausflußstelle hin stetig kleiner, also: $F_3 < F_2 < F_1$, wie in Fig. 11 angenommen wurde, so muß nach der vorher aufgestellten Bedingungsgleichung:

$$F_1 w_1 = F_2 w_2 = F_3 w_3 = Q$$

die Geschwindigkeit w_1 gegen den Ausfluß hin größer werden, also eine Zunahme erfahren, um obige Gleichung zu erfüllen.

Jeder Geschwindigkeit entspricht jedoch, wie früher gezeigt wurde, eine gewisse Geschwindigkeitshöhe, welche auch dem, dem fließenden Wasser innewohnenden Arbeitsvermögen, der sogenannten **kinetischen Energie** oder Energie der Bewegung gleichkommt. Es ist demnach für unseren Fall:

$$h_1 = \frac{w_1^2}{2g}; \quad h_2 = \frac{w_2^2}{2g}; \quad h_3 = \frac{w_3^2}{2g}.$$

Nach dem Gesetz der Energieerhaltung, wonach in jedem Querschnitt einer in Bewegung befindlichen Wassersäule, welche unter konstanter Druckhöhe H steht, dieselbe Energiemenge vorhanden sein muß, ist nun leicht zu erkennen, daß in den einzelnen Querschnitten nicht mehr das ganze Gefälle H als Druckhöhe vorhanden sein kann, weil Teile desselben, $\frac{w_1^2}{2g}$; $\frac{w_2^2}{2g}$ und $\frac{w_3^2}{2g}$ zur Erzeugung von w_1; w_2; bez. w_3 aufgewendet wurden, wonach nur restliche Teilgefälle von H: $\mathfrak{h}_1$; $\mathfrak{h}_2$; $\mathfrak{h}_3$ in den einzelnen Querschnitten F_1; F_2 und F_3 als Druck, als sogenannte **potentielle Energie** oder Energie der Ruhe erübrigt werden.

Wir erhalten demnach bei Anwendung des Satzes der Energieerhaltung für unseren Fall:

$$\frac{w_1^2}{2g} + \mathfrak{h}_1 = \frac{w_2^2}{2g} + \mathfrak{h}_2 = \frac{w_3^2}{2g} + \mathfrak{h}_3 = H.$$

Stellt man nun in den verschiedenen Querschnitten $F_1 \div F_3$ Piezometerröhren auf, so wird das Wasser in denselben, dem jeweiligen Druck entsprechend, steigen und die Drucküberschüsse $\mathfrak{h}_1$; $\mathfrak{h}_2$ und $\mathfrak{h}_3$ anzeigen, wobei zu bemerken ist, daß beim Austritt aus dem Rohr in F_3 das ganze Gefälle H in Geschwindigkeit umgesetzt, also $\mathfrak{h}_3 = 0$ sein muß.

Wir können demnach schreiben:

$$\frac{w_3^2}{2g} = H$$

oder: $$w_3 = \sqrt{2gH}.$$

Der Druck im Querschnitt F_1, $\mathfrak{h}_1 = H - \frac{w_1^2}{2g}$ muß nun beispielsweise verwendet werden, um die Beschleunigung von w_1 auf w_3 zu bewerkstelligen (Kraft als Ursache der Beschleunigung) und äußert sich als Pressung auf die Rohrwandung.

Die Folge der Beschleunigung des Wassers nach der Ausflußstelle ist nun eine Reaktionskraft nach der entgegengesetzten Seite hin, deren Größe sich für die Wegstrecke s_1, mit Hinweis auf das schon Seite 3 Gesagte, pro 1 kg Wassergewicht ergibt zu:

$$r_1 = \frac{1}{g} \cdot (w_3 - w_1).$$

Nachdem nun hier in Fig. 11 das Wasser aus der vertikalen Richtung stetig in die horizontale Richtung übergeführt wird, so ist die für diesen Fall in Betracht kommende totale horizontale Beschleunigung $= w_3$ und somit die größte Reaktionskraft auf der gesamten Wegstrecke s pro 1 kg Wassergewicht:

$$r = \frac{1}{g} \cdot (w_3).$$

Da jedoch die Röhre stillstehend angenommen wurde, so ist klar, daß zur Arbeitsleistung der Faktor Weg fehlt und wir müssen, um dem Wasser Energie zu entziehen, die Röhre im Sinne der Reaktionskraft rückwärts sich bewegen lassen. Es ist nun leicht einzusehen, daß wenn wir diese rückwärtige Bewegung der Röhre so lange zunehmen lassen, bis ihre Geschwindigkeit gleich $w_3 = \sqrt{2gH}$ geworden ist, daß alsdann das Wasser absolut zur Ruhe gebracht, also die horizontale Geschwindigkeit desselben gleich 0 geworden ist und es muß offenbar sein ganzes Arbeitsvermögen $\frac{w_3^2}{2g}$ an die mit der Geschwindigkeit w_3 rückwärts sich bewegende Röhre abgegeben haben.

Es ist auch hier wieder Arbeit = Kraft × Weg oder:

$$a = r \cdot w_3 = \frac{1}{g} \cdot w_3 \cdot w_3 = \frac{w_3^2}{g}$$

pro 1 kg Wassergewicht.

Es wohnt aber dem ausströmenden Wasser nur ein Arbeitsvermögen $\frac{w_3^2}{2g}$ inne, während wir nach vorstehendem $\frac{w_3^2}{g}$, also gerade das Doppelte gewonnen haben. Dieser scheinbare Widerspruch löst sich jedoch sehr einfach, wenn wir bedenken, daß wir das Gefäß mit samt dem zu verarbeitenden Wasser mit der Geschwindigkeit w_3 rückwärts sich bewegen ließen, daß also dem Wasser erst eine Geschwindigkeit (w_3), die sogenannte Transportkomponente, wie wir auf Seite 2 bereits gesehen haben, und dementsprechend eine Energie $\frac{w_3^2}{2g}$ erteilt werden mußte, und daß somit unsere tat-

sächlich gewonnene Arbeit pro 1 kg Wassergewicht sich ergibt zu:

$$a = \frac{w_s^2}{g} - \frac{w_s^2}{2g} = \frac{w_s^2}{2g}.$$

$\frac{w_s^2}{2g}$ ist aber gleich H, und wir können somit dem Wasser tatsächlich sein ganzes Arbeitsvermögen durch Reaktion entziehen, wobei wir an die ganz bestimmte Geschwindigkeit der Röhre $u = w_s = \sqrt{2gH}$ gebunden sind.

§ 3.

Einteilung der Turbinen.

Die bei den modernen hydraulischen Motoren in Frage kommende Energieabgabe des Wassers durch Aktion oder Reaktion, oder meist durch beides zusammen ist in erster Linie bestimmend, eine Einteilung derselben nach dieser Richtung hin vorzunehmen und man unterscheidet demnach:

1. **Aktions- oder Druckturbinen,** auch Strahlturbinen genannt, bei welchen das Wasser durch Aktion oder Ablenkung zur Wirkung gelangt.
2. **Reaktions- oder Überdruckturbinen,** bei welchen das Wasser durch Reaktion oder Rückwirkung, nebenbei aber fast immer noch durch Ablenkung zur Wirkung gelangt. Reine Reaktionsturbinen sind wohl möglich, kommen aber aus praktischen Gründen so gut wie nie zur Anwendung. (Siehe auch § 11.)

Eine weitere Einteilung der Turbinen trifft man nach der Durchflußrichtung des Wassers bezüglich der Turbinenachse, wobei jedoch die Art der Energieabgabe nicht in Betracht kommt und man unterscheidet:

1. **Achsial-Turbinen,** bei welchen das Wasser parallel zur Achse durch den Motor fließt. Diese Turbinen haben jedoch im modernen Wasser-Turbinenbau ihre Bedeutung fast ganz verloren.
2. **Radial-Turbinen,** bei welchen das Wasser radial durch den Motor fließt und wobei wieder radialer Durchfluß von außen nach innen oder umgekehrt unterschieden wird.

Die noch vorkommende Einteilung in Diagonal- oder Konus-Turbinen, bei welchen das Wasser in Kegelflächen durch den Motor fließt, kann der seltenen Anwendung halber unberücksichtigt bleiben.

Nach der Beaufschlagung werden die Turbinen eingeteilt in:

1. **Vollbeaufschlagte Turbinen oder Voll-Turbinen,** bei welchen das Wasser am ganzen Umfang des arbeitenden Rades (Laufrad) wirksam ist.
2. **Teilweise beaufschlagte oder Partial-Turbinen,** bei welchen das Wasser nur auf einem Teil des Laufradumfanges wirksam ist.

Zum Schluß sei noch die Einteilung der Turbinen nach ihrer Anordnung erwähnt, wobei man:

1. **Turbinen mit stehender Welle** und
2. **Turbinen mit liegender Welle** unterscheidet.

Beide Arten können sowohl im offenen Schacht, als auch im geschlossenen Gehäuse, Kessel oder Spiralgehäuse zur Anwendung kommen.

§ 4.

Ableitung der Grundgleichung, deren Besprechung und grafische Darstellung.

Genaue und umfassende mathematische Aufschlüsse über die Vorgänge beim Durchfluß des Wassers durch die Turbinenkanäle ist man bis jetzt nicht imstande zu geben. Nur auf Grund verschiedener Annahmen können diese Vorgänge mit Hilfe allgemein giltiger Gesetze der Hydrodynamik verfolgt werden, wobei in erster Linie der Satz von der Erhaltung der Energie, oder die Gleichwertigkeit der Gefälls- und Geschwindigkeitshöhe wiederholt Anwendung findet.

Bevor zur Entwickelung der Grundgleichung geschritten wird, sei bemerkt, daß für dieselbe Kontinuität der Wasserbewegung durch die Turbine vorausgesetzt wird und daß die Berücksichtigung der Druckhöhenverluste infolge der Reibung des Wassers an den Kanalwänden, unvermeidlicher Wirbelbildungen etc., durch Einführung dieser Verluste als Bruchteile der Gefällshöhe H, (ϱ H) in die Rechnung, geschehen soll. (Siehe auch Fußnote Seite 9 Spalte rechts.)

Eine für alle Turbinen giltige Theorie läßt sich mit Hilfe der von H. v. Reiche*) schon verwendeten **Turbinenstange** ableiten, indem leicht erkennbar ist, daß ein Rad mit unendlichem Radius beliebig als Axial- oder Radial-Turbine gedacht werden kann.

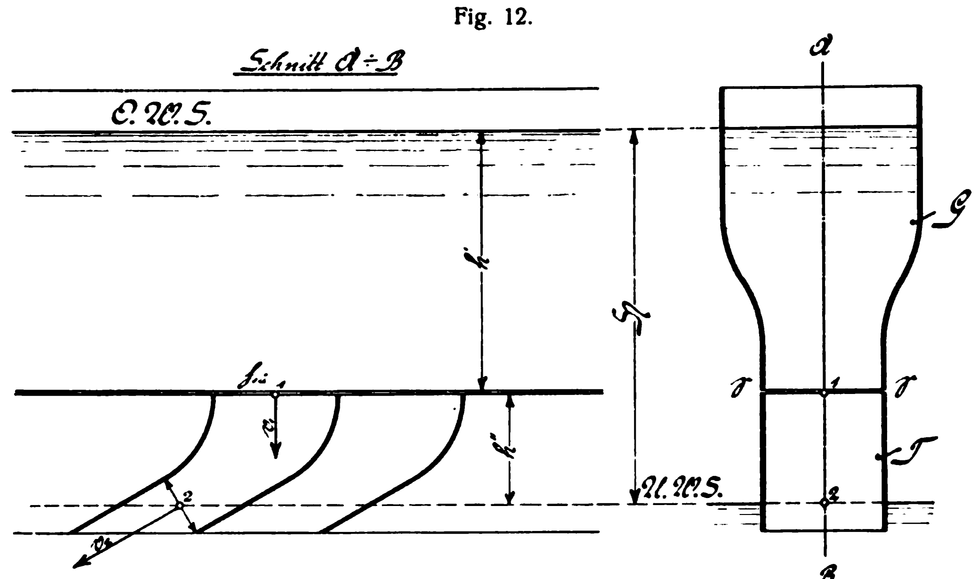
Betrachten wir die in Fig. 12 getroffene Anordnung, nach welcher ein mit Wasser gefülltes Gefäß G mit konstantem Wasserspiegel derartig über der, beliebig lang zu denkenden Turbinenstange T angeordnet ist, daß das Wasser derselben ihrer ganzen Länge nach zugeführt werden kann, wobei die Mitten der Austrittsquerschnitte für die erste Betrachtung in Höhe des Unterwasserspiegels liegen sollen, so wird bei Vernachlässigung der Verluste durch Reibung an den Gefäßwandungen und Schaufelflächen, durch Wirbelbildung etc., ferner bei Voraussetzung, daß durch den Spalt $\mathfrak{S} \div \mathfrak{S}$ kein Wasser entweichen kann, für eine **festgehalten gedachte Stange** T nach früher aufgestellten Gesetzen die Beziehung stattfinden müssen:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \mathfrak{h}_{1a} = h' \quad \text{(siehe Fig. 12).}$$

In dieser Gleichung bedeutet $\mathfrak{h}_{1a}$ die im sogenannten Spalt $\mathfrak{S} \div \mathfrak{S}$ noch vorhandene Pressung (potentielle

*) Siehe „Die Gesetze des Turbinenbaues" von H. v. Reiche, Verlag von Arthur Felix, Leipzig.

Fig. 12.



Energie), welche in der Folge stets mit **Spaltüberdruck***) bezeichnet werden soll.

Wie aus Fig. 12 ersichtlich ist, verengen sich die Querschnitte der Kanäle gegen den Austrittspunkt 2 zu und es wird daher der Spaltüberdruck $\mathfrak{h}_{1\ddot{u}}$ mit verwendet, um die Geschwindigkeit v_1 des durch die Turbinenstange fließenden Wassers auf v_2 zu vergrößern, und da gleichzeitig das Wasser um die Höhe h'' (Fig. 12) sinkt, so muß die Beziehung herrschen:

$$\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \mathfrak{h}_{1\ddot{u}} + h''$$

Durch Addition dieser beiden Gleichungen erhalten wir alsdann:

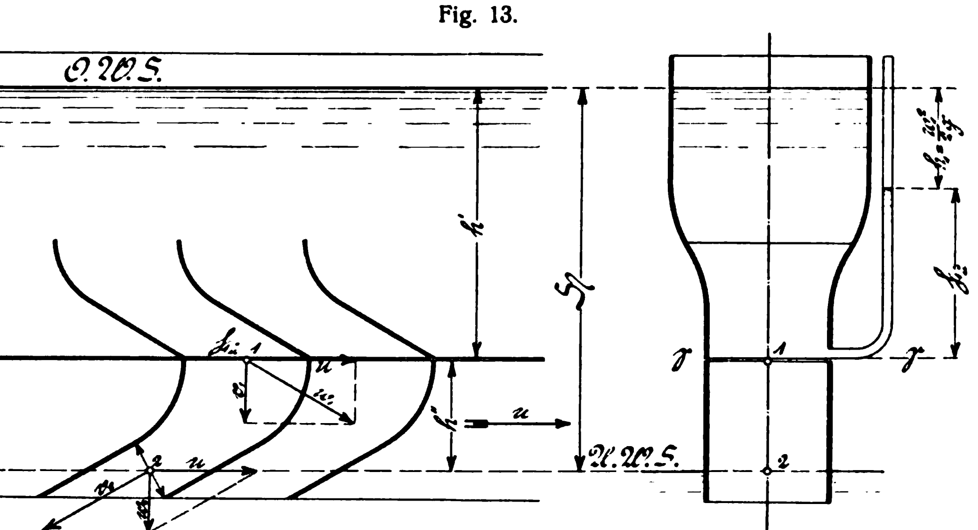
$$\frac{v_1^2}{2g} + \mathfrak{h}_{1\ddot{u}} + \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = h' + \mathfrak{h}_{1\ddot{u}} + h''$$

und da $\frac{v_1^2}{2g}$, sowie $\mathfrak{h}_{1\ddot{u}}$ aus der Gleichung fallen, so bleibt:

$$\frac{v_2^2}{2g} = h' + h'' = H.$$

Es ist demnach im Punkt 2 die ganze Gefällshöhe H in Geschwindigkeit umgesetzt, und somit die Pressung beim Austrittspunkt 2 gleich 0 geworden.

Fig. 13.



Das Wasser fließt also mit der ganzen, der Gefällshöhe H entsprechenden Geschwindigkeit v_2 aus der Stange T und es kann somit keine Energieabgabe an Letztere stattgefunden haben. Dies geht auch daraus hervor, daß die Stange festgehalten gedacht wurde und somit der zur Arbeitsleistung nötige Faktor Weg gleich 0 war.

Bewegt sich nun die Stange entsprechend ihrer Anordnung von links nach rechts mit der Geschwindigkeit u (Fig. 13), so muß auch jetzt wieder jeder Kanal derselben vom Wasser durchflossen werden, während gleichzeitig das Wasser der Stange mit deren Geschwindigkeit u folgen muß. Wir haben also auch hier wieder beim Eintritt (Punkt 1) zwei Komponenten, welche dem Wasser angehören müssen und wovon die eine wieder die relative Eintrittsgeschwindigkeit v_1, die andere die Transportkomponente (u) = der Geschwindigkeit u der Turbinenstange sein muß.

Beiden Forderungen kann jedoch nach dem früher Gesagten nur dann entsprochen werden, wenn wir das Wasser aus dem Behälter mit der Resultierenden aus v_1 und u, also mit der absoluten Geschwindigkeit w_1 an die Turbinenstange heranleiten.

Die hierdurch bedingte Führung des Wassers beim Austritt aus dem Behälter erreichen wir durch entsprechend geneigte und gekrümmte Schaufeln (Fig. 13), welche in dem Behälter anzubringen sind. Es wird somit das Wasser durch Schaufeln im Zuflußbehälter **geleitet**, weshalb diese Schaufeln als **Leitschaufeln** und das ganze Schaufelsystem als **Leitapparat** bezeichnet werden, während der bewegte Teil, die Turbinenstange, **Laufrad** genannt wird.

Beide zusammen bilden alsdann den eigentlichen Motor, **die Turbine.**

Langt nun das Wasser im Punkt 2 (Fig. 13), also beim Austrittspunkt an, so besitzt es die relative Geschwindigkeit v_2 und gleichzeitig die Transportkomponente (u), kann also das Laufrad nur mit der Resultierenden beider, also mit der **absoluten Geschwindigkeit w_2** verlassen.

Die absolute Geschwindigkeit w_2 ist notwendig, um das Wasser von der Turbine in den Untergraben abzuführen, es geht also die der Geschwindigkeit w_2

*) Zu der Bezeichnung Spaltüberdruck $\mathfrak{h}_{1\ddot{u}}$ sei gleich hier bemerkt, daß derselbe als direkt meßbare Größe im Spalt aufzufassen ist, zum Unterschied vom **Spaltdruck** $\mathfrak{h}_1$, der keine direkt meßbare Größe, sondern allgemein denjenigen Teil des Gesamtgefälles H vorstellt, der im Spalt noch nicht in Geschwindigkeit umgesetzt ist. Es wird demnach für unseren Fall der Spaltdruck: $\mathfrak{h}_1 = \mathfrak{h}_{1\ddot{u}} + h''$. Wegen $\mathfrak{h}_1$ u. $\mathfrak{h}_{1\ddot{u}}$ bei Turbinen mit Saugrohr s. Fußnote S. 13.

entsprechende Energiemenge $\frac{w_2^2}{2g}$ für die weitere Ausnützung verloren und dieser, für alle Turbinen zur Abführung des Wassers notwendige, sogenannte Austrittsverlust $\frac{w_2^2}{2g} = \delta \cdot H$ (siehe Seite 1) bildet den Ausgangspunkt der Berechnung und wird je nach den vorliegenden Verhältnissen prozentual zum Gefälle gewählt.

Kehren wir nun wieder zu unserer Ableitung zurück, so wird hier auch bei bewegtem Laufrad (Turbinenstange) die im Spalt auftretende Pressung, der Spaltüberdruck $\mathfrak{h}_{1ü}$ zur Beschleunigung der Laufraddurchflussgeschwindigkeit, also der relativen Geschwindigkeit von v_1 auf v_2 mitverwendet, wobei gleichzeitig das Wasser im Laufrad um die Höhe h'' sinkt. Wir erhalten somit wieder die Beziehung:

$$\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \mathfrak{h}_{1ü} + h''.$$

Da beim Eintritt ins Laufrad (Punkt 1) die absolute Geschwindigkeit w_1 als Resultierende aus v_1 und u vorhanden sein muß, so gibt die dieser Geschwindigkeit w_1 entsprechende Geschwindigkeitshöhe: $h_1 = \frac{w_1^2}{2g}$ in Verbindung mit dem Spaltüberdrück $\mathfrak{h}_{1ü}$, die für diesen Querschnitt verfügbare Gefällshöhe h', also:

$$\frac{w_1^2}{2g} + \mathfrak{h}_{1ü} = h'. \text{ *)}$$

Durch Addition beider Gleichungen, wobei wieder $\mathfrak{h}_{1ü}$ wegfällt, erhalten wir:

$$\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} + \frac{w_1^2}{2g} = h'' + h' = H$$

oder:

$$w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 = 2gH \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1.)$$

Dies ist die Grundgleichung der Turbinentheorie in ihrer einfachsten, elementarsten Form, deren weitere Entwickelung und Besprechung im Folgenden durchgeführt werden soll.

Zuvor wollen wir jedoch auf die Energieverluste, welche durch Reibung des Wassers an den Führungswänden und unvermeidliche Wirbelbildungen, ferner infolge der durch die Schaufelstärken beim Ein- und Austritt in Leit- und Laufrad bedingten kleinen Stöße etc. entstehen, bei Aufstellung der Grundgleichung Rücksicht nehmen. Diese Energieverluste können, wie schon früher in § 1 erwähnt wurde, als Bruchteile des vorhandenen Gefälles H dargestellt werden und bezeichnen wir demnach diese Verluste (vom O.W.S. bis zum U.W.S.) mit ϱH*), so wird an Stelle des ganzen Gefälles H nunmehr nur ein Betrag desselben:

$$H - \varrho H = H(1 - \varrho)$$

als **wirksames Gefälle** zur Ausnützung gelangen.

In dieser Gleichung bedeutet der Klammerausdruck:

$$1 - \varrho = \varphi$$

den sogenannten **Durchflußkoeffizienten,** welcher denjenigen Bruchteil des Gefälles angibt, der zur Erzeugung der Wassergeschwindigkeiten in Leit- und Laufrad verwendet werden kann, während der Rest $1 - \varphi = \varrho$ zur Überwindung oben erwähnter Widerstände verbraucht wird.

Es läßt sich somit die Grundgleichung unter Berücksichtigung obiger Energieverluste anschreiben in der Form:

$$w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 = \varphi\, 2gH \quad \ldots\ldots \quad 2.) \text{ **)}$$

Der Einfachheit halber sei im Folgenden statt des Produktes $\varphi\, 2gH$ stets c_e^2 gesetzt, womit sich ergibt:

$$c_e = \sqrt{\varphi\, 2gH}.$$

φH ist die effektive, hydraulisch wirksame Gefällshöhe und somit c_e die derselben entsprechende Geschwindigkeit, oder $\frac{c_e^2}{2g}$ die effektive Geschwindigkeitshöhe.

Ferner wollen wir im Folgenden zur Verallgemeinerung unserer Untersuchungen für H stets die Gefällseinheit 1 m einführen, da wir ja wissen, daß für beliebiges H die für H = 1 m gefundenen Geschwindigkeiten und Wassermengen nur mit $\sqrt{H}$ zu multiplizieren sind.

Es ist somit im Folgenden stets:

$$\varphi \cdot 2gH = c_e^2 = \varphi \cdot 2g \cdot 1$$

oder:

$$c_e^2 = \varphi \cdot 2g.$$

Wir erhalten also:

$$w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 = c_e^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2a.)$$

Ordnen wir diese vier Glieder so an, daß jede Seite der Gleichung ein positives und ein negatives Glied enthält, also:

$$w_1^2 - v_1^2 = c_e^2 - v_2^2$$

und schreiben wir ferner:

$$w_1^2 - v_1^2 = c_e^2 - v_2^2 = x^2,$$

so ist nach dem pythagoreischen Lehrsatz x die gemeinschaftliche Kathete zweier rechtwinkliger Dreiecke, deren Hypotenusen w_1 und c_e und deren andere Katheten v_1 und v_2 sind.

*) Indem wir auch hier wieder die Beziehung $\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \mathfrak{h}_{1ü} + h''$ wie auf Seite 8 erhalten, so ist analog der Fußnote Seite 8 der Spaltdruck:

$$\mathfrak{h}_1 = \mathfrak{h}_{1ü} + h''$$

woraus durch Einsetzung des aus der Gleichung $\frac{w_1^2}{2g} + \mathfrak{h}_{1ü} = h'$ erhaltenen Wertes von $\mathfrak{h}_{1ü}$ sich ergibt:

$$\mathfrak{h}_1 = h' - \frac{w_1^2}{2g} + h'' = H - \frac{w_1^2}{2g}.$$

*) Die Energieverluste des Wassers beim Durchfluß durch die Turbine in ihrer Abhängigkeit von den, durch die Turbinenkanäle gebildeten, einzelnen Wegstrecken und von den verschiedenen Übergängen ziffernmäßig zu bestimmen, ist nicht möglich und hätte andererseits auch keinen großen Wert, weil das Wasser nahezu unelastisch ist. Man trägt deshalb der Summe dieser Verluste durch Einführung des durch die Erfahrung gegebenen summarischen Koeffizienten ϱ Rechnung.

**) Bei Berücksichtigung der Verluste nimmt alsdann der Spaltdruck die Form:

$$\mathfrak{h}_1 = \varphi H - \frac{w_1^2}{2g}$$

an. (Vergleiche nebenstehende Fußnote).

Dadurch sind wir aber imstande, obigen Ausdruck und somit die Grundgleichung auf einfache Weise graphisch darzustellen. (Fig. 14).

Betrachten wir nun das Geschwindigkeitsparallelogramm beim Austritt aus dem Laufrad (Punkt 2, Fig. 13), so ist wohl nahe liegend, die Austrittsgrößen so zu wählen, daß die zur Ableitung des Wassers von der Turbine nötige, absolute Austrittsgeschwindigkeit w_2 senkrecht zur Austrittsebene und damit auch senkrecht zur Laufradgeschwindigkeit u steht, daß also Winkel $\alpha_2 = 90^0$ wird (Fig. 15).

Fig. 14.

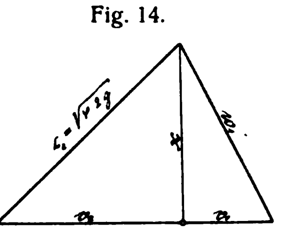
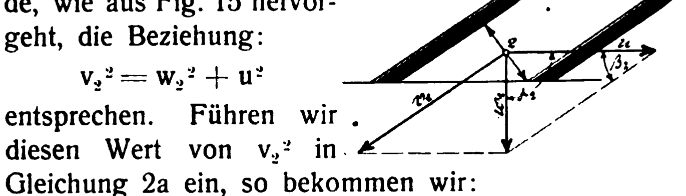


Fig. 15.



Dieser Annahme würde, wie aus Fig. 15 hervorgeht, die Beziehung:

$$v_2^2 = w_2^2 + u^2$$

entsprechen. Führen wir diesen Wert von v_2^2 in Gleichung 2a ein, so bekommen wir:

$$w_1^2 - v_1^2 + w_2^2 + u^2 = c_e^2$$

oder auch: $$w_1^2 - v_1^2 + u^2 = c_e^2 - w_2^2.$$

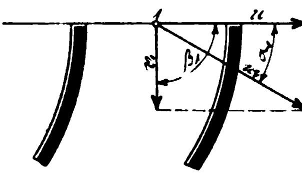
Ist nun ferner noch die für den Eintritt ins Laufrad meist benutzte **normale Annahme** des Winkels $\beta_1 = 90^0$ (Fig. 16) gegeben, so wird:

$$w_1^2 = v_1^2 + u^2,$$

womit obige Gleichung übergeht in die Form:

$$2\,u^2 = c_e^2 - w_2^2.$$

Fig. 16.



Zur graphischen Darstellung dieser Gleichung schreiben wir:

$$u^2 + u^2 = c_e^2 - w_2^2 = (x)^2$$

und erhalten somit den Ausdruck $\sqrt{c_e^2 - w_2^2} = (x)$ aus dem Diagramm Fig. 17, linke Seite. Zur Verzeichnung desselben wollen wir einen Durchflußkoeffizienten $\varphi = 0{,}87$ *), ferner einen Austrittsverlust $\delta = 0{,}04$ und den Winkel $\alpha_1 = 18^0$ annehmen. Wir erhalten somit:

$$c_e = \sqrt{\varphi\, 2g} = \sqrt{0{,}87 \cdot 2 \cdot 9{,}81} = 4{,}13 \text{ m}$$

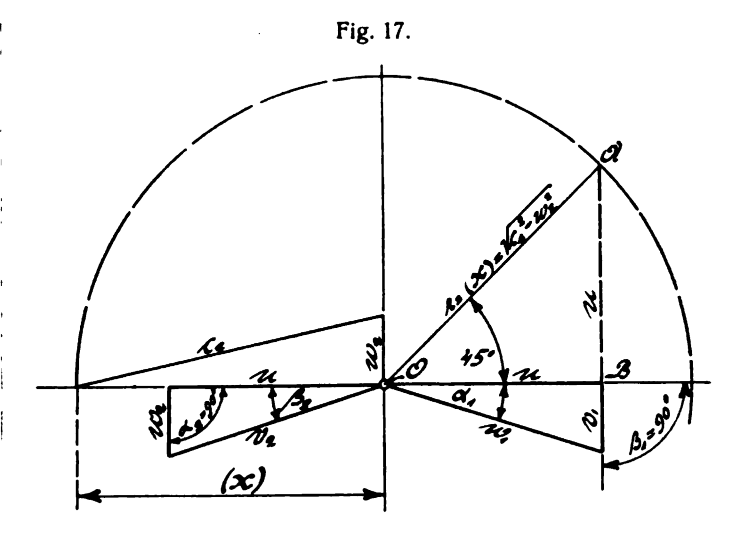
und: $$w_2 = \sqrt{\delta \cdot 2g} = \sqrt{0{,}04 \cdot 2 \cdot 9{,}81} = 0{,}886 \text{ m},$$

womit (x), wie auf der linken Seite von Fig. 17 gezeigt, festgelegt ist. Ziehen wir nun aus dem Ursprung O als Mittelpunkt einen Kreis vom Radius $r = (x) = \sqrt{c_e^2 - w_2^2}$ und unter 45° zur Horizentalen aus O einen Radius, so können wir das rechtwinklig gleichschenklige Dreieck OAB leicht vervollständigen, und es sind dessen beide Katheten gleich der gesuchten Umfangsgeschwindigkeit u gemäß der Beziehung:

$$u^2 + u^2 = (x)^2. \quad \text{(Siehe Fig. 17.)}$$

*) Es muß hier bemerkt werden, daß die Durchflußverluste guter Turbinen normaler Ausführung (mit Winkel $\beta_1 = 90^0$), etwa 12 ÷ 15 v. H. betragen und mit rund 13 v. H. in Rechnung gesetzt werden können, womit $\varphi = 1 - 0{,}13 = 0{,}87$ sich ergibt. (Siehe Seite 9.)

Fig. 17.



Wir sind nunmehr in der Lage, für die angenommenen Winkel $\alpha_1 = 18^0$, $\beta_1 = 90^0$ und $\alpha_2 = 90^0$ das Eintrittsdreieck*) auf der rechten Diagrammseite und das Austrittsdreieck auf der linken Diagrammseite hinzuzufügen (Fig. 17), wodurch die Geschwindigkeiten w_1, v_1, v_2 und Winkel β_2 festgelegt sind und womit also die Ermittelung der theoretischen Werte der Turbine durchgeführt ist.

Bei unseren seitherigen Betrachtungen setzten wir immer voraus, daß die Ausgießebene des Laufrades sich in Höhe des U.W.S. befinde. Wir wollen im Folgenden nunmehr untersuchen, welchen Einfluß ein Tiefer- oder Höhersetzen der Turbine auf unsere bis jetzt gefundenen Resultate hat.

§ 5.

Das Tauchen der Turbine im Unterwasser und ihre Aufstellung über demselben.

Vorerst sei angenommen, daß der Austrittspunkt 2 tiefer als der U.W.S. liege, die Turbine also um die Höhe h im Unterwasser tauche (Fig. 18). Die Durchflußverluste seien wieder gleich 0.

Infolge der **Tauchhöhe** h erhalten wir für den Austritt aus dem Laufrad (Punkt 2) die Gleichung:

$$\frac{v_2^2}{2g} + h = \frac{v_1^2}{2g} + \mathfrak{h}_{1a} + h'' + h,$$

aus welcher, wie leicht zu erkennen ist, die Tauchhöhe h

*) Wir wollen der Einfachheit halber künftig statt der vollständigen Geschwindigkeitsparallelogramme am Laufrad-Ein- und -Austritt nur noch die betreffenden Geschwindigkeitsdreiecke betrachten, weil unseren Interessen damit ebenso gedient ist, indem sich das Parallelogramm aus 2 kongruenten Dreiecken zusammensetzt. Ferner wollen wir der Kürze halber in Zukunft anstatt Geschwindigkeitsdreieck am Eintritt oder Austritt einfach Eintrittsdreieck oder Austrittsdreieck sagen. (Siehe auch Fußnote Seite 5.)

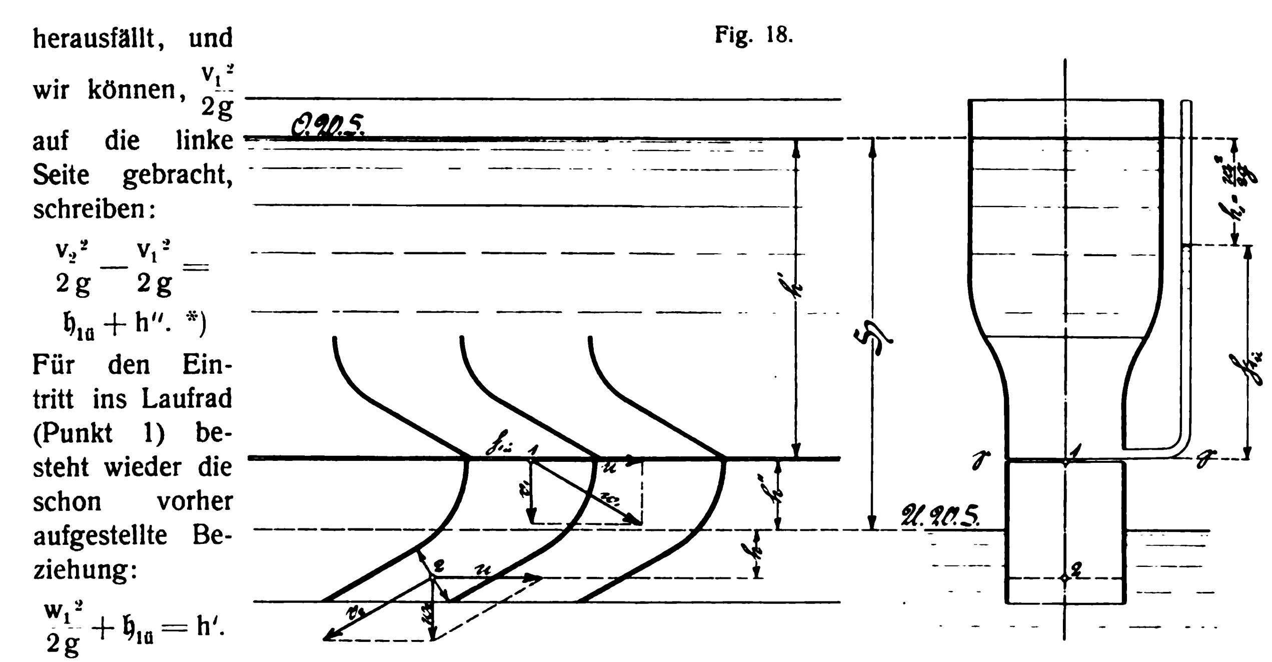
herausfällt, und wir können, $\frac{v_1^2}{2g}$ auf die linke Seite gebracht, schreiben:

$$\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \mathfrak{h}_{1a} + h''. \text{ *)}$$

Für den Eintritt ins Laufrad (Punkt 1) besteht wieder die schon vorher aufgestellte Beziehung:

$$\frac{w_1^2}{2g} + \mathfrak{h}_{1a} = h'.$$

Fig. 18.



Addieren wir beide Gleichungen, wobei wieder der Spaltüberdruck $\mathfrak{h}_{1a}$ herausfällt, so wird:

$$\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} + \frac{w_1^2}{2g} = h'' + h' = H$$

oder: $$w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 = 2g\,H.$$

Dies ist aber wieder genau unsere vorher aufgestellte Gleichung 1, woraus wir ersehen, daß beim Tauchen der Turbine ins Unterwasser ebenfalls die Höhendifferenz zwischen Ober- und Unterwasserspiegel, also das Gefälle H zur Ausnutzung gelangt, und daß es somit für den Effekt der Turbine ganz gleichgiltig ist, ob dieselbe in Höhe des Unterwasserspiegels oder beliebig tief unter demselben ausgießt, sofern man von der sehr geringen Reibung des Wassers an den Kränzen des Laufrades bei der Bewegung desselben absieht.

Bei Berücksichtigung der Verluste durch Reibung, Wirbelung etc. müßte anstatt H wieder die wirksame Gefällshöhe φ H eingeführt werden, also wieder Gleichung 2a zur Anwendung kommen.

Fig. 19.

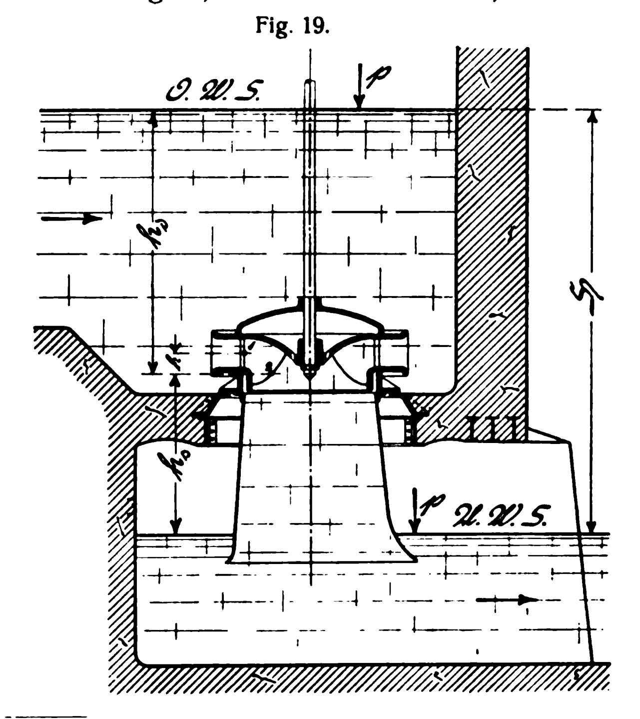
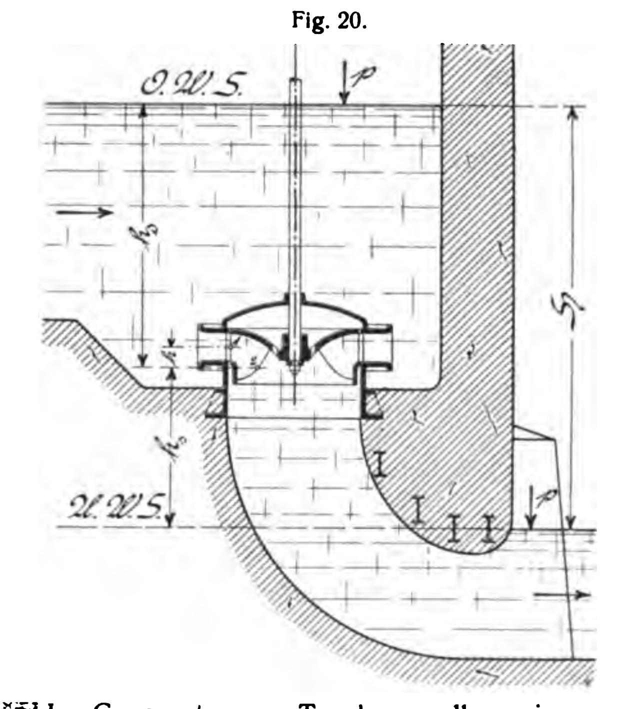


Fig. 20.



Im Gegensatz zum Tauchen wollen wir nunmehr die für moderne Turbinen so wichtige **Aufstellung über dem Unterwasserspiegel**, oder wie sie kurz benannt wird, die **Aufstellung im Saugrohr** besprechen. Bei derselben wird die über dem Unterwasserspiegel aufgestellte Turbine mittels eines Saugrohres aus Blech (Fig. 19) oder durch einen Betonkrümmer (Fig. 20) luftdicht mit dem Unterwasser verbunden.

Aus beiden Figuren ist zu ersehen, daß hierbei nur ein Teil des Gefälles H als **Druckgefälle** h_d zur Geltung kommt, während das andere Teilgefälle als sogenanntes

---

*) Nach der Gleichung $\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \mathfrak{h}_{1a} + h''$, welche wir schon auf Seite 8 und 9 wiederholt erhalten haben, wird auch hier wieder der Spaltdruck:

$$\mathfrak{h}_1 = \mathfrak{h}_{1a} + h''.$$

Beim Tiefertauchen der Turbine wird nun h'' immer kleiner (Fig. 18), wodurch sich der Spaltüberdruck $\mathfrak{h}_{1a}$ mehr und mehr dem Spaltdruck $\mathfrak{h}_1$ nähert und für $h'' = 0$, wenn also der Spalt in Höhe des UWS liegt, wird:

$$\text{Spaltdruck } \mathfrak{h}_1 = \text{Spaltüberdruck } \mathfrak{h}_{1a},$$

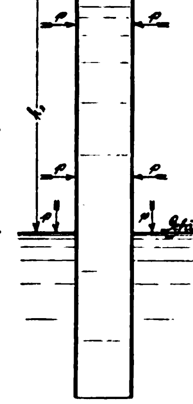
wonach für diesen speziellen Fall der Spaltdruck $\mathfrak{h}_1$ tatsächlich als mittels Piezometer meßbare Größe im Spalt auftritt.

Sauggefälle h_s wirkt. Im Folgenden wollen wir nun die Wirkungsweise und die Ausnutzung desselben durch den Motor betrachten.

Der bekannte, einfache Versuch aus der Physik, eine am einen Ende durch einen Boden luftdicht abgeschlossene Röhre in ein Gefäß mit Wasser zu tauchen und dieselbe, nachdem sie sich mit Wasser gefüllt hat, mit dem Boden nach oben aus dem Wasser hochzuziehen, zeigt uns, daß das Wasser mit der Röhre, sie voll anfüllend, über den Wasserspiegel des Gefäßes hochsteigt (Fig. 21).

Dieses Mithochsteigen des Wassers in der Röhre ist eine Folge des einseitig wirkenden Atmosphärendruckes p*), welcher allseitig auf die Röhre und auf den Wasserspiegel im Gefäß einwirkt. Dadurch, daß die Wände der Röhre starr und fest sind, nehmen sie den Atmosphärendruck auf und entziehen so das Wasser im Innern der Röhre seinem Einfluß. Es ist somit leicht einzusehen, daß der auf dem Wasserspiegel des Gefäßes lastende Atmosphärendruck es ist, welcher das Wasser in der Röhre hochtreibt und es wird darnach zwischen dem Atmosphärendruck p und der Wassersäule in der Röhre offenbar dann ein Beharrungszustand eintreten, wenn:

Fig. 21.

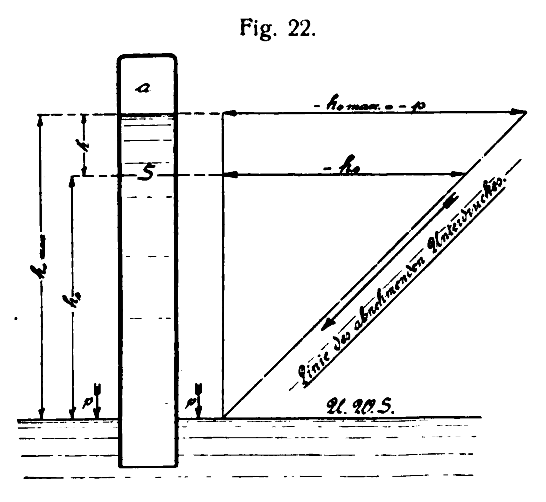


$$h_{s\,max} = p$$

geworden ist.

Ein weiteres Hochziehen der Röhre über $h_{s\,max}$ hinaus hat nun ein Lostrennen der Wassersäule vom Boden in derselben zur Folge, wodurch sich in der Höhe $h_{s\,max} = p$ über dem Gefäßwasserspiegel (Unterwasserspiegel) ein Wasserspiegel im Rohr bildet (Fig. 22).

Fig. 22.



In dem darüber entstandenen Hohlraum a wird dann ein Druck herrschen, der um $h_{s\,max}$ geringer ist als der Atmosphärendruck p und da $h_{s\,max} = p$ ist, so ergibt sich der absolute Druck im Hohlraum a zu:

$$p - h_{s\,max} = 0,$$

das heißt, es herrscht in demselben die absolute Pressung 0, er ist luftleer.

Bezeichnen wir nun Pressungen unter dem Atmosphärendruck p als **Unterdruck** mit negativem Vorzeichen, (im Gegensatz dazu steht der **Überdruck** mit positivem Vorzeichen, der Pressungen über dem Atmosphärendruck p liegend bezeichnet) so ist leicht zu erkennen, daß dieser Unterdruck seinen Höchstwert in Höhe $h_{s\,max}$ bei a erreicht und $- h_{s\,max} = - p$ sein wird. An dieser Stelle herrscht jedoch auch die absolute Pressung 0, wonach die Pressung 0 identisch gleich dem Unterdruck $- h_{s\,max} = - p$ sein muß.

Betrachten wir nun irgend eine Stelle S zwischen Rohr- und Gefäßwasserspiegel, die um h m unterhalb des Ersteren liege, so herrscht hier:

die absolute Pressung $0 + h = h$
oder der Unterdruck $- h_{s\,max} + h = - h_s$.

Der Unterdruck muß also gegen den Gefäßwasserspiegel zu abnehmen in dem Maße, als nach obigem der absolute Druck entsprechend der Zunahme der Wassersäulenhöhe h im Rohr zunimmt, so daß wir im Gefäßwasserspiegel selbst:

den absoluten Druck $0 + h_{s\,max} = p$
oder den Unterdruck $- h_{s\,max} + h_{s\,max} = 0$

bekommen.

Wir können somit auf Grund dieser Betrachtungen folgenden Satz aufstellen:

An jeder Stelle eines Saugrohres in der beliebigen Höhe h_s (bis zu $h_{s\,max} = p$) über dem Unterwasserspiegel herrscht ein Unterdruck, der gleich dieser Höhe h_s, der sogenannten Saughöhe ist.

Verbinden wir nun das Saugrohr in der Höhe h_s mit dem Ausguß einer Turbine (Fig. 19 und 20), so findet das Ausgießen der Turbine in einen Raum statt, in welchem ein der Saughöhe h_s entsprechender Unterdruck ($- h_s$) herrscht, welcher nach Maßgabe seiner Größe h_s den Atmosphärendruck p hinter der Turbine aufhebt.

Es ist somit an der Ausgußstelle 2 eine Druckdifferenz:

$$p + h_d - (p - h_s) = h_d + h_s = H$$

wirksam.

Hieraus erkennen wir aber, daß neben dem Druckgefälle h_d auch das Sauggefälle h_s und damit das Gesamtgefälle H voll zur Ausnutzung gelangt, und daß somit unbeschadet des Effektes der Turbine deren Aufstellung über dem Unter-

*) Der Atmoshärendruck p hängt bekanntlich von der Höhenlage eines Ortes ab und erreicht sein Maximum am Meeresspiegel mit im Mittel 10,33 m Wassersäule oder 760 mm Quecksilbersäule.



wasserspiegel innerhalb der für h_s gegebenen Grenzen beliebig gewählt werden darf.*)

Die Grenze von h_s, bis zu welcher man mit Aufstellung der Turbine über dem U.W.S. gehen kann, ist theoretisch durch $h_{s\,max} = p$ gegeben. Aus praktischen Gründen jedoch, und mit Rücksicht auf etwaige Störung der Wasserführung namentlich in geneigten Saugrohren und bei Regulatorbetrieb infolge Annäherung von h_s an $h_{s\,max}$ geht man heute mit h_s meist nur bis $0{,}7 \div 0{,}8\, h_{s\,max}$.

Eine weitere Begründung dieser Vorsichtmaßregel finden wir darin, daß die in jedem Wasser befindlichen, gasförmigen Beimengungen (wie Kohlensäure und Luft) unter dem Unterdruck im Saugrohr ihr Volumen vergrößern, also das spezifische Gewicht des Wassers verringern und demnach bei großer Saughöhe (großem Unterdruck) die Saugwirkung möglicherweise nicht unerheblich beeinträchtigen können. Im Übrigen ist bezüglich der äußerst zulässigen Saughöhe h_s gegebenenfalles noch zu beachten, daß die Turbine dem O.W.S. nur insoweit genähert werden darf, als gute Wasserzuführung zum Leitapparat gesichert und schädliche Luftwirbelbildung am O.W.S. über der Turbine ausgeschlossen erscheint, worüber immer nur von Fall zu Fall entschieden werden kann.

Fig. 23.

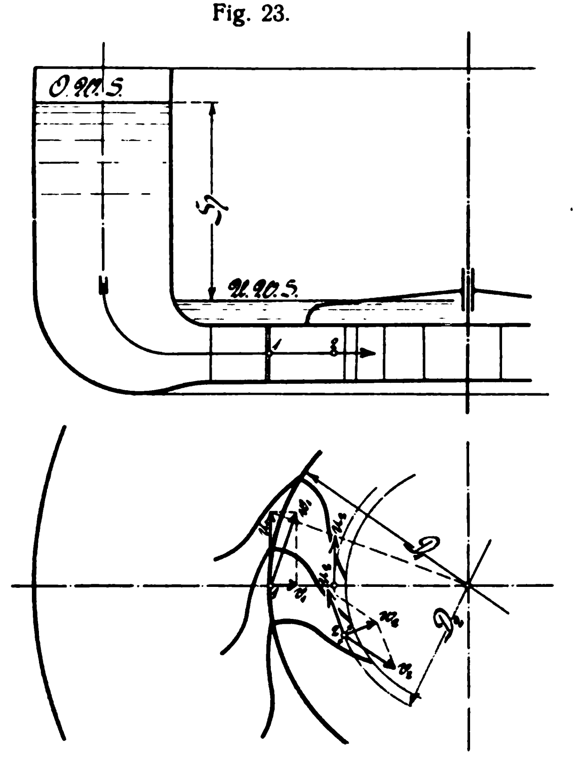
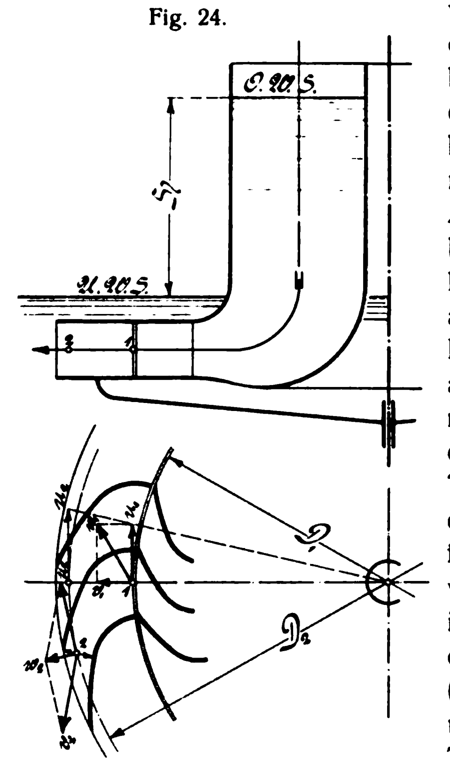


Fig. 24.



Nachdem wir im Seitherigen unsere Betrachtungen lediglich der Turbinenstange widmeten, wollen wir im Folgenden das für dieselbe Gefundene und für die Achsial-Turbine ohne weiteres Gültige verallgemeinern, d. h. auf Turbinen mit verschiedener Umfangsgeschwindigkeit, auf die Radial-Turbinen ausdehnen.

§ 6.

Einfluß der verschiedenen Umfangsgeschwindigkeit auf die Grundgleichung bei der Radial-Turbine.

Bevor wir zur Weiterentwicklung der Grundgleichung und zu ihrer Anwendung auf die Radial-Turbine schreiten, wollen wir die der Radial-Turbine entsprechende Anordnung betrachten. Je nachdem wir die Achse der Turbine jetzt in endlicher Entfernung auf Seite des Laufrades oder auf der des Leitrades anordnen, erhalten wir eine Turbine mit radialem Durchfluß des Wassers von außen nach innen, also nach der Achse zu (Fig. 23), oder umgekehrt eine Turbine mit radialem Durchfluß von innen nach außen, also von der Achse weg (Fig. 24).

---

*) Stellen wir auch hier wieder Betrachtungen bezüglich des Spaltüberdruckes $\mathfrak{h}_{1\ddot{u}}$ und des Spaltdruckes $\mathfrak{h}_1$ an, so finden wir für diesen Fall aus Fig. 19 bezw. 20 unser $h' = h_d - h$ und $h'' = h_s + h$ und dementsprechend für Punkt 1 die Beziehung:

$$\frac{w_1^2}{2g} + \mathfrak{h}_{1\ddot{u}} = h' = h_d - h.$$

Wird nun der Spalt so hoch über dem U.W.S. angeordnet, daß $h' = \frac{w_1^2}{2g}$ wird, so ist der Spaltüberdruck $\mathfrak{h}_{1\ddot{u}} = 0$, wogegen der Spaltdruck $\mathfrak{h}_1$ hier die Größe:

$$\mathfrak{h}_1 = H - \frac{w_1^2}{2g} = H - (h_d - h) = h_s + h = h''$$

besitzt, was wir auch aus der vorigen allgemeinen Beziehung $\mathfrak{h}_1 = \mathfrak{h}_{1\ddot{u}} + h''$ für $\mathfrak{h}_{1\ddot{u}} = 0$ erhalten würden. (Siehe Fußnote Seite 11.)

Es kann demnach je nach der Höhenlage der Turbine zwischen Ober- und Unterwasserspiegel der Spaltüberdruck höchstens = dem Spaltdruck (siehe Fußnote Seite 11), oder beliebig kleiner als dieser, ja selbst = 0 und sogar bei weiterer Verkleinerung von h' negativ werden.

Dies setzt jedoch stets voraus, daß der Spalt in die Atmosphäre ausmünde. Bei Turbinen mit Sauggefälle wird aber wohl ausnahmslos und zweckmäßigerweise das Saugrohr so angeordnet, daß der Spalt in Letzteres ausmündet. (Siehe Fig. 19 und 20.) Hierbei wird alsdann am Spalt außer $\mathfrak{h}_{1\ddot{u}}$ noch das der Höhenlage desselben über dem U.W.S. entsprechende Sauggefälle, welches wir $h_{s\mathfrak{S}}$ nennen wollen, also insgesamt ein Spaltüberdruck:

$$\mathfrak{h}_{1\ddot{u}\mathfrak{S}} = \mathfrak{h}_{1\ddot{u}} + h_{s\mathfrak{S}}$$

wirksam sein. Nach Fig. 18 ist aber das am Spalt wirksame Sauggefälle $h_{s\mathfrak{S}} = h''$ und somit:

$$\mathfrak{h}_{1\ddot{u}\mathfrak{S}} = \mathfrak{h}_{1\ddot{u}} + h''.$$

Laut Fußnote Seite 8 ist aber auch:

$$\mathfrak{h}_1 = \mathfrak{h}_{1\ddot{u}} + h''$$

und somit: $\mathfrak{h}_{1\ddot{u}\mathfrak{S}} = \mathfrak{h}_1$,

wonach also bei Turbinen, deren Spalt in das Saugrohr ausmündet, Spaltdruck und Spaltüberdruck identische Begriffe sind.

Es ist hierbei jederzeit:

$$\mathfrak{h}_{1\ddot{u}\mathfrak{S}} = \mathfrak{h}_1 = H - \frac{w_1^2}{2g}$$

derjenige Druck, unter welchem das, den sogenannten Spaltverlust bildende Wasser aus dem Spalt austritt.

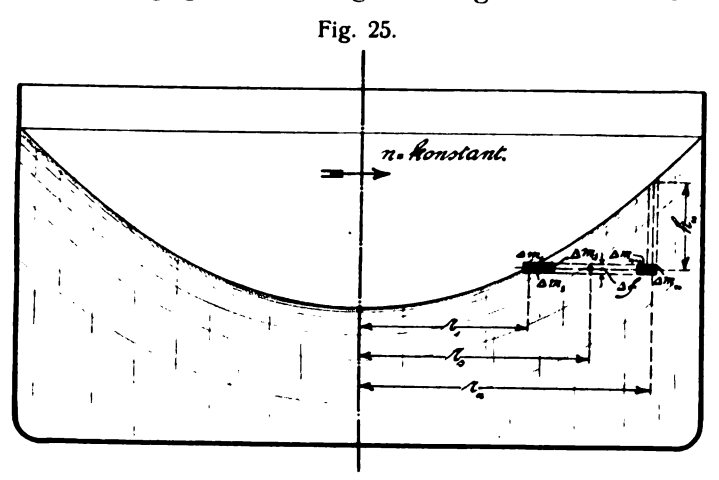
Die erste Anordnung (Fig. 23) wurde von dem Amerikaner **Francis** erstmals getroffen, nach ihm **Francis-Turbine** genannt und bildet heute das im modernen Turbinenbau vorherrschende System, während das zweite System (Fig. 24), die **Fourneyron-Turbine,** nach ihrem Konstrukteur, dem Franzosen **Fourneyron,** benannnt, heute fast jede Bedeutung verloren hat.

Betrachten wir nun zunächst die Francis-Turbine (Fig. 23), so ist leicht zu erkennen, daß die Laufradumfangsgeschwindigkeit in Richtung des Wasserdurchflusses betrachtet, also von außen nach innen, abnimmt, somit $u_1 > u_2$ wird und es muß demnach das Wasser, welches durch die um die Achse rotierenden Laufradkanäle fließt, unter dem Einfluß der Zentrifugalkraft stehen. Derselbe ist nun einerseits unabhängig von der Neigung oder Krümmung der Laufradkanäle*) und andererseits kann auch die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser durch die Kanäle fließt (relative Geschwindigkeit) die Zentrifugalkraft nicht beeinflussen, die Wassergeschwindigkeit kann also auch gleich 0 sein und somit können wir für unsere folgenden Betrachtungen ohne Weiteres ein gewöhnliches, um seine Achse rotierendes und mit Wasser gefülltes Gefäß von zylinderischer Form annehmen (Fig. 25).

Bei der Rotation dieses Gefäßes mit beliebiger, aber konstant bleibender Tourenzahl wird der, früher im Ruhezustand des Gefäßes horizontal gewesene Wasserspiegel nunmehr infolge der Zentrifugalkraft nach außen hin ansteigen, also eine Rotationsfläche bilden, deren Achse mit der Gefäßachse (Drehachse) zusammenfällt, und diese Rotationsfläche stellt den Gleichgewichtszustand für eine beliebige aber konstant bleibende Tourenzahl n vor.

Die Erzeugende (Meridian) dieser Drehfläche wird eine gesetzmäßig gekrümmte Kurve sein, deren E n t s t e h u n g s u r s a c h e die Z e n t r i f u g a l k r a f t ist und deren K r ü m m u n g s g e s e t z im Folgenden abgeleitet werden soll.

Fig. 25.



Nachdem nun Gleichgewicht herrscht, müssen die in jedem Punkt der Drehfläche herrschenden hydraulischen Pressungen, die wir allgemein mit $\mathfrak{h}$ bezeichnen wollen, gleich 0 sein. Betrachten wir nun eine Ebene senkrecht zur Rotationsachse, auf welcher die Wasserteilchen $\Delta m_1 \div \Delta m_n$ in den Abständen $r_1 \div r_n$ von der Achse gelegen sind (Fig. 25), so sehen wir, daß das Wasserteilchen Δm_n eine Pressung $\mathfrak{h}_n$ erfahren muß, nachdem es um die Druckhöhe h_n tiefer als die Drehfläche liegt. Gleichzeitig erkennen wir jedoch, daß in den daneben liegenden Wasserteilchen $\Delta m_{n-1} \div \Delta m_3$, Δm_2, Δm_1 die Pressungen abnehmen (weil auch die Druckhöhen h gegen die Achse hin abnehmen), bis endlich das Wasserteilchen Δm_1, welches auf der, im Gleichgewichtszustand befindlichen Rotationsfläche liegt, eine Pressung $\mathfrak{h}_1 = 0$ erleidet. Indem aber die Entstehung der Rotationsfläche eine Folge der Zentrifugalkraft ist, so wird die Zentrifugalkraft die Ursache der, mit den Abständen von der Rotationsachse zunehmenden Pressungen sein müssen.

Es wird nun das Wasserteilchen Δm_1 infolge der ihm innewohnenden Zentrifugalkraft, nennen wir sie ΔC_1, einen dieser entsprechenden Druck $\Delta f \cdot \mathfrak{h}_1$ (wenn Δf den Querschnitt des Wasserteilchens bedeutet) auf das außen benachbarte Teilchen Δm_2 ausüben, welches diesen nebst dem seiner eigenen Zentrifugalkraft ΔC_2 entsprechenden Druck auf das folgende Teilchen Δm_3 weiter fortpflanzt u. s. w., bis endlich das Wasserteilchen Δm_n den der Summe aller Zentrifugalkräfte sämtlicher Wasserteilchen $\Delta m_1 \div \Delta m_n$ entsprechenden Druck P auszuhalten haben wird, welcher sich ergeben muß zu:

$$P = \Sigma \Delta C = \Delta f \cdot \mathfrak{h}_n.$$

Die Summe der Zentrifugalkräfte aller auf demselben Radius liegenden Wasserteilchen $\Delta m_1 \div \Delta m_n$ muß aber offenbar gleich sein der Zentrifugalkraft des ganzen, kleinen Wasserprismas vom Querschnitt Δf und der Länge $r_n - r_1$, wenn wir dasselbe am Schwerpunktsradius $r_s = \frac{r_n + r_1}{2}$ mit der Tourenzahl n rotieren lassen.

Die allgemeine Formel für die Zentrifugalkraft ist, wie aus der Mechanik bekannt:

$$C = \frac{m \cdot v^2}{r}.$$

Darin bedeutet: m die im Schwerpunkt konzentriert gedachte Masse des rotierenden Körpers, v die Umfangsgeschwindigkeit und r den Abstand des Schwerpunktes von der Drehachse.

Das Gewicht unseres rotierenden Wasserprismas ist:

$$G = \Delta f \cdot (r_n - r_1) \cdot \gamma,$$

worin das spez. Gewicht γ, für Wasser $= 1$ gesetzt werden darf. Es ist demnach die Masse des Prismas:

$$m = \frac{G}{g} = \frac{\Delta f \cdot (r_n - r_1)}{g},$$

worin g die Erdbeschleunigung $= 9,81$ bedeutet.

Der Schwerpunktsradius des Prismas ist:

$$r_s = \frac{r_n + r_1}{2}$$

*) Indem die Zentrifugalkraft stets radial von innen nach außen wirkt, muß ihr Einfluß auf eine im Laufradkanal befindliche Wassermenge in einer, mit zunehmender Entfernung von der Achse zunehmenden Pressung bestehen. Pressungen in Flüssigkeiten pflanzen sich aber nach allen Seiten gleichmäßig fort, wonach irgend eine Neigung oder Krümmung des Turbinenkanals den Einfluß der Zentrifugalkraft nicht beeinträchtigen kann.

und die Schwerpunktsgeschwindigkeit:

$$v = \frac{2 r_s \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{(r_n + r_1) \cdot \pi \cdot n}{60}.$$

Wir erhalten somit durch Einführung dieser Werte in vorige allgemeine Gleichung für die Zentrifugalkraft die des Wasserprismas zu:

$$C = \frac{\Delta f \cdot (r_n - r_1) \cdot \pi^2 \cdot (r_n + r_1)^2 \cdot n^2}{g \cdot 60^2 \cdot \frac{(r_n + r_1)}{2}}.$$

Zähler und Nenner durch $(r_n + r_1)$ dividiert, gibt:

$$C = \frac{\Delta f \cdot (r_n^2 - r_1^2) \cdot \pi^2 \cdot n^2 \cdot 2}{g \cdot 60^2}.$$

In der Spalte rechts Seite 14 sahen wir, daß das Wasserteilchen Δm_n infolge der Zentrifugalkraft einen Druck P erfährt, welcher der Summe der Zentrifugalkräfte aller Wasserteilchen $\Delta m_1 \div \Delta m_n$, also der Zentrifugalkraft C des Wasserprismas vom Querschnitt Δf entspricht und es muß demnach sein:

$$P = C = \Delta f \cdot \mathfrak{h}_n.$$

Es muß jedoch die Pressung $\mathfrak{h}_n$ gleich der Druckhöhe h_n werden, da nur der Druck $\Delta f \cdot h_n$ es sein kann, welcher der Zentrifugalkraft des Wasserprismas das Gleichgewicht hält, wonach auch:

$$C = \Delta f \cdot h_n$$

ist. Diesen Wert für C eingesetzt, erhalten wir:

$$\Delta f \cdot h_n = \frac{\Delta f \cdot (r_n^2 - r_1^2) \cdot \pi^2 \cdot n^2 \cdot 2}{g \cdot 60^2}.$$

Δf hebt sich aus der Gleichung und wir erhalten, bei gleichzeitiger Zerlegung:

$$h_n = \frac{2 r_n^2 \pi^2 n^2}{g \cdot 60^2} - \frac{2 r_1^2 \pi^2 n^2}{g \cdot 60^2},$$

welche Gleichung sich auch anschreiben läßt in der Form:

$$h_n = \frac{1}{2g} \cdot \left(\frac{2 r_n \pi n}{60}\right)^2 - \frac{1}{2g} \cdot \left(\frac{2 r_1 \pi n}{60}\right)^2.$$

Es ist nun $\frac{2 r_n \pi n}{60}$ gleich der Umfangsgeschwindigkeit u_n des Wasserteilchens Δm_n, während $\frac{2 r_1 \pi n}{60}$ die Umfangsgeschwindigkeit u_1 des Wasserteilchens Δm_1 vorstellt, womit die Gleichung übergeht in:

$$h_n = \frac{u_n^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g}.$$

Die beiden Ausdrücke $\frac{u_n^2}{2g}$ und $\frac{u_1^2}{2g}$ stellen jedoch die Geschwindigkeitshöhen der Wasserteilchen Δm_n bezw. Δm_1 vor und wir können somit auf Grund obiger Gleichung folgenden Satz aufstellen:

Der durch die Zentrifugalkraft wachgerufene Pressungsunterschied zweier, in gleicher Höhenlage, jedoch in verschiedenen Abständen (Radien) von der Rotationsachse liegenden Wasserteilchen einer in Rotation befindlichen Wassermenge ergibt sich als Differenz der, den Umfangsgeschwindigkeiten beider Wasserteilchen entsprechenden Geschwindigkeitshöhen.

Für den speziellen Fall, daß $u_1 = 0$ wird, wonach das Teilchen Δm_1 in der Rotationsachse liegen müßte, geht obige Gleichung für einen allgemeinen Radius r über in die Form:

$$h = \frac{u^2}{2g}.$$

Setzen wir in dieser Gleichung für u dessen Wert $\frac{2 r \pi n}{60}$ ein, und fassen wir die konstanten Größen $\left(\frac{2 \pi n}{60}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g}$ zu $\frac{1}{2\mathfrak{p}}$ zusammen, so erhalten wir:

$$r^2 = 2 \mathfrak{p} \cdot h.$$

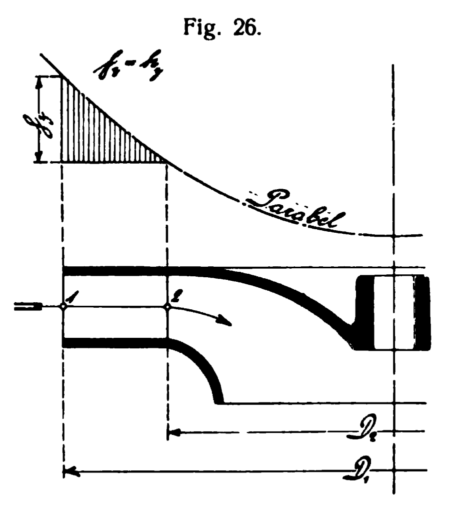
Dies ist aber die Gleichung einer Parabel mit dem Scheitel im Nullpunkt im rechtwinkligen Koordinatensystem, wonach die Erzeugende (Meridian) der Rotationsfläche eine Parabel und die Drehfläche selber ein Paraboloid sein muß.

Wenden wir uns nunmehr wieder der Francis-Turbine zu, auf welche wir nach unseren Erwägungen auf Seite 14 ohne weiteres das Resultat vorstehender Untersuchungen anwenden können, so sehen wir, daß die Laufradumfangsgeschwindigkeit $u_1 > u_2$ wird. Es muß demnach die Zentrifugalkraft in der besprochenen Weise zur Geltung kommen und zwar derart, daß sich zwischen den Punkten 1 und 2 ein Pressungsunterschied einstellt, der nach dem Vorhergesagten gleich der Differenz der, den Umfangsgeschwindigkeiten entsprechenden Geschwindigkeitshöhen ist, also:

$$\mathfrak{h}_3 = h_3 = \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}\text{*)} \quad \text{(Fig. 26).}$$

Da nun das Wasser nach dem Verlassen des Laufrades in Punkt 2 an der Rotation des Ersteren nicht mehr teilnimmt, so bildet dieser den Ausgangspunkt der Pressungsdifferenzen, welche demnach von hier aus dem Gesetz der Parabel folgend stetig bis zum Punkt 1 zu ihrem Höchstwert $\mathfrak{h}_3 = h_3$ anwachsen (Fig. 26).

Fig. 26.



Im Punkt 2 wird demnach durch die Zentrifugalkraft nichts an den Druckverhältnissen geändert, wogegen von Punkt 2 bis Punkt 1 eine, der Durchflußrichtung des Wassers entgegen wirkende Pressung $\mathfrak{h}_3$ stetig wachsend sich entwickelt.

Gleichzeitig wirkt vom Eintrittspunkt 1 bis zum Austrittspunkt 2, also in entgegengesetzter Richtung, der schon früher erwähnte Spaltdruck $\mathfrak{h}_1$ in stetiger Weise, um die relative Eintrittsgeschwindigkeit v_1 auf die relative Austrittsgeschwindigkeit v_2 zu beschleunigen.

*) Vergleiche auch die Bemerkung in der Spalte nebenan: Pressung $\mathfrak{h}_n$ = Druckhöhe h_n.

Es entwickeln sich somit diese beiden Einflüsse, Zentrifugalkraft einerseits und Spaltdruck andererseits, in entgegengesetzter Richtung (siehe Fig. 27 und 28) und es ist demnach leicht einzusehen, daß die Erstere einen, ihrer eigenen Größe gleichkommenden Teil des Letzteren aufheben muß, so daß im Spalt nicht mehr der Betrag $\mathfrak{h}_1$, sondern nur noch ein Teil desselben:

$$\mathfrak{h}_1' = \mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_3$$

zur Beschleunigung von v_1 auf v_2 verfügbar ist. $\mathfrak{h}_1'$ wird **wirksamer Spaltdruck** genannt und es ist klar, daß dessen Verwendung zur Beschleunigung des Wassers von v_1 auf v_2 auf der Wegstrecke $1 \div 2$ nicht an ein bestimmtes Gesetz gebunden ist, wie etwa die Entwicklung von $\mathfrak{h}_3$ zwischen den Punkten 2 und 1, sondern dieselbe hängt lediglich ab von der Formgebung bezw. vom Querschnittsübergang des Laufradkanales zwischen den Punkten 1 und 2. Der allgemeine Verlauf des wirksamen Spaltdruckes $\mathfrak{h}_1'$ zwischen den Punkten 1 und 2 ist durch Fig. 28 in etwas wiedergegeben und es ist einleuchtend, daß es dem Konstrukteur überlassen ist, durch entsprechende Formgebung des Laufradkanales den Verlauf der $\mathfrak{h}_1'$ Kurve zwischen der als gegeben zu betrachtenden Anfangsordinate $\mathfrak{h}_1'$ und dem Auslaufpunkt 2 nach Belieben festzulegen.

Fig. 27.

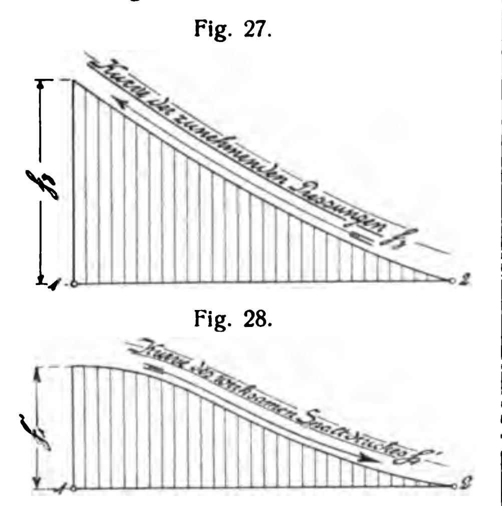


Fig. 28.

Es ergibt sich also der wirksame Spaltdruck $\mathfrak{h}_1'$ nach Vorigem aus dem sogenannten **effektiven Spaltdruck** $\mathfrak{h}_1$ zu:

$$\mathfrak{h}_1' = \mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_3 \text{ und da } \mathfrak{h}_3 = \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}, \text{ so wird:}$$

$$\mathfrak{h}_1' = \mathfrak{h}_1 - \left(\frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}\right).$$

Indem nun nur mehr $\mathfrak{h}_1'$ die Beschleunigung der relativen Geschwindigkeit von v_1 auf v_2 bewirken kann, so ist auch:

$$\mathfrak{h}_1' = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$$

und somit auch:

$$\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \mathfrak{h}_1 - \left(\frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}\right)$$

oder:

$$\mathfrak{h}_1 = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}.$$

Bedenken wir nun, daß der effektive Spaltdruck $\mathfrak{h}_1$ derjenige Gefällsteil von H ist, der im Spalt noch nicht in Geschwindigkeit umgesesetzt ist (siehe Fußnote Seite 8), so ergibt sich auch hier wieder, wie bei der Turbinenstange:

$$\frac{w_1^2}{2g} + \mathfrak{h}_1 = H \text{ oder: } \mathfrak{h}_1 = H - \frac{w_1^2}{2g}.$$

(Siehe Fußnote Seite 9).

Damit läßt sich obige Gleichung aber schreiben in der Form:

$$H - \frac{w_1^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}$$

oder:

$$\frac{w_1^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} = H$$

und somit:

$$w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 + u_1^2 - u_2^2 = 2\,g\,H.$$

Für $H = 1$ und bei Berücksichtigung der Energieverluste durch Reibung, Wirbelung etc., wobei wieder $\varphi = (1 - \varrho)$ den Durchflußkoeffizienten (siehe Seite 9) vorstellt, wird:

$$w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 + u_1^2 - u_2^2 = \varphi\,2\,g = c_e^2 \quad . \; . \; . \; 3.)$$

welche Beziehung nun die Grundgleichung in ihrer allgemeinen Form darstellt und die Grundlage für alle Turbinenberechnungen bildet.

Wollen wir z. B. obige Gleichung für eine Achsialturbine anwenden, wobei $u_1 = u_2$ wird, so erhalten wir die Form:

$$w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 = c_e^2,$$

wie sie der Gleichung 2a der Turbinenstange entspricht.

Ist nun die Laufradumfangsgeschwindigkeit $u_2 > u_1$, was bei den Fourneyron-Turbinen (Fig. 24) zutrifft, so wird die Differenz $\frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}$ negativ, d. h. die Zentrifugalkraft entwickelt sich in derselben Richtung wie der Spaltdruck und es wird außer diesem noch die der Zentrifugalkraft entsprechende Pressung $\mathfrak{h}_3 = \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}$ zur Beschleunigung der relativen Geschwindigkeit von v_1 auf v_2 beitragen.

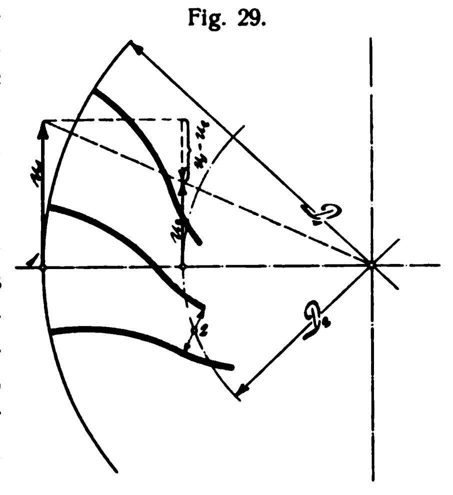
Aus vorstehender Ableitung ist zu ersehen, daß bei den Francis-Turbinen die Differenz $\frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}$ einen Teil des effektiven Spaltdruckes $\mathfrak{h}_1$, und indem $\mathfrak{h}_1$ einen Teil des Gefälles H bildet, auch einen Teil des Letzteren aufhebt, der somit zur Bildung der Wassergeschwindigkeiten im Laufrad verloren geht.

Bei den Reaktionsturbinen wird jedoch infolge Beschleunigung der relativen Geschwindigkeit von v_1 auf v_2 die Reaktionswirkung erzeugt und da der Spaltdruck $\mathfrak{h}_1$ die Ursache dieser Beschleunigung ist, so wird bei Verminderung desselben um $\mathfrak{h}_3 = \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}$ die Beschleunigung und damit auch die Reaktionswirkung eine geringere werden. Die Folge davon wäre ein Energieverlust, wenn nicht ein Rückgewinn an Energie in anderer Form, wie folgende Betrachtung zeigt, stattfinden würde.

Das Wasser besitzt bei seinem Eintritt ins Laufrad (Punkt 1) eine der Laufradumfangsgeschwindigkeit u_1 gleichwertige Transportkomponente (u_1) (Fig. 29), während beim Austritt (Punkt 2) das Wasser nur noch die Transportkomponente (u_2) besitzt. Es nimmt daher vom Eintritt bis zum Austritt die Transportkomponente von (u_1) auf (u_2) ab, indem auch die derselben gleichwertige Laufradumfangsgeschwindigkeit im gleichen Maße kleiner wird. Dies ist aber gleichbedeutend mit einer Ablenkung des Wassers entgegen der Drehrichtung der

Turbine um den Betrag $u_1 - u_2$ (Fig. 29), woraus ein Energiegewinn durch Ablenkung (Aktion) resultiert, welcher die, bei den gemischt wirkenden Turbinen (wie die Francis-Turbine, durch Aktion und Reaktion) schon vorhandene Aktionswirkung (infolge Ablenkung des Wassers durch die gekrümmten Schaufeln) vergrößert. Das Maß dieser Vergrößerung der Energieabgabe infolge der zusätzlichen Ablenkung des Wassers um $u_1 - u_2$ ist offenbar:

Fig. 29.



$$\mathfrak{h}_a = \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}.$$

Dies ist aber gleich dem Energieverlust infolge der durch die Zentrifugalkraft verminderten Reaktionswirkung:

$$\mathfrak{h}_8 = \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}.$$

Es ist demnach bei der Francis-Turbine der scheinbare Verlust durch verminderte Reaktion gleich dem scheinbaren Gewinnn durch erhöhte Aktion, so daß infolge der verschiedenen Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades weder ein Energie-Gewinn noch -Verlust, sondern lediglich eine Verschiebung des Verhältnisses der Wirkungsweisen, Reaktion einerseits und Aktion andererseits, um den Betrag $\frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}$ stattfindet.

Bei der inneren Radial-Turbine (Fourneyron-Turbine) wird, da $u_2 > u_1$ ist, diese zusätzliche Ablenkung negativ, stellt also einen scheinbaren Energieverlust an Aktion vor, der jedoch infolge des dort auftretenden scheinbaren Energiegewinnes durch vermehrte Reaktion aufgehoben wird. (Siehe auch Seite 16.)

Für Achsialturbinen kommt obige Betrachtung naturgemäß nicht in Frage, indem $u_1 = u_2$ und somit weder zusätzliche noch abzügliche Aktion bezw. Reaktion im Sinne des Vorstehenden eintritt. Es kann hier auch das ganze effektive Gefälle $\varphi \cdot H$ zur Erzeugung der Wassergeschwindigkeiten in der Turbine verwendet werden, wonach die Austrittsquerschnitte am Laufrad bei Achsialturbinen kleiner gemacht werden können als bei Francis-Turbinen, um unter sonst gleichen Verhältnissen eine gegebene Wassermenge zu verarbeiten.

§ 7.

Rückführung der allgemeinen Grundgleichung 3 auf die einfache Form der Grundgleichung der Turbinenstange.

Größtmöglicher Wirkungsgrad bei wechselnder Beaufschlagung, leichte Zugänglichkeit in allen Teilen, gute Regulierbarkeit und ein großes Anpassungsvermögen an vorhandene, festliegende Verhältnisse und Bedingungen sind die hauptsächlichsten Anforderungen, welche an moderne Turbinen gestellt werden.

Allen diesen Anforderungen entspricht in hohem Maße die äußere Radial-Turbine, die Francis-Turbine in ihren verschiedenen Ausführungsformen, welche infolgedessen alle anderen Vollturbinensysteme verdrängt hat und heute für kleine und mittlere Gefälle fast ausschließlich zur Anwendung gelangt. Es sei daher auch im Folgenden dieses Turbinensystem Gegenstand der weiteren Ausführung.

Die allgemeine Grundgleichung 3 hat gelautet:

$$w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 + u_1^2 - u_2^2 = c_e^2.$$

In derselben ist für $H = 1$ m vorerst nur das $c_e^2 = \varphi \cdot 2g$ bezw. $c_e = \sqrt{\varphi \cdot 2g}$ bekannt und das ist die, dem effektiven Gefälle $\varphi = 1 - \varrho$ entsprechende Geschwindigkeit.

Schreiben wir nun die Grundgleichung in der Form:

$$w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 = c_e^2 - (u_1^2 - u_2^2)$$

und setzen wir für: $c_e^2 - (u_1^2 - u_2^2) = c_e'^2$ ein, so geht dieselbe über in: $w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 = c_e'^2$.

Wir sehen also, daß diese Form der Gleichung 3 sich von der für die Turbinenstange giltigen Gleichung 2a nur dadurch unterscheidet, daß das zur Erzeugung der Wassergeschwindigkeiten im Motor verwendete, wirksame Gefälle $\varphi = \frac{c_e^2}{2g}$ bei der Radial-Turbine um den Betrag $\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}$ vermindert wird, somit jetzt unser wirksames Gefälle:

$$\frac{c_e^2}{2g} - \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} = \frac{c_e'^2}{2g} \text{ ist.*)}$$

Es wird also in erster Linie unsere Aufgabe sein müssen, die beiden Umfangsgeschwindigkeiten u_1 und u_2 festzulegen, worauf dann in der Grundgleichung nur noch drei Unbekannte, w_1, v_1 und v_2 vorkommen.

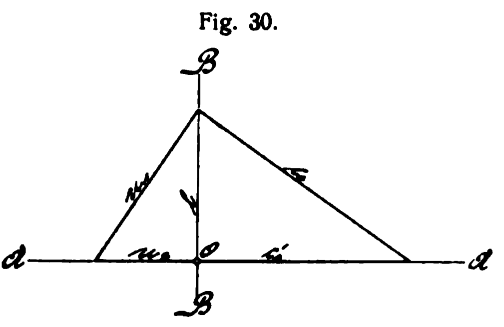
Der Ausdruck $c_e'^2 = c_e^2 - (u_1^2 - u_2^2)$ läßt sich alsdann auf einfachem Wege graphisch zur Darstellung bringen, indem wir schreiben:

$$u_1^2 - u_2^2 = c_e^2 - c_e'^2 = l^2.$$

*) $\frac{c_e'^2}{2g}$ nennen wir die wirksame Geschwindigkeitshöhe (im Gegensatz zur effektiven Geschwindigkeitshöhe $\frac{c_e^2}{2g}$), weil nur sie zur Erzeugung der Geschwindigkeiten wirksam ist. Bei der Turbinenstange ist demnach die wirksame Geschwindigkeitshöhe gleich der effektiven Geschwindigkeitshöhe.

Nehmen wir wieder ein rechtwinkliges Achsenkreuz A ÷ A, B ÷ B (Fig. 30) an, und tragen wir u_2 nach links hin auf, nehmen wir ferner u_1 in den Zirkel und schneiden aus dem Endpunkt von u_2 auf der Achse B ÷ B die Strecke l ab, so erhalten wir das c_e', indem wir aus dem gefundenen l und c_e das zweite rechtwinklige Dreieck ergänzen.

Fig. 30.



Damit ist man aber in der Lage, die Radial-Turbine in ebenso einfacher Weise zu behandeln, wie die Turbinenstange, man muß sich nur das an Stelle von c_e zu setzende c_e' aus c_e, u_1 und u_2 Vorstehendem gemäß verschaffen.

---

§ 8.

Die Vorgänge in der Francis-Turbine bei veränderlicher Beaufschlagung mittels drehbarer Leitschaufeln.

Wir haben gesehen, daß sich die Grundgleichung der Radial-Turbine von derjenigen der Turbinenstange nur dadurch unterscheidet, daß bei Ersterer an Stelle des c_e^2 der Letzteren das $c_e'^2 = c_e^2 - (u_1^2 - u_2^2)$ tritt, daß also bei der Radial-Turbine das wirksame Gefälle nur um den Betrag $\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}$ vermindert werden muß, während sonst die Grundgleichung in beiden Fällen dieselbe ist und wir wollen nun einen Schritt weiter gehen und die Vorgänge in der Francis-Turbine bei veränderlicher Beaufschlagung betrachten.

Im Bau von Francis-Turbinen hat in neuerer Zeit die Drehschaufelregulierung, d. h. die Regulierung des Wasserzuflusses zur Turbine mittels um feststehende Bolzen drehbarer Leitschaufeln (Siehe Fig. 31, 32 und Seite 19 Spalte rechts), welche anfangs der fünfziger Jahre des vorigen Jahrhunderts (wohl im Jahre 1854) von dem im Dienste der Firma C. M. Webers in Berlin stehenden Ingenieur und nachmaligen Professor Fink erfunden wurde, fast alle anderen Reguliervorrichtungen verdrängt. Diese Fink'sche Drehschaufelregulierung besitzt den großen Vorzug, daß sie für die verschiedenen Beaufschlagungen vor allen anderen Systemen relativ gute Nutzeffekte ergibt und eine zuverlässige, rechnerische Verfolgung der Vorgänge in der Turbine bei wechselnder Beaufschlagung ermöglicht, weshalb wir auch lediglich diese beste und weitverbreitetste Regulierungsart unseren folgenden Betrachtungen zu Grunde legen wollen.

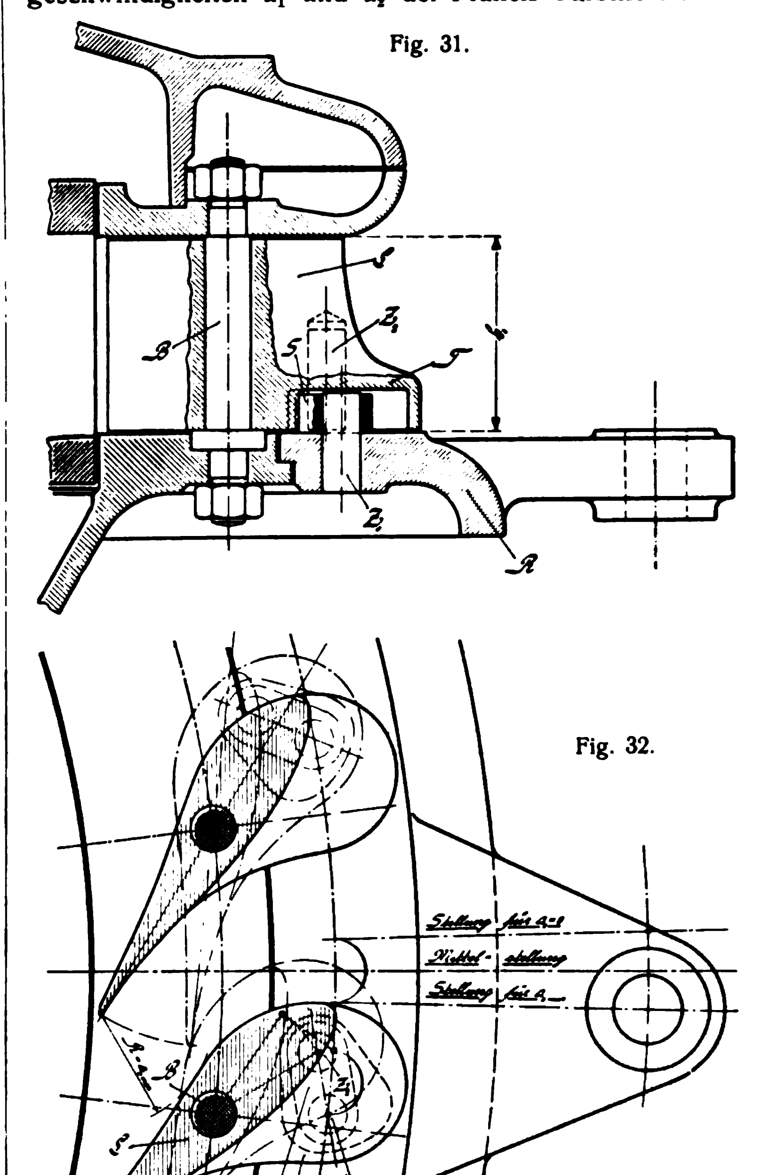
Auf Seite 10 erhielten wir bei Betrachtung der Turbinenstange für die Annahmen: Winkel $\alpha_2 = 90^0$ und Winkel $\beta_1 = 90^0$ den analytischen Ausdruck für die Umfangsgeschwindigkeit:

$$2u^2 = c_e^2 - w_2^2 \quad \text{oder:} \quad u = \sqrt{\frac{c_e^2 - w_2^2}{2}}.$$

Wir übertragen nun diese beiden Annahmen $\alpha_2 = 90^0$ und $\beta_1 = 90^0$ auf die Francis-Turbine, wobei natürlich an Stelle des u der Turbinenstange die Umfangsgeschwindigkeiten u_1 und u_2 der Francis-Turbine treten

Fig. 31.

Fig. 32.



müssen. Es sind also wieder die Ausdrücke: $v_2^2 = u_2^2 + w_2^2$ und: $w_1^2 = u_1^2 + v_1^2$ in die Grundgleichung $w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 + u_1^2 - u_2^2 = c_e^2$ einzuführen und wir erhalten:

$$u_1^2 + v_1^2 - v_1^2 + u_2^2 + w_2^2 + u_1^2 - u_2^2 = c_e^2.$$

v_1^2 und u_2^2 fallen aus der Gleichung, es wird:

$$2u_1^2 = c_e^2 - w_2^2$$

und dieser Ausdruck deckt sich vollkommen mit dem für die Turbinenstange ermittelten. **Es ergibt sich also die Umfangsgeschwindigkeit u_1 am Laufradeintritt für die Francis-Turbine genau ebenso, wie für die**

Turbinenstange, und es ist somit die Umfangsgeschwindigkeit u_1 unabhängig von der Art des Wasserdurchflusses durch die Turbine.

Die Annahme $v_2^2 = u_2^2 + w_2^2$ bildete nun im älteren Turbinenbau fast ausnahmslos die Grundlage für die Berechnung der Turbinen,*) während im neueren Turbinenbau, d. h. im Bau von Francis-Turbinen, meist die, wohl von Professor Pfarr (Darmstadt) seinerzeit als Direktor der Maschinenfabrik J. M. Voith, Heidenheim, in die Praxis eingeführte Regel, daß bei $^3/_4$ Beaufschlagung die relative Austrittsgeschwindigkeit gleich der Laufradumfangsgeschwindigkeit beim Austritt, also:

$$u_2 = v_2$$

sei, zugrunde gelegt wird.**)

Indem nun die Querschnitte am Laufradaustritt konstant bleiben, ist ohne weiteres klar, daß sich v_2 proportional mit der Beaufschlagung ändert, und daß somit für volle Beaufschlagung das größte v_2:

$$v_{2\,max} = {}^4/_3 \cdot u_2 = 1{,}333 \cdot u_2$$

werden muß.

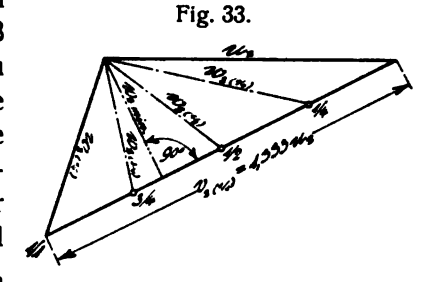
Diese Annahme bietet, wie wir noch sehen werden, gewisse theoretische und praktische Vorteile, weshalb wir sie im Folgenden, soferne nicht ausdrücklich anderes bemerkt wird, für unsere Berechnungen beibehalten wollen.

Da wir uns in der Folge viel mit den verschiedenen Beaufschlagungen beschäftigen werden, so wollen wir für dieselben allgemein das Zeichen λ einführen und z. B. statt volle Beaufschlagung einfach $\lambda = {}^1/_1$ oder statt $^3/_4$ Beaufschlagung $\lambda = {}^3/_4$ schreiben. Ferner sollen die, für die verschiedenen Beaufschlagungen sich ergebenden Geschwindigkeiten die entsprechenden Beaufschlagungsziffern in Klammern ($^1/_1$); ($^3/_4$) u. s. f. als Zeiger erhalten, z. B. für $\lambda = {}^1/_1$:

$$v_{2(^1/_1)} = 1{,}333 \cdot u_2.$$

Fig. 33 zeigt die Geschwindigkeitsdreiecke beim Laufradaustritt für $\lambda = {}^1/_1$; $^3/_4$; $^1/_2$ und $^1/_4$ gemäß Vorstehendem und es sei gleich hier bemerkt, daß heute die für Turbinen äußerst noch in Frage kommende, praktische untere Grenze der Beaufschlagung wohl nie unter $\lambda = {}^1/_4$ gelegt wird und wir erkennen aus Fig. 33, daß für die, demnach zu $\lambda = {}^1/_1$ und $\lambda = {}^1/_4$ äußerst an-

Fig. 33.



zunehmenden, praktischen Beaufschlagungsgrenzen sich fast dieselben w_2 ergeben, daß also der entsprechende Austrittsverlust: $\frac{w_2^2}{2g}$ im Verhältnis zum kleinsten und somit günstigsten $\frac{w_{2\,min}^2}{2g}$, das zwischen $\lambda = {}^3/_4$ und $\lambda = {}^1/_2$ sich ergibt, in beiden Fällen keinen zu hohen Wert erreicht. Unter der Voraussetzung $v_{2(^1/_1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ verteilen sich also die Austrittsverluste sehr günstig auf die praktisch in Frage kommenden Beaufschlagungen, worin der vorhin erwähnte praktische Vorteil der Annahme $v_{2(^1/_1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ liegt.

Im Vorstehenden wurde die Änderung der Geschwindigkeitsverhältnisse beim Laufradaustritt im Zusammenhang mit der Veränderung der Beaufschlagung mittels Drehschaufeln gezeigt und es fragt sich jetzt, wie ändern sich hierbei die Geschwindigkeiten am Laufradeintritt.

Bevor wir dahin gehende Untersuchungen anstellen, sei kurz erwähnt, daß das Wesen der Drehschaufelregulierung darin besteht (Siehe Fig. 31 und 32), durch eine geringe Teildrehung des Regulierringes R sämtliche, mittels Schubstängchen S*) oder mittels anderer Elemente am Regulierring angelenkten Leitschaufeln L gleichzeitig um die feststehenden Bolzen B zu drehen, wodurch der Leitradwinkel α_0 und damit auch die lichte Weite a_0 zwischen zwei benachbarten Leitschaufeln zwischen 0 und einem Größtwert $\alpha_{0(^1/_1)}$ bezw. $a_{0(^1/_1)} = a_{0\,max}$ variiert werden kann.

Der lichte Querschnitt zwischen zwei benachbarten Schaufeln: $f_0 = a_0 \cdot b_0 = t_0 \cdot \sin \alpha_0 \cdot b_0$ ändert sich hierbei also innerhalb der durch $a_0 = 0$ und $a_{0\,max}$ gegebenen Grenzen und es ist im Hinblick auf die konstant bleibenden Durchflußquerschnitte des Laufrades leicht einzusehen, daß infolge der mit zunehmender Beaufschlagung von 0 aus stetig zunehmenden Leitradquerschnitte die Austrittsgeschwindigkeit w_0 am Leitapparat stetig kleiner werden muß in dem Maße als λ größer wird, weil eben mit zunehmendem λ der Unterschied zwischen den größer werdenden Leitradquerschnitten und den konstant bleibenden Laufradquerschnitten immer geringer wird, wonach dem Satz von der Erhaltung der Energie entsprechend der Druck in den Leitradaustrittsquerschnitten, der Spaltdruck $\mathfrak{h}_0$ immer größer werden muß. Dieses $\mathfrak{h}_0$, welches wir bis auf Weiteres genügend genau unserem $\mathfrak{h}_1$ (ebenso wie w_0 unserem w_1) gleichsetzen dürfen, wird alsdann aufgebraucht, um bei den gegebenen Laufradquerschnitten die für Verarbeitung der immer größer werdenden Wasser-

*) Der ältere Turbinenbau befaßte sich hauptsächlich mit der Ausführung von Achsial-Turbinen, bei welchen behufs Regelung des Wasserzuflusses zur Turbine meist Zelle für Zelle am Leitapparat mit Hilfe von Schiebern, Klappen od. dergl. zu- bezw. abgeschaltet wurde. Bei diesen Regulierungen ergaben sich natürlich für die verschiedenen Beaufschlagungen immer dieselben Geschwindigkeitsverhältnisse in der Turbine und es wurde deshalb für die Berechnung der günstigste Fall, d. h. $v_2^2 = u^2 + w_2^2$ zugrunde gelegt.

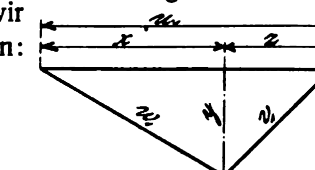
**) In § 9 werden wir sehen, daß diese Konstruktionsregel für große Umfangsgeschwindigkeiten unter Umständen schlechte Verhältnisse am Laufradeintritt liefert und aus diesem Grunde dann durch eine andere ersetzt werden muß.

*) Die in Fig. 31 und 32 dargestellte Konstruktion einer Fink'schen Drehschaufelregulierung ist der Firma J. M. Voith in Heidenheim durch D. R. P. No. 99590, Klasse 88 geschützt. Das patentfähige Moment derselben bildet die mit der Leitschaufel in einem Stück gegossene Tasche T, welche das Schubstängchen S samt den Regulierzapfen Z_1 und Z_2 vollkommen abdeckt, also nach außen abschließt und so vor Berührung mit mechanischen Beimengungen des Wassers schützt. Hierdurch wird nicht nur weitgehende Leichtbeweglichkeit der ganzen Regulierung gewährleistet, sondern es ist damit auch dem Verschleiß der Regulierzapfen und Schubstängchen in wirksamer Weise entgegengearbeitet.

mengen nötigen, größeren Wassergeschwindigkeiten im Laufrad zu erzeugen. Aus diesem Grund wird die Fink'sche Drehschaufelregulierung auch **Spaltdruckregulierung** genannt und wir werden auf deren Feinheiten, insbesondere auch auf den Zusammenhang zwischen $\mathfrak{h}_0$ und $\mathfrak{h}_1$ bezw. w_0 und w_1 in § 14 noch zurückkommen. Im übrigen soll bis dahin im Folgenden stets nur mit $\mathfrak{h}_1$ und w_1 gerechnet werden.

In Fig. 34 liege nun ein ganz beliebiges Geschwindigkeitsdreieck für den Laufradeintritt vor, für welches wir ohne weiteres schreiben können:

Fig. 34.



$$w_1^2 - x^2 = y^2 = v_1^2 - z^2$$

oder:

$$w_1^2 - v_1^2 = x^2 - z^2.$$

Es ist nun:

$$x^2 - z^2 = (x + z) \cdot (x - z)$$

und da: $$x + z = u_1$$

und: $$z = u_1 - x$$

ist, so wird:

$$x^2 - z^2 = u_1 \cdot (x - u_1 + x) = 2\,u_1 \cdot x - u_1^2$$

und damit:

$$w_1^2 - v_1^2 = 2\,u_1 \cdot x - u_1^2.$$

Führen wir diesen Wert von $w_1^2 - v_1^2$ in die allgemeine Grundgleichung 3 ein, so erhalten wir:

$$2\,u_1 \cdot x - u_1^2 + v_2^2 + u_1^2 - u_2^2 = c_e^2$$

und indem u_1^2 herausfällt so ergibt sich:

$$2\,u_1 \cdot x + v_2^2 = c_e^2 + u_2^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4.)$$

In dieser Gleichung sind für gegebenes u_1, u_2 und konstant anzunehmendes c_e*) die Größen x und v_2 gegenseitig von einander abhängig, und x als Projektion von w_1 auf u_1 ist eine Funktion von v_2, ist also bei gegebenen übrigen Größen von v_2 allein abhängig und umgekehrt. v_2 bedingt also x und umgekehrt, und indem x größer, gleich oder kleiner als u_1 sein kann und somit den Charakter des Eintrittsdreieckes bedingt, so wollen wir x als Charakteristikum des Eintrittsdreieckes und die Gleichung 4 als Charakteristik bezeichnen.

Ist demnach für eine Turbine u_1 gewählt und durch Entwurf eines passenden Radprofiles u_2 gemäß der Beziehung $u_2 = u_1 \cdot \frac{D_2}{D_1}$ gegeben (Siehe Fig. 38), so ist unser $v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ bestimmt und durch dieses wieder x festgelegt.

Für festliegendes u_1 und x ist jedoch wieder z bestimmt und wir können mit Bezug auf Fig. 34 schreiben:

$$w_1^2 - v_1^2 = x^2 - z^2 = \text{konstant}.$$

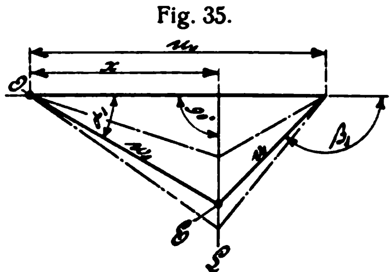
*) Wir dürfen in der Gleichung $c_e^2 = \varphi \cdot 2g$ den Durchflußkoeffizienten φ etwa bis herab zu $\lambda = {}^1\!/_4$ praktisch als konstant annehmen, für unsere theoretischen Untersuchungen jedoch wollen wir denselben überhaupt als konstant voraussetzen, wobei wir von $\lambda \cong {}^1\!/_4 \div \lambda = 0$ herab (infolge des hierbei in Wirklichkeit rasch abnehmenden φ) von der Wirklichkeit etwas abweichende Verhältnisse erhalten, was jedoch in Hinblick darauf, daß $\lambda = {}^1\!/_4$ als praktisch untere Grenze der Beaufschlagung gelten darf, ohne wesentlichen Belang ist.

Es ist also durch gegebenes u_1 und durch ein gewähltes Radprofil der Ausdruck $w_1^2 - v_1^2 =$ konstant gegeben, wonach das im Abstand x vom Ursprung O auf u_1 errichtete Lot L (Fig. 35) der geometrische Ort der durch w_1 und v_1 gebildeten Ecke E des Eintrittsdreieckes sein muß und wonach wir unter Befriedigung der Gleichung

$$w_1^2 - v_1^2 = \text{konstant}$$

einen ganz beliebigen Wert für w_1 oder v_1, also unter Einhaltung der Werte u_1 und x ein beliebiges Eintrittsdreieck wählen können. (Siehe Fig. 35.) An Stelle der Geschwindigkeiten w_1 oder v_1 kann natürlich der Winkel α_1 oder β_1 gewählt werden, Bedingung ist immer nur, daß die Ecke E des Eintrittsdreieckes auf dem Lote L liegt. Fassen wir Vorstehendes kurz zusammen, so können wir mit Bezug auf Fig. 35 folgenden Satz aufstellen:

Fig. 35.



Ist für eine Turbine die Umfangsgeschwindigkeit u_1 und ein passendes Radprofil gewählt, so ist bei Befolgung der Konstruktionsregel*) $v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ auch die relative Austrittsgeschwindigkeit v_2 für beliebiges λ und damit nach Gleichung 4 der Abstand x des geometrischen Ortes L der Ecke E des Eintrittsdreieckes vom Ursprung O festgelegt, so daß durch Wahl eines dritten Stückes des Eintrittsdreieckes, etwa w_1 oder v_1 oder α_1 oder β_1 dieses selbst für das betreffende λ bestimmt ist.

Auf Seite 19 und in Fig. 33 haben wir gesehen, daß v_2 proportional mit λ, also proportional mit der zu verarbeitenden Wassermenge sich ändert, und indem x, wie in der Spalte nebenan gezeigt wurde, eine Funktion von v_2 ist, so muß sich auch x mit λ ändern, es nimmt mit zunehmendem λ ab.

Durch Änderung der Beaufschlagung, infolge Drehens der Leitschaufeln, geben wir also der absoluten Geschwindigkeit w_1 am Laufradeintritt eine andere Richtung und gleichzeitig wird auch, indem x mit v_2 sich ändert, der geometrische Ort der Ecken E der Eintrittsdreiecke, also das Lot L auf u_1 in der Richtung des Letzteren verschoben. Der Eckpunkt eines Eintrittsdreieckes ist aber stets durch den Schnittpunkt der Richtungslinie des jeweiligen w_1 mit dem zugehörigen Lote bestimmt, und wir werden demnach für die verschiedenen, aufeinanderfolgenden Beaufschlagungen eine ganz bestimmte Aufeinanderfolge von Ecken E′ E″ E‴ der verschiedenen Eintrittsdreiecke erhalten (Siehe Fig. 36), welche offenbar auf einer Kurve liegen müssen, deren Krümmungsgesetz wir im folgenden bestimmen wollen.

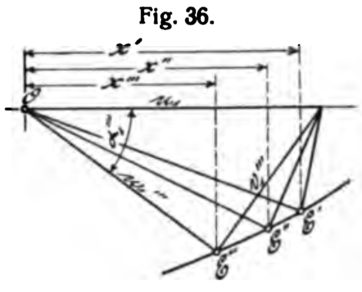
Fig. 36 zeigt eine Anzahl, für verschiedene Beaufschlagungen aufeinanderfolgende Eintrittsdreiecke und es

*) Es sei hier bemerkt, daß vorstehender Satz natürlich für jede andere Konstruktionsregel, die immer nur v_2 bedingen muß, Geltung hat. Siehe auch § 9 und die Fußnote**) auf Seite 19 links.



darf ein- für allemale angenommen werden, daß infolge der, gegen den Laufradeintritt hin zugeschärften Schaufeln deren Stärke auf dem Eintrittsdurchmesser D_1 gleich Null ist (Fig. 37), und daß also die, durch je zwei benachbarte Schaufeln gebildeten Laufradkanäle von hier aus allmählich sich verengen. Es kann somit nach Fig. 37 die Beziehung aufgestellt werden:

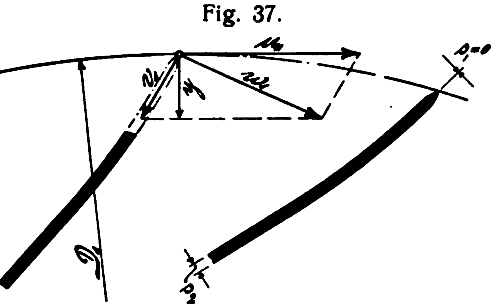
Fig. 36.



$$\pi \cdot D_1 \cdot b_1 \cdot y = Q.$$

In dieser Gleichung ist Q die zu verarbeitende Wassermenge, D_1 der Laufraddurchmesser, b_1 die lichte Laufradhöhe am Eintritt (Siehe Fig. 38) und y die Radialkomponente von v_1, welche der auf dem Lot L gemessenen Höhe des Eintrittsdreieckes (Vergl. Fig. 37 mit 34) gleich sein muß.

Fig. 37.



Nachdem nun der für y in Frage kommende, die Gestalt eines Cylindermantels besitzende Querschnitt $\pi \cdot D_1 \cdot b_1$ am Laufradeintritt konstant ist, so wird auch die Radialkomponente y proportional der Wassermenge Q bezw. λ sein müssen und es muß demnach für ein beliebiges λ die Beziehung:

$$\frac{y}{v_2} = \text{konstant} = c$$

bezw.:

$$v_2 = \frac{y}{c}$$

stattfinden. Führen wir diesen Wert von v_2 in die Charakteristik, Gleichung 4, ein, so erhalten wir:

$$y^2 = c^2 \cdot (c_e^2 + u_2^2) - c^2 \cdot 2\, u_1 \cdot x.$$

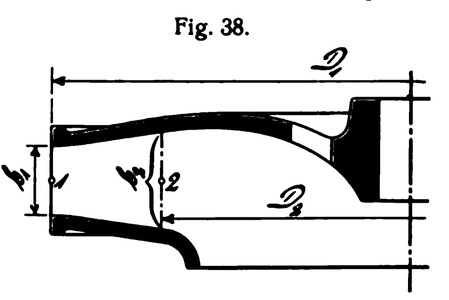
Das erste Glied der rechten Gleichungsseite $c^2 \cdot (c_e^2 + u_2^2)$ stellt für gegebenes u_1 und gegebenes Radprofil abermals einen konstanten Wert vor, für welchen wir C setzen wollen, während wir für das gleichfalls konstante Produkt $c^2 \cdot 2\, u_1$ des zweiten Gliedes, $2\mathfrak{p}$ setzen. Damit ergibt sich:

$$y^2 = C - 2\mathfrak{p} \cdot x \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5.)$$

Dies ist aber die Gleichung einer gewöhnlichen Parabel, worin die Konstante $C = c^2 \cdot (c_e^2 + u_2^2)$ über die Scheitellage derselben, das Vorzeichen des Parameters $2\mathfrak{p} = c^2 \cdot 2\, u_1$ über die Richtung der Parabel Aufschluß gibt. Diese Parabel ist somit geometrischer Ort aller, durch die verschiedenen, bei veränderlicher Beaufschlagung sich ergebenden w_1 und v_1 gebildeten Ecken E der Eintrittsdreiecke und gibt also Aufschluß über die Verhältnisse am Laufradeintritt, weshalb wir sie kurz **Eintrittsparabel** nennen wollen.

Um nun diese Eintrittsparabel bestimmen zu können, muß nach Vorstehendem vorerst neben u_1 auch das u_2 bekannt sein. Ersteres kann vom Konstrukteur innerhalb gewisser Grenzen, auf welche wir in § 9 eingehend zu sprechen kommen, gewählt werden, während es zur Bestimmung von u_2 weiter notwendig ist, das zu verwendende Laufradprofil zu kennen. Ist dasselbe bekannt, so wird nach Fig. 38 der Durchmesser D_2 und damit $u_2 = u_1 \cdot \frac{D_2}{D_1}$ gegeben sein. Auf Verallgemeinerung dieser Verhältnisse, sowie auf den vollständigen Entwurf des Laufradprofiles kommen wir in § 15 und 16 sowie später bei den Schaufelschnitten in Heft II noch eingehend zurück und es möge hier die vorstehende Aufklärung genügen.

Fig. 38.

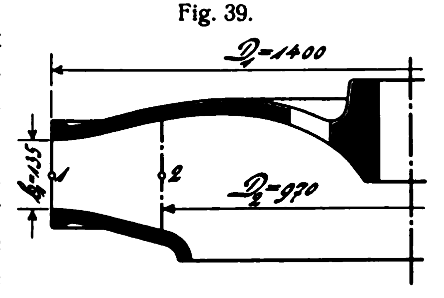


Für gegebenes Laufradprofil und u_1 liegt also u_2 fest und damit ist nach der Konstruktionsregel $v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ das $v_{2(1/1)}$ bestimmt.

Zur Bestimmung der Parabel fehlt jetzt nur noch die Konstante: $c = \frac{y_{(1/1)}}{v_{2(1/1)}}$, zu deren Ermittlung wir außer $v_{2(1/1)}$ die zugehörige Radialkomponente $y_{(1/1)}$ kennen müssen, was seinerseits wieder bekanntes b_1 voraussetzt (Siehe Spalte links). b_1 können wir aber dem Laufradprofil entnehmen, und es ist demnach durch bekanntes u_1 und gegebenes Laufradprofil die Eintrittsparabel bereits bestimmt, es sind damit also für alle Beaufschlagungen die Vorgänge in der Turbine festgelegt, und es kann nur noch die absolute Austrittsgeschwindigkeit w_2 nach Bedarf gewählt werden. Wir wollen uns hiervon durch folgendes Beispiel überzeugen.

Beispiel: Gegeben sei eine sekundliche Wassermenge $Q_{(1/1)} = 0{,}7$ cbm bei $H = 1$ m, der Durchflußkoeffizient $\varphi = 0{,}87$, der Austritts-Verlust $\delta_{n(1/1)}$*) $= 0{,}07$, die Laufradumfangsgeschwindigkeit $u_1 = 2{,}9$ m und das Laufradprofil Fig. 39. Es soll für diese Verhältnisse die Eintrittsparabel sowie das vollständige Geschwindigkeitsdiagramm für $\lambda = 1/1$; $3/4$; $1/2$ und $1/4$ entworfen werden.

Fig. 39.



Nach Vorstehendem ist:

$$u_2 = u_1 \cdot \frac{D_2}{D_1} = 2{,}9 \cdot \frac{970}{1400} = 2{,}01 \text{ m}$$

womit auch:

$$v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2 = 2{,}68 \text{ m}$$

gegeben ist.

*) Wir bezeichnen hier mit $\delta_{n(1/1)}$ den auf die Normalkomponente $w_{n(1/1)}$ von $w_{2(1/1)}$ bezogenen Austrittsverlust, und nachdem wir hierauf im Folgenden auf Seite 23 eingehend zurückkommen, möge an dieser Stelle der Hinweis darauf genügen. (Siehe Fig. 42.)

Zur Bestimmung der Radialkomponente $y_{(1/1)}$ bedienen wir uns der Gleichung $\pi \cdot D_1 \cdot b_1 \cdot y_{(1/1)} = Q_{(1/1)}$ auf Seite 21 und es wird:

$$y_{(1/1)} = \frac{Q_{(1/1)}}{\pi \cdot D_1 \cdot b_1} = \frac{0,7}{3,14 \cdot 1,4 \cdot 0,135} = 1,18 \text{ m}.$$

Mit $v_{2(1/1)} = 2,68$ und $y_{(1/1)} = 1,18$ wird alsdann die konstante Verhältniszahl dieser beiden Größen:

$$c = \frac{y_{(1/1)}}{v_{2(1/1)}} = \frac{1,18}{2,68} = 0,44.$$

Der Durchflußkoeffizient $\varphi = 0,87$ und dementsprechend $c_e^2 = 0,87 \cdot 2g \cdot 1 \cong 17,1$ ist gegeben, und damit sind nun sämtliche konstante Werte der Parabelgleichung bekannt, so daß wir schreiben können:

$$y^2 = c^2 \cdot (c_e^2 + u_2^2) - c^2 \cdot 2u_1 \cdot x$$
$$= 0,194 \cdot (17,1 + 4,03) - 0,194 \cdot 2 \cdot 2,9 \cdot x$$

oder: $y^2 = 4,1 - 1,125 \cdot x.$

Es liegt nun die Aufgabe vor, hieraus die Parabel zu konstruieren, und zu diesem Zweck bedienen wir uns eines bekannten graphischen Verfahrens. (Siehe Fig. 40.)

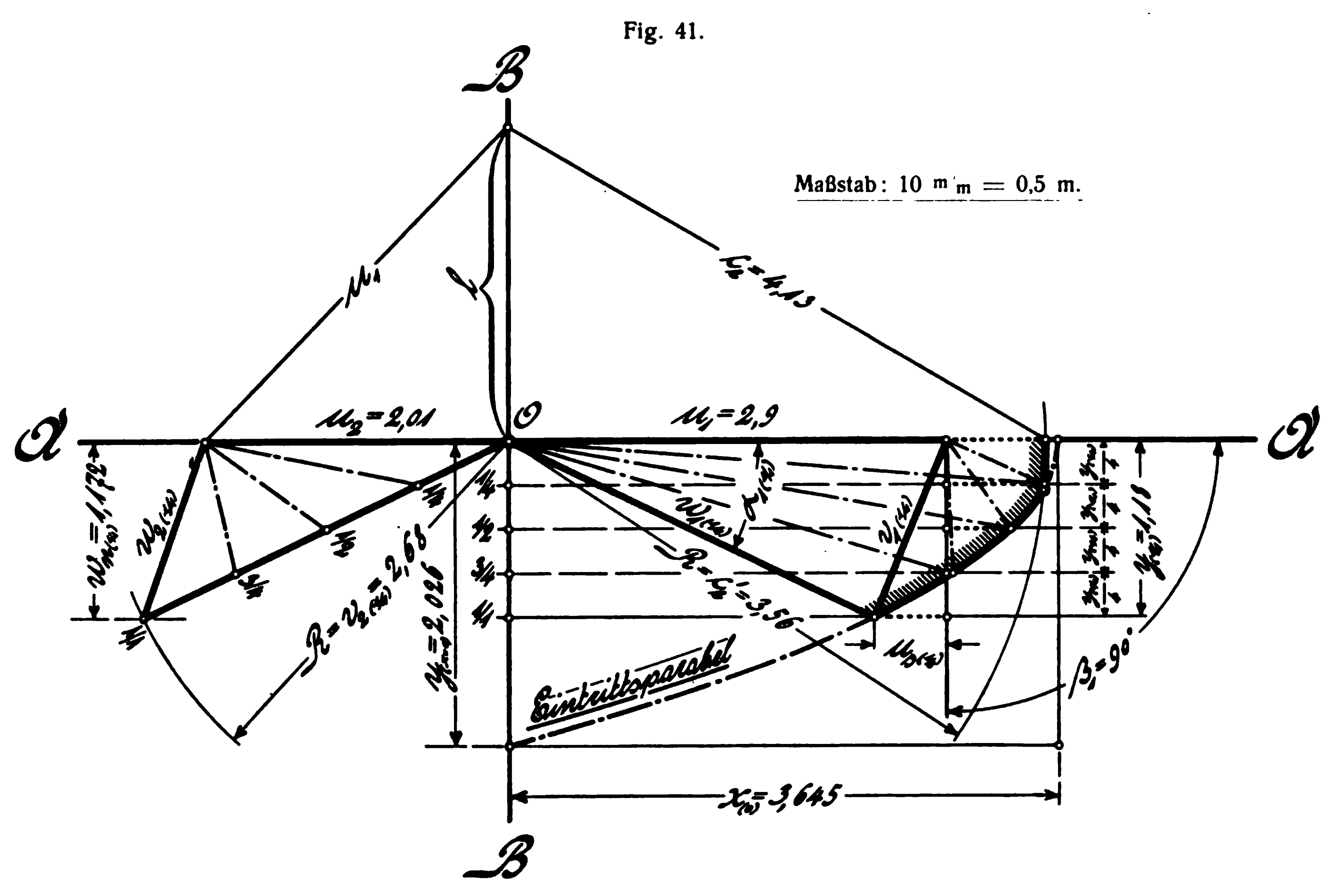
mit der Ordinatenachse gegeben, und wir können die Parabel auf einfache Weise, wie aus Fig. 40 ersichtlich ist, verzeichnen.

Fig. 40.

Nachdem wir nun in der Lage sind, die Eintrittsparabel in einfacher Weise darzustellen, wollen wir zur Aufzeichnung des vollständigen Geschwindigkeitsdiagrammes (Fig. 41) schreiten.

Wir nehmen ein rechtwinkliges Achsenkreuz $A \div A$ und $B \div B$ an und tragen zunächst vom Ursprung O aus in einem beliebigen Maßstab, der natürlich für sämtliche Geschwindigkeiten derselbe ist, u_1 nach rechts und u_2 nach links ab, wie wir überhaupt die Eintrittsverhältnisse stets auf der rechten und die Austrittsverhältnisse auf der linken Seite von $B \div B$ betrachten wollen. Die Parabel wurde bereits festgelegt und wir

Fig. 41.



Wir setzen einmal $y = 0$ entsprechend $\lambda = 0$ und erhalten hierfür:

$$x_{(0)} = \frac{4,1}{1,125} = 3,645$$

und sodann $x = 0$, wofür:

$$y_{(x=0)} = \sqrt{4,1} = 2,026$$

wird.

Damit sind zwei Punkte der Parabel, und zwar für $y = 0$ der Schnittpunkt mit der Abszissenachse, also der Scheitelpunkt S derselben, und für $x=0$ ihr Schnittpunkt

tragen sie ebenfalls rechts nach unten in das Diagramm (Fig. 41) ein.

Unser berechnetes $y_{(1/1)} = 1,18$ teilen wir in vier gleiche Teile und tragen das $\frac{y_{(1/1)}}{4}$ viermal in der aus Fig. 41 ersichtlichen Weise von $A \div A$ aus nach unten ab, wobei wir mittels Parallelen zur Achse $A \div A$ durch die so erhaltenen Teilpunkte Schnittpunkte mit der Parabel bekommen, die uns die bekannten, durch die verschiedenen $w_{1(\lambda)}$ und $v_{1(\lambda)}$ gebildeten Ecken $E_{(\lambda)}$ der

Eintrittsdreiecke für die Beaufschlagungen $\lambda = {}^1/_1$; ${}^3/_4$; ${}^1/_2$ und ${}^1/_4$ darstellen. Wir können somit ohne Weiteres die Eintrittsdreiecke für die verschiedenen Beaufschlagungen ergänzen, wie Fig. 41 zeigt.

Diese verschiedenen Eintrittsdreiecke werden, wie wir bereits besprochen haben, durch Änderung der Beaufschlagung mittels der drehbaren Leitschaufeln erhalten, und es ist somit ganz selbstverständlich, daß mit abnehmendem λ auch der durch u_1 und w_1 gebildete Winkel α_1 immer kleiner und endlich mit $\lambda = 0$ ebenfalls 0 wird. Gleichzeitig erkennen wir aus dem Diagramm, daß auch der Winkel β_1, den v_1 mit der Richtung von u_1 einschließt, für jede Beaufschlagung ein anderer ist, und wir müßten dementsprechend, um jeder Beaufschlagung gerecht zu werden, das Laufrad so einrichten, daß der Winkel β_1 (ebenso wie α_1 am Leitrad) der jeweiligen Beaufschlagung entsprechend eingestellt werden könnte. Dies ist jedoch aus naheliegenden, praktischen Gründen nicht möglich und es bleibt uns demnach nur übrig, einen für alle Beaufschlagungen beizubehaltenden Winkel β_1 derart zu wählen, daß sich für diejenigen Beaufschlagungen, welche die größere praktische Bedeutung haben, die günstigsten Eintrittsverhältnisse ergeben.

Schon auf Seite 19 wurde erwähnt, daß die praktisch in Frage kommenden Beaufschlagungsgrenzen im allgemeinen zwischen $\lambda = {}^1/_1$ und $\lambda = {}^1/_4$ liegen, und es muß hier hinzugefügt werden, daß die praktische untere Beaufschlagungsgrenze meist gegen $\lambda = {}^1/_3$ und vielfach noch höher gelegt wird, wodurch sich die Regel einbürgerte, den Winkel β_1 so zu wählen, daß für $\lambda = {}^1/_1$ und $\lambda = {}^1/_2$ gleich günstige Eintrittsverhältnisse erzielt werden. Letzteres trifft aber fast stets dann zu, wenn der beizubehaltende Winkel β_1 dem für $\lambda = {}^3/_4$ sich ergebenden Eintrittsdreieck entnommen wird. Es fällt alsdann bei dieser Beaufschlagung v_1 in die Richtung der unter β_1 zum Laufradumfang geneigten Schaufel und wir erhalten also für dieselbe stoßfreien Eintritt des Wassers ins Laufrad (Vergleiche § 2 Seite 4), weshalb wir diese Beaufschlagung die **stoßfreie** oder **günstigste Beaufschlagung** λ_g nennen wollen.

Für alle anderen Beaufschlagungen, welche über oder unter λ_g liegen, erhalten wir einen Stoß des Wassers gegen die Laufradschaufeln; für $\lambda > \lambda_g$ einen solchen entgegen der Drehrichtung und für $\lambda < \lambda_g$ einen solchen im Sinne der Drehrichtung des Laufrades. Diese hieraus sich ergebenden, sogenannten **Stoßkomponenten** u_s sind im Diagramm Fig. 41 stark punktiert gezeichnet und werden ihrer Größe nach durch die Ecke des jeweiligen Eintrittsdreieckes auf der Parabel und durch den senkrechten Schenkel des bleibenden Winkels β_1 abgegrenzt. Ihrer Richtung nach sind sie parallel zu u_1, daher mit u_s bezeichnet und sie müssen zu einem großen Teil als direkter Verlust aufgefaßt werden. Wir kommen hierauf in § 17 noch eingehend zurück, weshalb vorstehender Hinweis an dieser Stelle genügen möge.

In dem Diagramm Fig. 41 erhielten wir für $\lambda = {}^3/_4$ einen Winkel $\beta_1 \cong 90^0$, und der Einfachheit halber wählen wir Winkel $\beta_1 = 90^0$, wodurch λ_g etwas höher als ${}^3/_4$ zu liegen kommt.

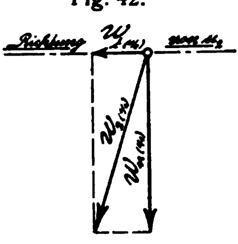
Bevor wir nun unsere Betrachtungen über die Eintrittsverhältnisse des vorliegenden Falles abschließen, wollen wir erst noch die Verhältnisse am Laufradaustritt näher ins Auge fassen, welche, wie erwähnt, auf der linken Seite des Diagrammes (Fig. 41) dargestellt sind.

Aus dem fertigen Diagramm erkennen wir ohne Weiteres, daß die tatsächliche absolute Austrittsgeschwindigkeit für $\lambda = {}^1/_1$, $w_{2({}^1/_1)}$ nicht senkrecht zu u_2 steht, sondern, wie zu erwarten war, recht erheblich von dieser Richtung abweicht. Es bildet aber im allgemeinen der Austrittsverlust $\frac{w_2{}^2{}_{({}^1/_1)}}{2\,g}$ und damit die absolute Austrittsgeschwindigkeit $w_{2({}^1/_1)}$ für die Berechnung der Turbine und für den Entwurf des Laufradprofiles die natürliche Grundlage. Bei dieser Berechnung ist immer die durch die Austrittslinie von der Länge b_2 (Fig. 38) um die Turbinenachse beschriebene Rotationsfläche als sogenannte Austrittsfläche für die absolute Austrittsgeschwindigkeit maßgebend und es ist klar, daß zur Rechnung nur die auf der Austrittsfläche senkrecht stehende Geschwindigkeit in Frage kommen kann. Diese Geschwindigkeit kann jedoch nicht die absolute Austrittsgeschwindigkeit $w_{2({}^1/_1)}$ sein, indem dieselbe infolge der Annahme $v_{2({}^1/_1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ nicht senkrecht zur Rotationsfläche bezw. nicht senkrecht zur Umfangsgeschwindigkeit u_2 steht und wir müssen deshalb die Normalkomponente von $w_{2({}^1/_1)}$, (Siehe Fig. 42) d. h. die auf u_2 senkrecht stehende Komponente $w_{n({}^1/_1)}$ in Rechnung stellen.

Damit wir nun dieselbe von vornherein für die Berechnung zur Verfügung haben, bestimmen wir jenen Bruchteil $\delta_{n({}^1/_1)}$ des Gesamtgefälles, der mit $w_{n({}^1/_1)}$ als Verlust geopfert werden soll, wobei dann natürlich der Austrittsverlust $\frac{w_2{}^2{}_{({}^1/_1)}}{2\,g}$ entsprechend größer ausfällt als $\frac{w_n{}^2{}_{({}^1/_1)}}{2\,g}$. Der entsprechende, auf $w_{2({}^1/_1)}$ bezogene Austrittsverlust soll dann im Gegensatz zu $\delta_{n({}^1/_1)}$ einfach mit $\delta_{({}^1/_1)}$ bezeichnet werden.

Aus Fig. 42 ersehen wir, daß $w_{2({}^1/_1)}$ neben seiner Normalkomponente $w_{n({}^1/_1)}$ noch eine Tangentialkomponente $w_{t({}^1/_1)}$ ergibt, welch Letztere für die Wasserabführung nicht in Frage kommt. Dieselbe verursacht vielmehr die mehr oder weniger schraubenförmige Bewegung des Wassers im Saugrohr und wird zum großen Teil durch Reibung in demselben und beim Übergang des Saugrohres vom runden in den rechteckigen Querschnitt durch Stoß und Wirbelung in den Eckzwickeln des Ersteren und im Untergraben aufgezehrt.

Fig. 42.



Nachdem wir somit gesehen haben, daß die Angabe des Austrittsverlustes zweckmäßigerweise auf $w_{n({}^1/_1)}$ bezogen wird, können wir für unseren Fall mittels des gegebenen $\delta_{n({}^1/_1)} = 0{,}07$, also 7 v. H. senkrechten Austrittsverlust für volle Beaufschlagung, das $w_{n({}^1/_1)}$ bestimmen zu:

$$w_{n({}^1/_1)} = \sqrt{2\,g \cdot \delta_{n({}^1/_1)}} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}07} = 1{,}172 \text{ m}.$$

Ziehen wir nun auf der linken Seite in Fig. 41 im Abstand $w_{n(1/1)} = 1{,}172$ nach unten eine Parallele zu $A \div A$ und schlagen wir um O mit $R = v_{2(1/1)} = 2{,}68$ einen Kreisbogen, so erhalten wir im Schnittpunkt desselben mit der Parallelen die durch $w_{2(1/1)}$ und $v_{2(1/1)}$ gebildete Ecke des Austrittsdreieckes für $\lambda = {}^1/_1$, welches damit festliegt. Teilen wir noch $v_{2(1/1)}$ in vier gleiche Teile und verbinden wir dieselben mit dem Endpunkt von u_2 durch Gerade, so liegen auch die Austrittsdreiecke für $\lambda = {}^3/_4;\ {}^1/_2$ und ${}^1/_4$ fest.

Wir sehen nun, daß mit abnehmender Beaufschlagung die relative Austrittsgeschwindigkeit v_2 immer kleiner und schließlich mit $\lambda = 0$ auch gleich 0 wird. Kehren wir nun zu unseren Eintrittsverhältnissen zurück, so finden wir aber, daß die relative Eintrittsgeschwindigkeit v_1 mit abnehmender Beaufschlagung wohl auch kleiner wird, jedoch bei weitem nicht in dem Maße abnimmt wie v_2 und daß sie für $\lambda = 0$ nur den Kleinstwert:

$$v_{1(0)} = x_{(0)} - u_1$$

erreicht, also nicht gleich 0 wird.

Für $\lambda = 0$ wird Winkel $\alpha_1 = 0$ und somit auch $y_{(0)} = 0$, indem $y_{(0)} = w_{1(0)} \cdot \sin \alpha_{1(0)} = 0$ ist, wodurch der Bedingung:

$$\pi \cdot D_1 \cdot b_1 \cdot y_{(0)} = Q_{(0)} = 0$$

Rechnung getragen ist. Es ist also an den endlichen theoretischen Werten von w_1 und v_1 für $\lambda = 0$ kein Anstoß zu nehmen, indem eben die zugehörigen Querschnitte unendlich klein, d. h. gleich 0 sind und damit auch $Q_{(0)} = 0$ werden muß.

Wir erkennen ferner noch aus Fig. 41, daß mit abnehmender Beaufschlagung die absolute Eintrittsgeschwindigkeit w_1 immer größer wird, und es erreicht dieselbe nach Früherem offenbar ihren oberen Grenzwert, wenn in der Grundgleichung $w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 = c_e'^2$, $v_2 = v_1$ geworden ist, wonach $w_{1\,max} = c_e' = \sqrt{c_e^2 - (u_1^2 - u_2^2)}$, (Siehe Seite 17) also gleich der, der wirksamen Gefällshöhe $\frac{c_e'^2}{2g}$ entsprechenden Geschwindigkeit c_e' sein müßte. Dennoch sehen wir aber aus Fig. 41, daß der von w_1 mit $\lambda = 0$ erreichte Wert $x_{(0)}$ größer ist als c_e', so daß wir uns fragen müssen, wie dies möglich sein kann. Bei genauerer Betrachtung der Fig. 41 finden wir, daß etwas über $\lambda = {}^1/_4$ eine Beaufschlagung erhalten wird, bei der $w_1 = c_e'$ und $v_1 = v_2$ ist*) und deren Parabelpunkt durch ◎ gekennzeichnet ist. Bei kleiner werdender Beaufschlagung wird nun $w_1 > c_e'$ und gleichzeitig auch $v_1 > v_2$, während vorher gerade das Umgekehrte stattfand, und wir wollen daher diese Beaufschlagung, bei der $w_1 = c_e'$ und $v_1 = v_2$ wird, die **kritische** nennen und mit λ_k bezeichnen. Lassen wir von λ_k ab λ immer kleiner und kleiner werden, so sehen wir aus Fig. 41, daß v_1, nur noch langsam kleiner werdend, seinem Kleinstwert $x_{(0)} - u_1$ zustrebt, während v_2 proportional mit λ abnimmt und mit diesem gleich 0 wird.

*) Für $w_1^2 = c_e'^2 = c_e^2 - u_1^2 + u_2^2$ geht ja auch die Grundgleichung über in: $v_1^2 = v_2^2$.

Setzen wir den idealen Fall voraus, daß der Winkel β_1 den durch Verminderung der Beaufschlagung sich ergebenden Eintrittsverhältnissen fortlaufend angepaßt werden könnte, so wird für beliebiges $\lambda < \lambda_k$ eine Verzögerung des Wassers beim Durchfluß durch das Laufrad von v_1 auf v_2 stattfinden müssen, im Gegensatz zur Beschleunigung desselben von v_1 auf v_2 bei den Beaufschlagungen $\lambda > \lambda_k$. Dieser ideale, praktisch so gut wie unmögliche Vorgang der Verzögerung der Wassergeschwindigkeit beim Durchfluß durch das Laufrad ist es aber,*) welcher das $w_1 > c_e'$ theoretisch ermöglicht, indem diese Verzögerung eine Druckverminderung $\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$ im Spalt und damit eine Vergrößerung von $\frac{w_1^2}{2g}$ entsprechend diesem Betrag zur Folge hat.

Es ist somit unser ideales $w_{1\,max}$ bei $\lambda = 0$:

$$w_{1(0)} = \sqrt{c_e'^2 + v_{1(0)}^2 - v_{2(0)}^2}$$

oder: $$w_{1(0)}^2 = c_e'^2 + v_{1(0)}^2 - v_{2(0)}^2$$

und indem für $\lambda = 0$ auch $v_2 = 0$ ist, so wird:

$$w_{1(0)}^2 = c_e'^2 + v_{1(0)}^2.$$

Wir wollen zur Probe diese eben entwickelte Gleichung graphisch darstellen unter Zuhilfenahme der dazu notwendigen Werte aus dem Diagramm Fig. 41. Es muß sich dabei ein rechtwinkliges Dreieck mit $w_{1(0)} = x_{(0)}$ als Hypotenuse und mit c_e' und $v_{1(0)}$ als Katheten ergeben, was nach Fig. 46 auch tatsächlich der Fall ist.

Fig. 46.

Damit haben wir die unterhalb λ_k auftretenden Verhältnisse, welche nach dem Gesagten rein theoretischer Natur sind, aufgeklärt und wir wollen jetzt die hierbei sich ergebenden tatsächlichen Verhältnisse zu ergründen suchen.

*) Es muß hier bemerkt werden, daß das Verhalten des Wassers beim Durchfließen einer stetig sich verengenden Röhre (Fig. 43) unter Umständen grundverschieden ist von dem Verhalten desselben beim Durchfließen derselben Röhre in umgekehrter Richtung, wobei also die Röhre, in Richtung des Wasserdurchflusses betrachtet, stetig sich erweitert (Fig. 44). Im ersteren Falle erfolgt die Bewegung des Wassers stets kontinuierlich, es erfährt eine nach Maßgabe der fortschreitenden Querschnittsverminderung vor sich gehende Beschleunigung und wir erhalten nach Fig. 43: $F \cdot v = f \cdot V$, während der im anderen Falle (Fig. 44) folgerichtig sich einstellen sollende umgekehrte Vorgang, wonach also das Wasser eine nach Maßgabe der fortschreitenden Querschnittserweiterung vor sich gehende Verzögerung von V auf v erfahren sollte, nur unter gewissen Bedingungen, für welche bis heute allgemein giltige analytische Belege noch nicht erbracht sind, zutrifft. Allgemein ist im zweiten Falle Kontinuität der Wasser-

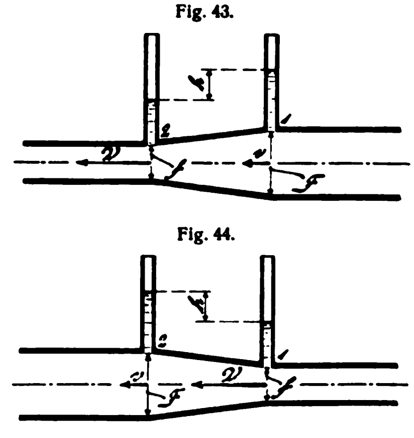

Fig. 43.

Fig. 44.

Schon mehrfach wurde erwähnt, daß der ideale Fall einer Anpassung des Winkels β_1 an die theoretischen Eintrittsverhältnisse praktisch unmöglich ist, und damit ist auch die Möglichkeit einer derart guten Führung des Wassers durch das Laufrad, daß eine Verzögerung desselben von v_1 auf v_2 stattfinden könnte, vollständig ausgeschlossen. Infolgedessen wird der, zur Vergrößerung unseres $w_{1(0)}$ von c_e' auf $x_{(0)}$ nötige Betrag $\frac{v_1{}^2{}_{(0)} - v_2{}^2{}_{(0)}}{2g}$ von selber entfallen; w_1 wird also den Wert von c_e' mit λ_k erreichen, wird denselben mit kleiner werdendem λ wohl beibehalten, aber nicht überschreiten können, womit sich alsdann unsere tatsächliche Eintrittskurve von λ_k ab nicht mehr als Parabel, sondern als Kreisbogen, der aus dem Ursprung O mit dem Radius $R = c_e'$ geschlagen wird, ergibt. (Siehe Fig. 41.) Es ist die gesamte, im vorliegenden Beispiel zur Verwendung kommende, (aus Parabel und c_e'Kreis zusammengesetzte) sogenannte „Eintrittsstrecke“ in Fig. 41 durch leichte Schraffur hervorgehoben.

In umgekehrter Weise können wir nun sehr einfach λ_k dadurch bestimmen, daß wir den c_e'Kreis mit der Parabel zum Schnitt bringen, wobei mittels des erhaltenen y_k (welches, wie schon vorher erwähnt wurde, hier zufällig beinahe mit $y_{(1/4)}$ zusammenfällt) das gesuchte λ_k in v. H. sich ergibt zu:

$$\lambda_k = \frac{y_k \cdot 100}{y_{(1/1)}}.$$

Für unser vorstehend behandeltes Beispiel ist nun durch die anschraffierte Eintrittsstrecke der Fig. 41 für jede Beaufschlagung der Turbine die absolute Geschwindigkeit w_1 am Laufradeintritt gegeben und es ist ferner nach Seite 9, Fußnote**) rechts, der effektive Spaltdruck $\mathfrak{h}_1$ einer Turbine jeweils für eine beliebige Beaufschlagung:

$$\mathfrak{h}_{1(\lambda)} = \varphi \cdot H - \frac{w_{1(\lambda)}^2}{2g}$$

oder für die Annahme H = 1 m unseres Beispieles:

$$\mathfrak{h}_{1(\lambda)} = \varphi - \frac{w_{1(\lambda)}^2}{2g}.$$

Indem nun in dieser Gleichung das φ für alle Beaufschlagungen als konstant gelten darf, (Siehe auch Seite 20, Fußnote links) das jeweilige w_1 aber dem Diagramm Fig. 41 entnommen werden kann, so sind wir in der Lage, für jede Beaufschlagung das zugehörige $\mathfrak{h}_1$ zu berechnen.

Nach Seite 15 und 16 ist nun weiter der wirksame, zur Beschleunigung des Wassers von $v_{1(\lambda)}$ auf $v_{2(\lambda)}$ verfügbare Spaltdruck:

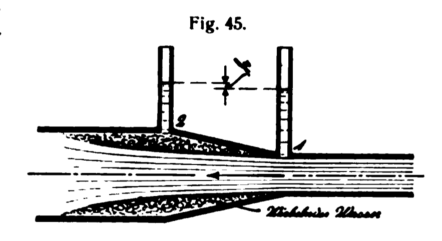
$$\mathfrak{h}_1'{}_{(\lambda)} = \mathfrak{h}_{1(\lambda)} - \mathfrak{h}_\delta = \mathfrak{h}_{1(\lambda)} - \frac{u_1{}^2 - u_2{}^2}{2g},$$

worin $\mathfrak{h}_\delta$ bei gegebenem $\frac{D_2}{D_1}$ natürlich für alle Beaufschlagungen dasselbe ist. Es können sonach mit Hilfe vorstehender Gleichung auch die $\mathfrak{h}_1'$ für alle Beaufschlagungen berechnet werden und wir wollen nunmehr für unser Beispiel die Berechnung der $\mathfrak{h}_1$ und $\mathfrak{h}_1'$ für die Beaufschlagungen 0; 1/4; 1/2; 3/4 und 1/1 durchführen und alsdann die gefundenen Werte der effektiven und der wirksamen Spaltdrucke nach Beaufschlagungen geordnet graphisch darstellen, zu welchem Zwecke die folgende Tabelle dienen möge.

λ	φ	w_1 aus Fig. 41 entnommen	$\frac{w_1{}^2}{2g}$	$\mathfrak{h}_1 = \varphi - \frac{w_1{}^2}{2g}$	$\mathfrak{h}_\delta = \frac{u_1{}^2 - u_2{}^2}{2g}$	$\mathfrak{h}_1' = \mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_\delta$
0	0,87	3,645	0,6775	0,1925	0,2225	— 0,0300
1/4		3,575	0,651	0,219		— 0,0035
1/2		3,38	0,583	0,287		0,0645
3/4		3,065	0,479	0,391		0,1685
1/1		2,685	0,367	0,503		0,2805

bewegung nur dann noch zu erwarten, wenn die spezifische Erweiterung der Röhre ein innerhalb verhältnismäßig enger Grenzen liegendes Erfahrungsmaß nicht überschreitet. Bei größerer spezifischer Querschnittserweiterung wird das Wasser denselben nicht mehr folgen, es löst sich vielmehr ein mittlerer Wasserkern von der Wand der weiter werdenden Röhre los (Fig. 45) und schießt mit nahezu unverminderter Geschwindigkeit durch. Hierbei bildet sich um denselben ein wirbelnder Wasserkörper, der die zu gewinnende Energie $\frac{V^2 - v^2}{2g}$ zum kleineren oder größeren Teile, vielleicht auch ganz in Reibung und Wirbelung aufzehrt, statt dieselbe zwischen den Punkten 1 und 2 als nutzbaren Druck h wirksam werden zu lassen. Die Ursache dieses verschiedenen Verhaltens des Wassers in beiden Fällen ist folgende:

Fig. 45.



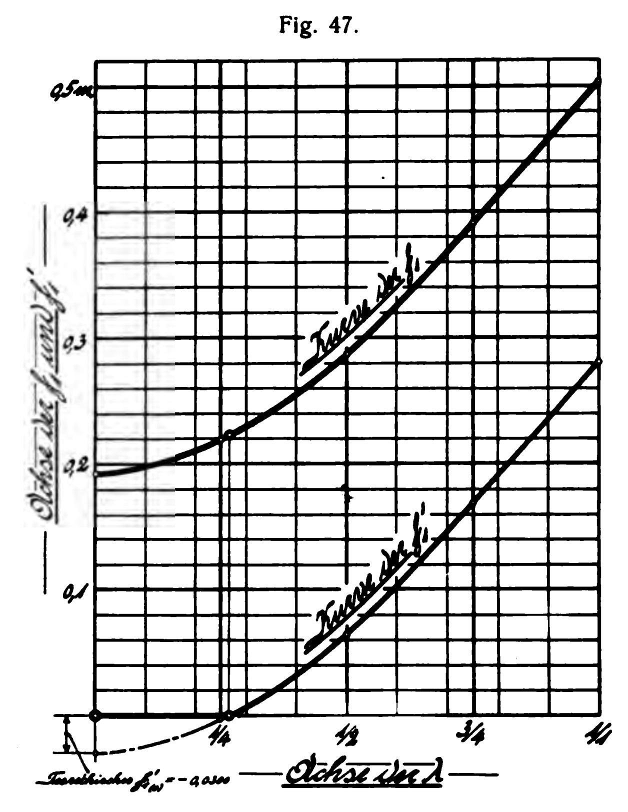
Im ersten Falle findet das Wasser auf seinem Wege immer kleiner werdende Querschnitte vor und die Wassergeschwindigkeit muß naturnotwendig in dem Maße zunehmen, wie die Querschnitte abnehmen, die Wasserbewegung ist eine erzwungene. Aus diesem Grunde unterliegen sämtliche im Querschnitt 1 (Fig. 43) befindliche Wasserteilchen dem gleichen Zwange, unter dem Einfluß der unbedingt sich einstellenden Druckdifferenz h der engsten Stelle bei 2 zuzustreben.

Im zweiten Falle passiert das Wasser den kleinsten Querschnitt bei 1 (Fig. 44) auch mit der Geschwindigkeit V, allein es liegt unter Umständen kein zwingender Grund für das fließende Wasser vor, jetzt unter Verminderung seiner Geschwindigkeit die immer größer werdenden Rohrquerschnitte auszufüllen. Das Wasser wird vielmehr bei zu starker spezifischer Erweiterung der Röhre, seinem Beharrungsvermögen folgend, mit nahezu unverminderter Geschwindigkeit (ohne also die immer weiter werdenden Querschnitte ganz auszunützen) weiter fließen, wobei natürlich die erhoffte Rückumsetzung von kinetischer in potentielle Energie ganz oder teilweise ausbleibt. Im ersteren Falle ist somit die infolge der Querschnittsverkleinerung unausbleibliche Druckdifferenz die Ursache der Beschleunigung, während im letzteren Falle die durch die Querschnittsvergrößerung erstrebte Verzögerung die Ursache der erhofften Druckdifferenz ist. Während also im ersteren Falle die ursächliche Erscheinung eine Naturnotwendigkeit ist, kann dies von der im zweiten Falle vorliegenden durchaus nicht gesagt werden, und wo möglicherweise die Ursache fehlt, muß natürlich auch die Wirkung ausbleiben. (Siehe auch Fußnote Seite 46.)

Einige zum Teil recht beachtenswerte diesbezügliche Winke gibt Prof. B. Albitzky, Charkow in Rußland, im Abschnitt 10 seiner Abhandlung über „neue allgemeine Formeln zur Berechnung der Wasserturbinen“ in der Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen Jhrgg. 05 Heft 15 S. 234 und 235.

Mittels der gefundenen Tabellenwerte von $\mathfrak{h}_1$ und $\mathfrak{h}_1'$ erhalten wir nun die graphische Darstellung Fig. 47, nach welcher die „Kurven der $\mathfrak{h}_1$ und $\mathfrak{h}_1'$“ parabelähnlichen Verlauf besitzen. Mit den Scheiteln in der „Achse der $\mathfrak{h}_1$ und $\mathfrak{h}_1'$“ (Ordinatenachse) liegend, beginnen beide Kurven senkrecht zu derselben und verlaufen mit zunehmender Beaufschlagung nach oben.

Fig. 47.



Für volle Beaufschlagung ist $\mathfrak{h}_{1(4/4)} = 0{,}503$, es sind also von unserem 1 m betragenden Gefälle noch 0,503 m im Spalt als Druck vorhanden. Für $\lambda = 0$ beträgt der effektive Spaltdruck nur noch $\mathfrak{h}_{1(0)} = 0{,}1925$.

Der wirksame Spaltdruck $\mathfrak{h}_1'$ besitzt bei voller Beaufschlagung die Größe 0,2805 und wir sehen aus Fig. 47, daß derselbe, mit abnehmender Beaufschlagung kleiner werdend, kurz vor der Beaufschlagung $^1/_4$ den Wert 0 erreicht. Das hierzu gehörige λ muß, wie ohne Weiteres einzusehen ist, die schon auf Seite 24 gefundene kritische Beaufschlagung λ_k sein, weil infolge des $\mathfrak{h}_1' = 0$, $v_1 = v_2$ wird, und es hat der weitere Verlauf der $\mathfrak{h}_1'$Kurve von hier ab nach unten zu (wie aus dem auf Seite 24 Gesagten hervorgeht) nur rein theoretisches Interesse, indem hierbei die $\mathfrak{h}_1'$ negativ werden, was praktisch kaum möglich ist.

Der wirksame Spaltdruck $\mathfrak{h}_1'$ wird für $\lambda = 0$ theoretisch ein Mindestwert und zwar ist nach der Tabelle $\mathfrak{h}_1'_{(0)} = -0{,}0300$. (Siehe auch Fig. 47.)

Der tatsächliche, praktische Verlauf der $\mathfrak{h}_1'$Kurve von dem Moment ab, in welchem der wirksame Spaltdruck bei abnehmendem λ den Wert 0 erreicht, folgt der Abszissenachse, d. h. $\mathfrak{h}_1'$ behält mit weiter abnehmendem λ den Wert 0 bei bis zur Beaufschlagung 0. (Siehe Fig. 47.) Es besteht demnach zwischen dem Verlauf der $\mathfrak{h}_1'$Kurve und dem der Eintrittsstrecke folgender Zusammenhang: Solange als die w_1 der verschiedenen Beaufschlagungen durch die Eintrittsparabel begrenzt werden, verläuft die $\mathfrak{h}_1'$Kurve parabelähnlich nach Fig. 47 und es trifft die Letztere die Abszissenachse, d. h. es wird $\mathfrak{h}_1' = 0$ in dem Moment, in welchem $w_1 = c_e'$ und $v_1 = v_2$ wird. Die Beaufschlagung, bei der dies eintritt, nannten wir die kritische und wir wissen, daß von hier ab bis zu $\lambda = 0$ der c_e'Kreis als Eintrittskurve fungiert und $w_1 = c_e' =$ konstant bleibt, während $\mathfrak{h}_1'$ den Wert 0 beibehält, die $\mathfrak{h}_1'$Kurve also in der Abszissenachse verläuft bis zur Beaufschlagung 0.

§ 9.

Wahl der Umfangsgeschwindigkeit bei Reaktionsturbinen und deren Grenzen.

Die unendlich mannigfaltige Verschiedenartigkeit der natürlichen Wasserkräfte nach Wassermenge und Gefälle einerseits, und die durch die jeweiligen Verhältnisse bedingten Betriebseigentümlichkeiten andererseits sind Faktoren, welche in vielen Fällen schroffe Gegensätze bilden, deren Vermittlung vom Turbinenkonstrukteur möglichst weit gesteckte Grenzen der zu wählenden Umfangsgeschwindigkeiten seiner Turbinen fordert. Wir wollen uns daher im Folgenden mit der Wählbarkeit der Umfangsgeschwindigkeit bei Reaktionsturbinen und mit deren theoretischen und praktischen Grenzen beschäftigen.

Auf Seite 18 und 19 haben wir gesehen, daß die Art des Wasserdurchflusses durch die Turbine unter sonst gleichen Voraussetzungen keinerlei Einfluß auf die Umfangsgeschwindigkeit u_1 derselben besitzt, wonach das Folgende, sofern nicht ausdrücklich anderes bemerkt ist, ebensogut für Radial- wie für Achsialturbinen, oder für Turbinen mit irgend welcher anderen Durchflußart überhaupt, Giltigkeit besitzt. Ferner haben wir erkannt, daß zur rationellen Berechnung von Turbinen neben der Annahme des Austrittsverlustes eine bestimmte Annahme bezüglich der Geschwindigkeitsverhältnisse am Laufradaustritt unumgänglich notwendig ist und wir haben diesbezüglich schon in § 8 gesehen, daß für die Francis-Turbine mit Fink'scher Drehschaufelregulierung die Annahme $u_2 = v_2$ bei $\lambda = {}^3/_4$ günstige Verhältnisse liefert, weshalb auch bis auf Weiteres bei den folgenden Entwicklungen und Ausführungen diese Annahme zu Grunde gelegt werden soll.

Es ist also:

$$v_{2(3/4)} = u_2$$

oder nach unserer bisherigen Schreibweise:

$$v_{2(1/1)} = {}^4/_3 \cdot u_2 = 1{,}333 \cdot u_2.$$

Aus praktischen Gründen ist, wobei abermals auf § 8 verwiesen werden darf, ein Zusammenfallen von λ_k mit $\lambda = {}^3/_4$ wünschenswert, womit wir für $\lambda = {}^3/_4$ stoßfreien, also mit keinem besonderen Energieverlust verbundenen Eintritt des Wassers in das Laufrad erzielen. Indem nun aber, wie bereits erwähnt, der Austrittsverlust

für $\lambda = {}^3/_4$ sich seinem Minimum (zwischen $\lambda = {}^3/_4$ und $\lambda = {}^1/_2$ liegend, Siehe Fig. 33) ziemlich nähert, so können wir ohne Weiteres folgern, daß etwa bei $\lambda = {}^3/_4$ auch der günstigste Nutzeffekt erzielt werden muß. Bei der Aufstellung eines Kriteriums für die Wahl der Umfangsgeschwindigkeit ist es somit naheliegend, die Verhältnisse der in jeder Hinsicht günstigsten Beaufschlagung $\lambda = {}^3/_4$ zu bevorzugen und wir wollen uns deshalb für die folgenden Untersuchungen eine sogenannte „Vollturbine" vorstellen, welche feststehende Leitschaufeln besitzt und also nur mit einer Beaufschlagung arbeitet, für welche die günstigen Verhältnisse der ${}^3/_4$-Beaufschlagung einer Francis-Regulierturbine zutreffen sollen.*)

Die auf Seite 20 entwickelte Charakteristik (Gleichung 4) hat gelautet: $2\,u_1 \cdot x + v_2^2 = c_e^2 + u_2^2$. Führen wir in dieselbe das dem $\lambda = {}^3/_4$ der Regulierturbine entsprechende $v_2 = u_2$ an Stelle des Letzteren ein, so hebt sich v_2^2 gegen v_2^2 und wir erhalten:

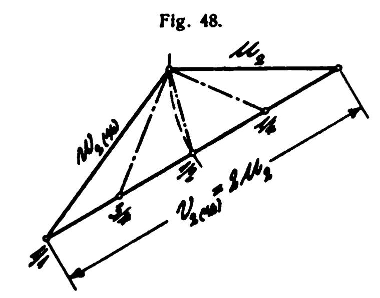
$$2\,u_1 \cdot x = c_e^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 6.)^{**)}$$

In dieser Gleichung darf c_e^2 zunächst als konstant betrachtet werden und wir besitzen somit in derselben eine Beziehung, in welcher lediglich u_1 und x als Unbekannte vorkommen, sodaß also durch Wahl der einen die andere Unbekannte bestimmt werden kann.***)

*) Es muß hier hervorgehoben werden, daß es bei Aufstellung eines solchen Kriteriums ganz unmöglich ist, allen Beaufschlagungen einer Turbine gleichzeitig Rechnung zu tragen und es bleibt somit nur übrig, für diesen Zweck dem praktischen Durchschnitt entsprechende, also bevorzugte Verhältnisse zu wählen, wobei die Wahl natürlich auf die Verhältnisse der stoßfreien Beaufschlagung $\lambda = {}^3/_4$ fallen muß. Wenn alsdann eine Turbine mittels des auf dieser Grundlage entwickelten Kriteriums berechnet wurde und nachher nicht mehr nur mit einer Beaufschlagung als Vollturbine, sondern als Regulierturbine arbeiten soll, so ergibt sich das Geschwindigkeitsdiagramm für dieselbe unter Zugrundelegung der Verhältnisse der Vollturbine, welche ja nach Voraussetzung denjenigen der ${}^3/_4$-Beaufschlagung einer Regulierturbine entsprechen und somit ein normales Geschwindigkeitsdiagramm liefern müssen.

**) Es kann unter Umständen, auf die hier nicht weiter eingegangen werden kann, Veranlassung vorliegen, das $v_2 = u_2$ für eine Beaufschlagung größer oder kleiner als $\lambda = {}^3/_4$ zutreffen zu lassen, wobei dann natürlich Gleichung 6.) für die betreffende Beaufschlagung Geltung hat. Fig. 48 zeigt beispielsweise die Austrittsdreiecke einer Turbine, bei welcher $v_2 = u_2$ für halbe Beaufschlagung zutrifft. Hierbei ergibt sich freilich ein sehr großes $v_{2(1/1)}$ und man wird wohl kaum einmal das $v_2 = u_2$ einer so kleinen Beaufschlagung zuweisen. Siehe auch Seite 29, Spalte rechts unten.

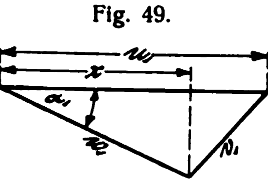
Fig. 48.



***) Auf Seite 29 werden wir sehen, daß unsere seitherige Regel: $v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ für Regulierturbinen mit höheren Umfangsgeschwindigkeiten aus praktischen Gründen unter Umständen nicht mehr benutzt werden kann und daß die, für genannte Regel somit bestehende, obere Grenze gleichzeitig eine andere Rechnungsgrundlage als Ersatz dieser Regel bedingt. Am Schlusse des § 12 werden wir dann noch finden, daß diese Grenze unter bestimmter Voraussetzung bei $u_1 = 3{,}42$ liegt.

Wir wollen uns nun zunächst dem Minimum von u_1 zuwenden, für welches x nach Gleichung 6 natürlich ein Maximum werden muß. Nach dem Eintrittsdreieck Fig. 49 ist $x = w_1 \cdot \cos\alpha_1$ und es wird x ein Maximum, wenn das Produkt $w_1 \cdot \cos\alpha_1$ ein Maximum wird, wenn also w_1 sowohl, als auch $\cos\alpha_1$ gleichzeitig einen Maximalwert erreichen.

Fig. 49.



Nach der allgemeinen Grundgleichung, welche wir in der Form $w_1^2 = c_e'^2 + v_1^2 - v_2^2$ anschreiben wollen und unter Hinweis auf das in § 8 Seite 24 über $v_1 > v_2$ Gesagte, lautet nun die Bedingung für $w_{1\,max}$ offenbar: $v_1 = v_2$, wonach:

$$w_{1\,max} = c_e'$$

sein muß.

Der zweite Faktor $\cos\alpha_1$ erreicht seinen Höchstwert für Winkel $\alpha_1 = 0$, womit $\cos\alpha_1 = 1$ und $x = w_1$ wird. Dieser Fall besitzt natürlich nur rein theoretisches Interesse und hat mit dem in § 8 auf Seite 24 besprochenen Fall des Winkels $\alpha_1 = 0$ der Regulierturbine (wobei ja $\lambda = 0$ war) nichts zu tun. Die Bedingung für minimales u_1 ergibt sich somit theoretisch zu $x_{max} = w_1 \cdot \cos\alpha_1 = c_e'$, womit sich nach Gleichung 6 ergeben muß:

$$u_{1\,min} = \frac{c_e^2}{2\,c_e'}.$$

Wie schon erwähnt wurde, ist aber der Fall: Winkel $\alpha_1 = 0$ praktisch nicht denkbar, wonach zur Bestimmung eines praktisch brauchbaren Wertes von $u_{1\,min}$ (wofür $\cos\alpha_1 < 1$) vorstehende Gleichung geschrieben werden muß:

$$u_{1\,min} = \frac{c_e^2}{2\,c_e' \cdot \cos\alpha_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 7.)$$

In dieser Gleichung ist aber $c_e' = \sqrt{c_e^2 - (u_1^2 - u_2^2)}$, also c_e' neben u_1 auch von u_2 abhängig, woraus wir erkennen, daß Gleichung 7 nicht ohne Weiteres nach u_1 aufgelöst werden kann. Es muß dieselbe vielmehr durch Einsetzen eines passend scheinenden Wertes von u_1 und des dazugehörigen Wertes von c_e' zu befriedigen gesucht werden, wobei bezüglich der Bestimmung von c_e' zu beachten ist, daß stets ein bestimmtes Radprofil vorausgesetzt und damit ein vorläufiges $u_2 = u_1 \cdot \frac{D_2}{D_1}$ bestimmt werden muß.

Zur Veranschaulichung des Vorganges bei Bestimmung von $u_{1\,min}$ wollen wir nachstehend ein einfaches Zahlenbeispiel durchführen.

Beispiel. Es sei gegeben: $\varphi = 0{,}84$; Winkel $\alpha_1 = 18^0$; $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}7$. Zu bestimmen ist $u_{1\,min}$?

Angenommen, es wäre $u_{1\,min}$ 2,1, so würde damit $u_2 = u_1 \cdot \frac{D_2}{D_1} = 2{,}1 \cdot 0{,}7 = 1{,}47$ sein und es ergibt sich:

$$c_e' = \sqrt{c_e^2 - u_1^2 + u_2^2} = \sqrt{0{,}84 \cdot 19{,}62 - 2{,}1^2 + 1{,}47^2} = 3{,}77.$$

Diesen Wert von c_e' sowie $u_1 = 2{,}1$ in Gleichung 7 eingesetzt, erhalten wir:

$$2{,}1 = \frac{0{,}84 \cdot 19{,}62}{2 \cdot 3{,}77 \cdot 0{,}951} = \frac{16{,}5}{3{,}77 \cdot 1{,}902} = \frac{1}{3{,}77} \cdot 8{,}68 = 2{,}302.$$

Die Gleichung ist also für die gegebenen Verhältnisse und $u_1 = 2,1$ nicht befriedigt und es muß $u_{1\,min}$ offenbar einen ziemlich höheren, wohl noch über 2,302 liegenden Wert besitzen. Wir wählen deshalb $u_1 = 2,34$ und erhalten damit analog Vorstehendem $c_e' = 3,7$ und:

$$2,34 = \frac{8,68}{3,7} = 2,346,$$

wonach also Gleichung 7 für $u_1 = 2,34$ mit ziemlicher Annäherung befriedigt ist. Indem nun offenbar der Wert auf der rechten Gleichungsseite der genauere ist, (eine Kontrollrechnung würde zeigen, daß $u_1 = 2,346$ die Gleichung vollständig befriedigt) so kann $u_{1\,min} = 2,346$ endgiltig beibehalten werden.

Bei der Turbinenstange ist $u_1 = u_2$, also auch $c_e = c_e'$ und wir erhalten somit für dieselbe:

$$u_{1\,min} = \frac{c_e^2}{2\,c_e \cdot \cos \alpha_1}$$

oder:

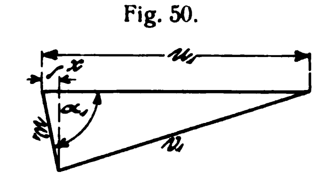
$$u_{1\,min} = \frac{c_e}{2 \cos \alpha_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 8.)$$

Beim Vergleich mit Gleichung 7 erkennen wir, daß das $u_{1\,min}$ der Turbinenstange niedriger als das der Francis-Turbine liegt, was insofern von Interesse ist, als wir auf Seite 18 gesehen haben, daß die Durchflußart des Wassers sonst ohne Einfluß auf die Umfangsgeschwindigkeit der Turbine ist. Wir halten demnach Folgendes fest:

Die Durchflußart des Wassers durch die Turbine ist ohne Einfluß auf u_1, dagegen liegt das unter sonst gleichen Verhältnissen erreichbare $u_{1\,min}$ bei der Turbinenstange bezw. Achsialturbine niedriger als bei der Francis-Turbine.

Damit schließen wir die Betrachtungen über den Kleinstwert von u_1 und wenden uns nunmehr dem Maximum von u_1 zu, welches offenbar, unter abermaliger Benutzung unserer Gleichung 6: $2\,u_1 \cdot x = c_e^2$, nach nebenstehender Fig. 50 dann erreicht wird, wenn x ein Minimum wird. Da wieder: $x = w_1 \cdot \cos \alpha_1$ ist, so trifft dies zu für:

Fig. 50.



1.) Winkel $\alpha_1 = 90^0$

oder: 2.) $w_1 = 0$.

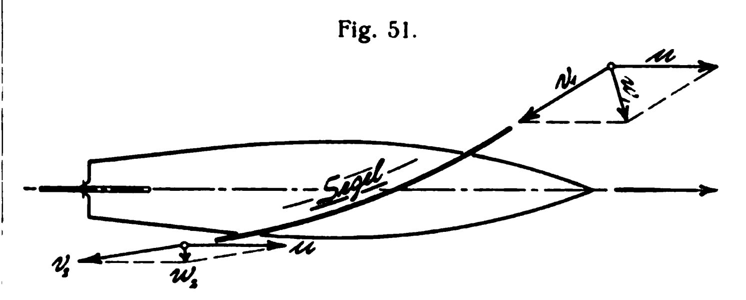
Beide Möglichkeiten haben, wie leicht einzusehen ist, wieder nur theoretisches Interesse und es wird in beiden Fällen:

$$u_{1\,max} = \frac{c_e^2}{0} = \infty \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 9.)$$

Dieses Ergebnis deckt sich auch mit dem bei der Aktionswirkung in § 2 gefundenen Größtwert von u, wobei ja auch, wie aus Fig. 10 hervorgeht, $x = 0$ werden muß. Hieraus, und aus dem in § 2 weiter über das günstigste u bei der Reaktionswirkung Gesagten, kann demnach gefolgert werden, daß das theoretische $u_{1\,max} = \infty$ nur mittels Aktionswirkung erreichbar ist*) und es mag hier beispielsweise darauf hingewiesen werden, wie von diesen relativ hohen, durch Aktionswirkung erreichbaren Geschwindigkeiten beim Segeln ausgiebig Gebrauch gemacht wird, wobei durch verhältnismäßig geringe Windgeschwindigkeiten w_1 recht erhebliche Schiffsgeschwindigkeiten u erzielt werden. (Fig. 51.)

*) Die das theoretische $u_{1\,max} = \infty$ bedingende Aktionswirkung braucht nicht notwendig allein aufzutreten, denn sobald wir volllaufende Laufradkanäle voraussetzen, kann daneben natürlich auch noch Reaktionswirkung tätig sein. Indem jedoch nach § 2 das günstigste u für reine Reaktionswirkung nur $\sqrt{2\,g\,H}$ beträgt, so ist klar, daß der durch eine eventuell nebenbei tätige Reaktionswirkung erzeugte, zusätzliche Anteil an dem $u_{1\,max} = \infty$ ein verschwindend kleiner sein muß, so daß dieses tatsächlich nur der Aktionswirkung zugeschrieben werden kann.

Fig. 51.



In Wirklichkeit liegt nun aber die praktische obere Grenze von u_1 bei weitem nicht im Unendlichen, indem mit zunehmendem u_1 die hydraulischen Verluste in der Turbine infolge der immer ungünstiger werdenden Durchflußverhältnisse rasch und immer rascher zunehmen. Sie ist somit nicht durch einen analytischen Ausdruck gegeben, sondern ist vielmehr durch die praktische Erfahrung festgelegt und Letztere lehrt, daß mit u_1 nicht höher als etwa $3,5 \div 3,8$ m (immer $H = 1$ m vorausgesetzt) gegangen werden soll, wobei schon ein nicht unbedeutender Abfall des Durchflußkoeffizienten φ und damit auch des hydraulischen Wirkungsgrades η_h sich bemerkbar macht. Während wir für gute Turbinen mit normalen Umfangsgeschwindigkeiten (also mit $u_1 \cong 2,9$ m) ein $\varphi = 0,87$ annehmen können, wird bei $u_1 = 3,8$ m vielleicht noch ein $\varphi = 0,84$ zu erreichen sein, und wir dürfen nach dem heutigen Stande des Turbinenbaues $u_1 = 3,8$ m als oberste Grenze der Umfangsgeschwindigkeit annehmen.

Im Anschluß hieran mögen noch kurz die direkten Ursachen des Abfallens von φ mit (über 2,9 m hinaus) zunehmendem u_1 besprochen werden:

Mit zunehmendem u_1 nehmen einmal die Wassergeschwindigkeiten im Laufrad zu. (Siehe Fig. 59.) Sodann werden unter sonst gleichen Verhältnissen mit zunehmendem u_1 die Laufradkanäle infolge des größeren Winkels β_1 und des kleineren Winkels β_2 (Siehe Fig. 17) länger, während die durchschnittliche Kanalweite und damit auch das durchschnittliche Verhältnis: R = Querschnitt des Kanales: benetzten Umfang desselben, kleiner und somit ungünstiger wird. Bekanntlich wachsen aber die Reibungsverluste mit dem Quadrat der Geschwindigkeit und im einfachen Verhältnis der Kanallänge und des Verhältnisses R. Siehe auch „Zeuner, Vorlesungen über Theorie der Turbinen" § 5, Gleichung 70.

Durch das Vorstehende sind somit bereits die Wege für günstige konstruktive Formgebung der Laufradkanäle bei Turbinen mit hoher Umfangsgeschwindigkeit gewiesen, worauf wir an anderer Stelle bei den Schaufelschnitten noch eingehend zurückkommen werden. (Siehe auch § 12 Seite 41.)

Eine Zunahme der Durchflußverluste um ca. 3 v. H. bei Vergrößerung der Umfangsgeschwindigkeit von 2,9 auf 3,8 m, wie sie nach dem Gesagten bedingt ist, er-

scheint nun an sich nicht so bedeutend im Hinblick auf die, unter sonst gleichen Verhältnissen sich ergebende Erhöhung der Drehzahl und die mit dieser verbundenen Herabminderung der Dimensionen (also Verbilligung) der Transmissionsteile, oder der eventuell direkt anzutreibenden Arbeitsverbraucher wie Dynamomaschinen und dergl., als daß wir uns nicht fragen müßten, ob eine weitere Erhöhung der Umfangsgeschwindigkeit auf Kosten einiger weiterer v. H. des verfügbaren Gefälles im Interesse noch höherer Drehzahl vielleicht doch angezeigt wäre.

Diese Frage wäre in vielen Fällen zu bejahen, wenn wir es, den Voraussetzungen in diesem Paragraphen entsprechend, mit einer Vollturbine zu tun hätten, welche ja stets nur mit ein und derselben günstigsten Beaufschlagung arbeitet. Dieser Fall trifft aber nur höchst selten zu und es wird vielmehr eine Turbine fast immer innerhalb der schon in § 8 besprochenen Grenzen $\lambda = {}^1/_1$ bis äußerst $\lambda = {}^1/_4$ beaufschlagt werden, wobei die im Folgenden näher zu besprechenden, ungünstigen Verhältnisse am Laufradaustritt sich einstellen und welche die Ursache bilden, daß mit der Umfangsgeschwindigkeit bis jetzt nicht über 3,8 m hinausgegangen wird.

unser $c_e^2 = \varphi \cdot 2g = 0{,}84 \cdot 2 \cdot 9{,}81 \cong 16{,}5$ wird. Dann müßte die Grundgleichung lauten:

$w_{1(1/1)}^2 - v_{1(1/1)}^2 = 16{,}5 - 5{,}07^2 = 16{,}5 - 25{,}7 = -9{,}2,$

d. h. $v_{1(1/1)}$ müßte größer werden als $w_{1(1/1)}$ und wir würden für $\lambda = {}^1/_1$ ein Eintrittsdreieck des aus Fig. 54 ersichtlichen Charakters erhalten. Die hierdurch bedingten, sehr großen Winkel $\alpha_{1(1/1)}$ und $\beta_{1(1/1)}$ bringen jedoch eine Reihe von Nachteilen konstruktiver bezw. praktischer Natur mit sich und es wird deshalb als praktische Grenze $w_{1(1/1)} = v_{1(1/1)}$ gesetzt, womit das Eintrittsdreieck für $\lambda = {}^1/_1$ gleichschenklig, also $x_{(1/1)} = \frac{u_1}{2}$ wird. (Siehe Fig. 55.)

Fig. 54.

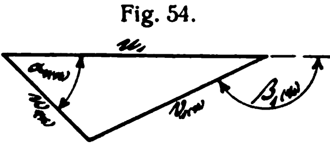
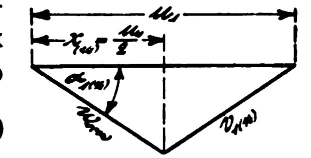


Fig. 55.



Die Grundgleichung $w_1^2 - v_1^2 = c_e^2 - v_2^2$ lautet demnach für solche raschlaufende Turbinen und $\lambda = {}^1/_1$, indem $w_{1(1/1)} = v_{1(1/1)}$ vorausgesetzt wird:

$$v_{2(1/1)}^2 = c_e^2 \text{ oder } v_{2(1/1)} = c_e.$$

Fig. 52. Maßstab: 10 m/m = 0,5 m. Fig. 53.

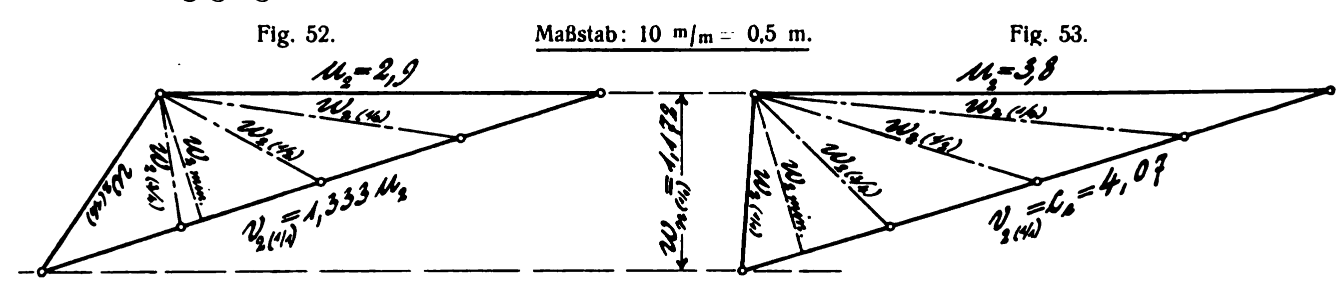


Fig. 52 stellt die Austrittsdreiecke einer Turbine mit $u_1 = 2{,}9$ m dar, wobei der Einfachheit halber eine Turbinenstange, also ein $\frac{D_2}{D_1} = 1$ und somit ein $u_2 = u_1$ angenommen wurde. Ferner wurde $w_{n(1/1)} = 1{,}172$ m und $v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ zu Grunde gelegt. Fig. 53 hingegen zeigt die Austrittsdreiecke einer Turbine mit $u_1 = 3{,}8$ m, ebenfalls für $\frac{D_2}{D_1} = 1$ und $w_{n(1/1)} = 1{,}172$ m, bei welchen aber die bisher verwendete Regel: $v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ nicht mehr Anwendung finden konnte aus Gründen, welche wir, von der Sache abschweifend, kurz erörtern wollen.

Die allgemeine Grundgleichung lautet:

$$w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 = c_e'^2$$

und für unseren Fall, wo $\frac{D_2}{D_1} = 1$, also $u_2 = u_1$ angenommen wurde, wird $c_e' = c_e$ und dementsprechend die Grundgleichung:

$$w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 = c_e^2$$

oder: $$w_1^2 - v_1^2 = c_e^2 - v_2^2.$$

Bei Einhaltung der Regel $v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ erhalten wir nun für $u_2 = 3{,}8$:

$$v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot 3{,}8 = 5{,}07 \text{ m}.$$

Nach Seite 28, Spalte rechts, ist für $u_1 = 3{,}8$ m der Durchflußkoeffizient φ etwa zu 0,84 anzunehmen, womit

Bisher haben wir der Einfachheit halber eine Turbinenstange, also $\frac{D_2}{D_1} = 1$ vorausgesetzt, es werden jedoch für ein Verhältnis $\frac{D_2}{D_1} < 1$, (also für $u_2 < u_1$) wie dies bei der Francis-Turbine der Fall ist, ganz dieselben Verhältnisse zutreffen, nur muß hier an Stelle des c_e^2 das

$$c_e'^2 = c_e^2 - (u_1^2 - u_2^2)$$

in der Grundgleichung treten, wonach dieselbe für raschlaufende Francis-Turbinen und $\lambda = {}^1/_1$ lautet:

$$v_{2(1/1)}^2 = c_e'^2 \text{ oder } v_{2(1/1)} = c_e'.$$

Wir können somit bezüglich der für die Turbinenberechnung grundlegenden Annahme des $v_{2(1/1)}$ folgendes Kriterium aufstellen:

Die Regel $v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ (entsprechend $v_{2(3/4)} = u_2$) behält Geltung, solange $1{,}333 \cdot u_2$ nicht größer als c_e' sich ergibt. Andernfalls ist stets $v_{2(1/1)} = c_e'$ einzuhalten.

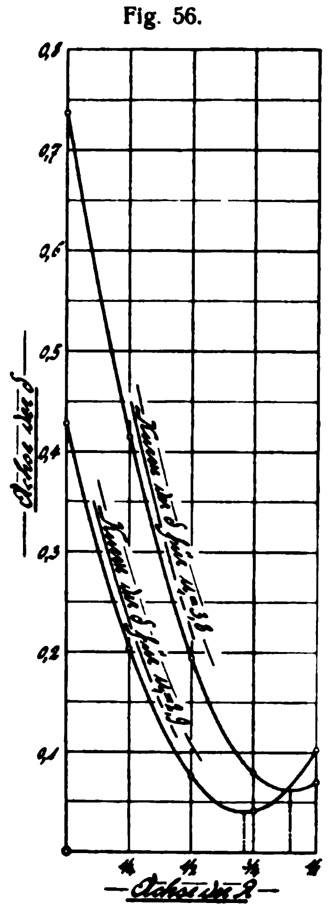
Dasselbe gilt für die Annahme des $v_2 = u_2$ statt für $\lambda = {}^3/_4$ für irgend eine andere Beaufschlagung, größer oder kleiner als $\lambda = {}^3/_4$, zu welchem Mittel unter bestimmten Verhältnissen wohl einmal gegriffen wird, und es soll eben auch hier das $v_{2(1/1)}$ nicht größer werden als c_e'. Siehe auch Fußnote **) Seite 27.

Wir kehren wieder zu unseren vorigen Betrachtungen zurück, für welche $\frac{D_2}{D_1} = 1$ bezw. $u_2 = u_1$ war und legen,

Vorstehendem entsprechend, den Austrittsdreiecken für $u_1 = 3,8$ in Fig. 53 ein $v_{2(1/1)} = c_e = \sqrt{16,5} = 4,07$ zu Grunde.

Vergleichen wir nun die beiderseitigen Austrittsdreiecke, Fig. 52 und 53 miteinander, so finden wir, daß das kleinste und somit günstigste $w_{2\,min}$ bei $u_1 = 2,9$ etwas unterhalb $\lambda = {}^3/_4$, bei $u_1 = 3,8$ dagegen zwischen $\lambda = {}^3/_4$ und $\lambda = {}^1/_1$ mehr in der Nähe des Letzteren liegt und daß sich dasselbe für $u_1 = 2,9$ ziemlich kleiner, also günstiger ergibt als für $u_1 = 3,8$. (Siehe auch die strichpunktierten Ordinaten in Fig. 56.) In beiden Fällen nimmt das w_2 mit abnehmender Beaufschlagung von w_{2min} ab zu und es ist aus den Figuren 52 und 53 ohne Weiteres ersichtlich, daß die Zunahme von w_2 bei $u_1 = 3,8$ ganz erheblich rascher vor sich geht als bei $u_1 = 2,9$.

Fig. 56.



Der besseren Übersicht wegen mögen die verschiedenen $w_{2(\lambda)}$ den Figuren 52 und 53 entnommen, die zugehörigen δ berechnet und tabellarisch zusammengestellt werden.

I. Für $u_1 = 2,9$.

Es wird bei:	$\lambda = {}^1/_1$	$\lambda = {}^3/_4$	$\lambda = {}^1/_2$	$\lambda = {}^1/_4$	$\lambda = 0$
$w_2 =$	1,42	0,9	1,22	2,0	2,9
$\delta = \frac{w_2^2}{2g} =$	0,103	0,0413	0,076	0,204	0,428

II. Für $u_1 = 3,8$.

Es wird bei:	$\lambda = {}^1/_1$	$\lambda = {}^3/_4$	$\lambda = {}^1/_2$	$\lambda = {}^1/_4$	$\lambda = 0$
$w_2 =$	1,17	1,25	1,95	2,85	3,8
$\delta = \frac{w_2^2}{2g} =$	0,0699	0,0797	0,194	0,415	0,737

Wenn wir dann noch die für die verschiedenen Beaufschlagungen für $u_1 = 2,9$ und $u_1 = 3,8$ ermittelten Tabellenwerte der Austrittsverluste δ nach Beaufschlagungen geordnet graphisch darstellen, so erhalten wir die Fig. 56, aus welcher klar zu erkennen ist, wie ungünstig sich für $u_1 = 3,8$ die Austrittsverhältnisse im Vergleich mit denen für $u_1 = 2,9$ bei abnehmendem λ gestalten, indem z. B. für $u_1 = 3,8$ und $\lambda = {}^1/_2$ ein $\delta = 0,194$ oder 19,4 v. H. Austrittsverlust sich ergeben, im Gegensatz zu nur $\delta = 0,076$ oder 7,6 v. H. Austrittsverlust bei $u_1 = 2,9$ und $\lambda = {}^1/_2$. Es wird also im ersteren Falle der durch den größeren Austrittsverlust bei $\lambda = {}^1/_2$ bedingte größere Abfall des Nutzeffektes allein schon $19,4 - 7,6 = 11,8$ oder rund 12 v. H. betragen, und es ist somit klar, daß eine weitere Verschlechterung der Austrittsverhältnisse zu gunsten eines noch größeren u_1 (als 3,8 m) nicht wünschenswert erscheinen kann, insbesondere wenn man bedenkt, daß mit weiter zunehmendem u_1 auch die Durchflußverluste rasch anwachsen. (Siehe auch Fig. 60.) Im Übrigen darf hier noch auf den charakteristischen Verlauf der Austrittsverlustkurven in Fig. 56 aufmerksam gemacht werden, welcher dem von scheitelabwärts gezeichneten Parabeln ähnlich ist.

§ 10.

Abhängigkeit des Spaltdruckes $\mathfrak{h}_1$ von der Umfangsgeschwindigkeit u_1 bei Reaktionsturbinen.

In § 9 haben wir die Grenzen, innerhalb welcher die Umfangsgeschwindigkeit einer Turbine gewählt werden kann, bestimmt und gesehen, daß nach Gleichung 6: $2\,u_1 \cdot x = c_e^2$ die Veränderlichkeit von u_1 auch veränderliches x und da $x = w_1 \cdot \cos \alpha_1$ ist, auch veränderliches w_1 bedingt. Indem aber nach Seite 9, Fußnote **) rechts: $\mathfrak{h}_1 = \varphi \cdot H - \frac{w_1^2}{2g}$ ist, so muß mit u_1 auch $\mathfrak{h}_1$ sich ändern.

Die folgende Untersuchung soll nun ergeben, inwieweit ein Zusammenhang zwischen $\mathfrak{h}_1$ und u_1 besteht, und zu diesem Zweck treffen wir auch hier wieder, wie schon in § 9, die vereinfachende Annahme einer Turbine mit feststehenden Leitschaufeln, welche immer mit ein und derselben Beaufschlagung arbeite und für welche die Verhältnisse unserer günstigsten Beaufschlagung $\lambda = {}^3/_4$, also stoßfreier Eintritt des Wassers ins Laufrad und $v_2 = u_2$ zutreffen mögen. Diese Turbine wollen wir uns der Reihe nach für alle nach § 9 möglichen Umfangsgeschwindigkeiten u_1 konstruiert denken und dabei untersuchen, wie mit u_1 der Spaltdruck $\mathfrak{h}_1$ sich ändert.

Aus der schon vorhin dem § 4 entnommenen Beziehung: $\mathfrak{h}_1 = \varphi \cdot H - \frac{w_1^2}{2g}$ finden wir w_1^2 zu:

$$w_1^2 = \varphi \cdot 2g \cdot H - 2g \cdot \mathfrak{h}_1$$

oder für $H = 1$ m:

$$w_1^2 = c_e^2 - 2g \cdot \mathfrak{h}_1.$$

Diesen Wert von w_1^2 führen wir in die allgemeine Grundgleichung 3 ein und erhalten:

$$c_e^2 - 2g \cdot \mathfrak{h}_1 - v_1^2 + v_2^2 + u_1^2 - u_2^2 = c_e^2.$$

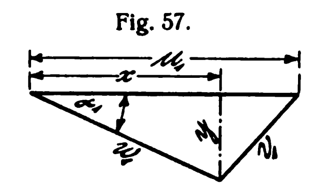
$c_e{}^2$ kürzt sich gegen $c_e{}^2$, $v_2{}^2$ gegen $u_2{}^2$ und wir können somit schreiben:

$$u_1{}^2 - v_1{}^2 = 2g \cdot \mathfrak{h}_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 10.)$$

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, daß $\mathfrak{h}_1$ neben u_1 auch noch von v_1 abhängig ist, woraus folgt, daß ein allgemeines Gesetz der Abhängigkeit zwischen u_1 und $\mathfrak{h}_1$ nicht bestehen kann.

Durch Gl. 6 ist jedoch für ein gegebenes u_1 ein ganz bestimmtes x festgelegt, (Siehe Fig. 57) wodurch offenbar zwei Stücke des Eintrittsdreieckes gegeben sind, und wenn jetzt noch die Radialkomponente y von v_1 bekannt wäre, so wäre das Eintrittsdreieck bestimmt. Wir dürfen nun für unsere Betrachtungen dieses y, mit welchem wir uns schon in § 8 auf Seite 21 näher befaßten, und auf das wir in § 13 und 16 noch eingehender zurückkommen werden, angenähert für Turbinen aller Umfangsgeschwindigkeiten als konstant annehmen.*) Wenn wir somit für normale Verhältnisse, welchen ein $u_1 = 2{,}9$ und Winkel $\alpha_1 = 18^0$ (etwa $\lambda = {}^3/_4$ einer regulierbaren Turbine entsprechend) zu Grunde gelegt werden möge, das zugehörige y bestimmen, so ist durch dieses für jedes beliebige u_1 im Verein mit dem durch u_1 bereits gegebenen x das Eintrittsdreieck und damit auch das jeweilige v_1 festgelegt, so daß wir das zugehörige $\mathfrak{h}_1$ aus Gl. 10 leicht bestimmen können.

Fig. 57.



Um nun ein klares Bild über die Veränderlichkeit des $\mathfrak{h}_1$ in Abhängigkeit von u_1 zu erhalten, wollen wir für verschiedene u_1 auf Grund des Vorstehenden das zugehörige $\mathfrak{h}_1$ rechnen und die ermittelten Werte nach Umfangsgeschwindigkeiten geordnet graphisch darstellen. Zu diesem Zwecke wählen wir eine Reihe solcher und es ist wohl einleuchtend, daß bei dieser Auswahl in erster Linie:

$$u_{1\,min} = \frac{c_e{}^2}{2\,c_e{}' \cdot \cos\alpha_1}; \quad u_{1\,norm} = 2{,}9 \text{ und } u_{1\,max} = 3{,}8$$

in Betracht gezogen werden.

Wie wir in § 8 bereits nachgewiesen haben, ist die Umfangsgeschwindigkeit u_1, sofern es sich um Reaktionsturbinen handelt, unabhängig von der Art des Wasserdurchflusses durch die Turbine, und es haben also die für u_1 bezw. für den Laufradeintritt gefundenen Beziehungen (Siehe Gl. 6 Seite 27 und obige Gl. 10) allgemein für Radial- wie für Achsialturbinen, sowie für Turbinen mit irgend welcher anderen Durchflußart, Giltigkeit. Ferner haben wir in § 9 gesehen, daß das $u_{1\,min}$, d. h. diejenige Umfangsgeschwindigkeit, für welche x bezw. w_1 ein Maximum, also $w_1 = c_e{}'$ werden muß, sich ergibt zu: $u_{1\,min} = \dfrac{c_e{}^2}{2\,c_e{}' \cdot \cos\alpha_1}$.

*) In § 16 werden wir sehen, daß praktische Gründe ein von dem Verhältnis $\frac{b_0}{D_1}$ ($b_0 \cong b_1$) abhängiges, veränderliches $y_{(1/1)}$ bedingen, und wir können somit unseren verschiedenen Turbinen im vorliegenden Falle konstantes $\frac{b_0}{D_1}$, also auch konstantes y zu Grunde gelegt denken.

Indem nun das $c_e{}'$ neben u_1 auch von u_2 abhängig ist (wie dies schon in § 9 Seite 27 gezeigt wurde) und ferner $u_2 = u_1 \cdot \frac{D_2}{D_1}$ ist, so wird, je nachdem das Verhältnis $\frac{D_2}{D_1}$ größer oder kleiner ist, auch $c_e{}'$ größer oder kleiner ausfallen und dementsprechend $u_{1\,min}$ einen kleineren oder größeren Wert annehmen.

Zur Bestimmung eines $u_{1\,min}$ für unsere Betrachtungen wollen wir daher, um die weitere Annahme irgend eines beliebigen Verhältnisses $\frac{D_2}{D_1}$ zu umgehen, das $u_{1\,min}$ der Turbinenstange wählen, d. h. wir legen ein Verhältnis $\frac{D_2}{D_1} = 1$ zu Grunde und erhalten damit:

$$u_{1\,min} = \frac{c_e}{2\cos\alpha_1} \quad \text{(Siehe Seite 28.)}$$

Es zeigt sich nun in der folgenden graphischen Darstellung, (Fig. 61) daß die für veränderliches u_1 sich ergebende Kurve der $\mathfrak{h}_1$ über $u_1 = 3{,}8$ m hinaus einem Scheitelpunkt zustrebt und wir wollen daher zu dessen Bestimmung noch für zwei weitere, größere Umfangsgeschwindigkeiten: $u_1 = 4{,}2$ und $u_1 = 4{,}8$, welche natürlich nur theoretische Bedeutung besitzen, die zugehörigen $\mathfrak{h}_1$ bestimmen, um über den Verlauf von $\mathfrak{h}_1$ mit veränderlichem u_1 ein möglichst vollkommenes Bild zu erhalten.

Wir haben demnach für folgende Umfangsgeschwindigkeiten:

$$1.)\ u_{1\,min} = \frac{c_e}{2\cos\alpha_1}; \quad 2.)\ u_{1\,norm} = 2{,}9; \quad 3.)\ u_{1\,max} = 3{,}8;$$
$$4.)\ u_1 = 4{,}2 \text{ und } 5.)\ u_1 = 4{,}8$$

die zugehörigen Spaltdrucke $\mathfrak{h}_1$ behufs graphischer Darstellung zu berechnen, wobei wir folgendermaßen verfahren:

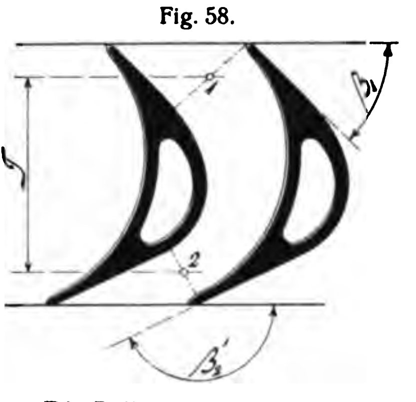
Zunächst bestimmen wir aus der Beziehung $2\,u_1 \cdot x = c_e{}^2$ das jeweilige x*), womit zwei Stücke des gesuchten Eintrittsdreieckes bekannt sind, und nachdem wir dann für $u_{1\,norm} = 2{,}9$ nach linksspaltig Gesagtem noch

*) Es sei hier erwähnt, daß nach § 9 bei Berücksichtigung der verschiedenen Beaufschlagungen einer Turbine aus praktischen Rücksichten die Gleichung $2\,u_1 \cdot x_{(3/4)} = c_e{}^2$ nur Giltigkeit besitzt, solange $v_{2\,(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ nicht größer wird als c_e. (Siehe § 9 Seite 29) während andernfalls die Beziehung $2\,x_{(1/1)} = u_1$ Platz greift, wobei dann $v_{2\,(1/1)} = c_e$ wird. Der Einfachheit halber, und da es sich bei unseren vorliegenden Betrachtungen in der Hauptsache um theoretische Erwägungen handelt, die uns bezüglich des Spaltdruckes $\mathfrak{h}_1$ in seiner Abhängigkeit von u_1 unter anderem einen Ausblick über die, durch praktische Verhältnisse gegebene, obere Grenze hinaus verschaffen sollen, wollen wir jedoch die erstere Beziehung $2\,u_1 \cdot x = c_e{}^2$ zur Bestimmung der Eintrittsdreiecke für alle fünf Umfangsgeschwindigkeiten verwenden, und wir nehmen infolgedessen bei den größeren Umfangsgeschwindigkeiten ein v_1 in Kauf, welches größer ist als das zugehörige w_1. Hierdurch wird jedoch der zu bestimmende Verlauf der $\mathfrak{h}_1$ Kurve nur wenig beeinflußt und zudem würde bei Berücksichtigung der Beziehung $2\,x = u_1$ das w_1 größer als im anderen Falle, und der uns interessierende Abfall der $\mathfrak{h}_1$ Kurve hinter dem Scheitelpunkt in Fig. 61 würde nur noch energischer (Siehe auch Seite 33 und 34) zum Ausdruck kommen, entsprechend der Beziehung $\mathfrak{h}_1 = \varphi \cdot H - \frac{w_1{}^2}{2g}$.

das für alle u_1 giltige y festgelegt haben, ist für alle Eintrittsdreiecke das dritte Stück gegeben, wodurch diese selbst und damit auch die jeweiligen v_1 bestimmt sind. Die v_1 werden den aufgezeichneten Eintrittsdreiecken (Siehe Fig. 59) entnommen und mit Hilfe der zugehörigen u_1 können durch Einführung dieser Werte in die Gl. $u_1^2 - v_1^2 = 2g \cdot \mathfrak{h}_1$ die Spaltdrucke $\mathfrak{h}_1$ leicht berechnet werden, so daß nur noch erübrigt, die so gefundenen Werte von $\mathfrak{h}_1$ in ihrer Abhängigkeit von u_1 graphisch darzustellen.

Vorerst benötigen wir aber zur Bestimmung der Werte x die den jeweiligen u_1 zugehörigen Werte von c_e^2, welche uns durch die Erfahrung gegeben sind. Es ist $c_e^2 = \varphi \cdot 2g$ und es wurde bereits erwähnt, daß für gute Turbinen bei $u_1 = 2{,}9$, $\varphi = 0{,}87$ und bei $u_1 = 3{,}8$, $\varphi = 0{,}84$ angenommen werden darf. Desgleichen kann für $u_{1\,min} = \frac{c_e}{2 \cos \alpha_1}$ ein durch die Erfahrung gegebener Wert von φ, welcher um ca. 3 v. H. geringer ist als der für $u_{1\,norm}$ gegebene, angenommen werden, so daß für $u_{1\,min}$ unser φ abermals 0,84 wird, und es ist über die Abnahme des φ, mit von $u_{1\,norm} = 2{,}9$ ab kleiner werdendem u_1, in der Hauptsache Folgendes zu sagen. Mit abnehmendem u_1 ergeben sich zunächst durchschnittlich größere Wassergeschwindigkeiten in Leit- und Laufrad. (Siehe Fig. 59.) Dann gibt die starke Ablenkung des Wassers im Laufrad um den Winkel $\beta_2' - \beta_1$ (Fig. 58) bei sonst gleicher Radtiefe T*) einen längeren Turbinenkanal und durchschnittlich kleinere Kanalweiten, also kleineres und somit ungünstigeres Verhältnis R = Querschnitt: benetzten Umfang. Die Reibungsverluste wachsen aber mit dem Quadrat der Geschwindigkeit und im einfachen Verhältnis der Kanallänge und des Verhältnisses R.

Fig. 58.



Es darf auch hier wieder auf „Zeuner, Vorlesungen über Theorie der Turbinen", § 5 verwiesen werden.

Für die drei charakteristischen, praktischen Umfangsgeschwindigkeiten sind nunmehr die zugehörigen Durchflußkoeffizienten bekannt und es fehlen uns nur noch die φ für $u_1 = 4{,}2$ und $u_1 = 4{,}8$. Für diese Umfangsgeschwindigkeiten liegen aber Erfahrungswerte von φ nicht vor, doch wenn wir die Erfahrungswerte von φ für $u_{1\,min}$; $u_{1\,norm}$ und $u_{1\,max}$ in Abhängigkeit von diesen Umfangsgeschwindigkeiten graphisch darstellen und die so erhaltene „Kurve der φ" über $u_{1\,max} = 3{,}8$ hinaus stetig verlängern, so erhalten wir die Werte von φ für $u_1 = 4{,}2$ und 4,8 mit für unsere Zwecke genügender Genauigkeit.

Zur graphischen Darstellung dieser Kurve der φ müssen wir vorerst unser $u_{1\,min}$ bestimmen, welches seinerseits aber wieder vom zugehörigen Winkel α_1, also auch von dem, allen fünf Umfangsgeschwindigkeiten gemeinsamen Wert von y abhängig ist und den wir uns somit in erster Linie beschaffen müssen. Wir zeichnen daher mit Hilfe der schon auf Seite 31 angegebenen Werte $u_{1\,norm} = 2{,}9$; $\alpha_1 = 18^0$ und

$$x = \frac{c_e^2}{2\,u_1} = \frac{0{,}87 \cdot 19{,}62}{5{,}8} = 2{,}95$$

das Eintrittsdreieck für $u_1 = 2{,}9$ auf, womit das für alle u_1 giltige y gegeben ist. (Siehe Fig. 59.)

Ziehen wir jetzt im Abstand y eine Parallele zu u_1, so ist dieselbe geometrischer Ort aller durch w_1 und v_1 gebildeten Ecken der fünf Eintrittsdreiecke, so daß durch den jeweiligen zweiten geometrischen Ort derselben, nämlich durch das im Abstand x vom Ursprung auf u_1 zu errichtende Lot ein Schnittpunkt beider Örter erzielt und das jeweilige Eintrittsdreieck festgelegt wird.

Nun zur Bestimmung von $u_{1\,min}$! Zu diesem Zweck müssen wir zunächst einen passend scheinenden Wert von $u_{1\,min}$ wählen und damit das zugehörige x berechnen.

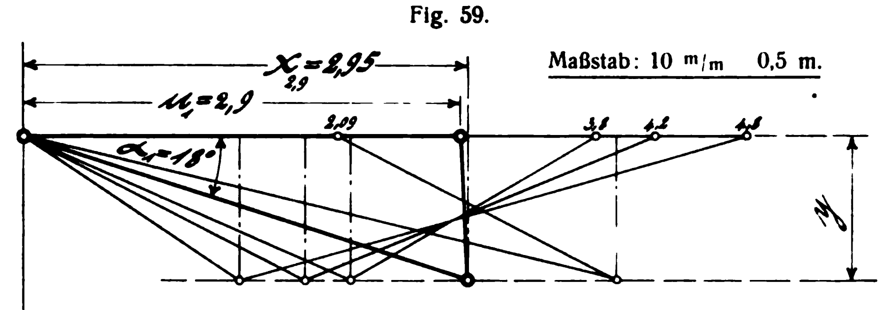
Wir wählen $u_{1\,min} = 2{,}1$ und erhalten:

$$x = \frac{0{,}84 \cdot 19{,}62}{2 \cdot 2{,}1} = 3{,}92.$$

Dieses x in Fig. 59 eingetragen ergibt einen Winkel $\alpha_1 = 13^0\,40'$ und wir rektifizieren nun mittels dieses Wertes und mit Hilfe der Gleichung $u_{1\,min} = \frac{c_e}{2 \cos \alpha_1}$ unser u_1, wodurch wir erhalten:

$$u_{1\,min} = \frac{\sqrt{0{,}84 \cdot 19{,}62}}{2 \cos \alpha_1} = \frac{\sqrt{16{,}5}}{2 \cdot 0{,}972} = 2{,}09.$$

Fig. 59.



Mit diesem genaueren Wert von u_1 rückwärtsgehend, stellen wir x richtig und finden:

$$x = \frac{16{,}5}{4{,}18} = 3{,}94.$$

Dieses x in Fig. 59 eingetragen ergibt denselben Winkel $\alpha_1 = 13^0\,40'$, wonach $u_{1\,min} = 2{,}09$ als genügend genau beibehalten werden kann.

Nachdem nunmehr das $u_{1\,min}$ vorliegt, ist zur Aufzeichnung der Kurve der φ alles gegeben und wir erhalten dieselbe in Fig. 60. Durch stetige Verlängerung der Kurve über $u_1 = 3{,}8$ hinaus ergibt sich dann für $u_1 = 4{,}2$ ein $\varphi = 0{,}8$ und für $u_1 = 4{,}8$ ein $\varphi = 0{,}7$. Mithin sind wir jetzt in der Lage, auch für diese Umfangsgeschwindigkeiten die zugehörigen x zu bestimmen und damit die

*) Bezüglich des Vorteiles der durch große Radtiefen T, namentlich bei Turbinen mit geringer Umfangsgeschwindigkeit, erzielten, günstigen Eintrittsverhältnisse darf hier auf § 12 verwiesen werden.



Eintrittsdreiecke in Fig. 59 vollends aufzuzeichnen, welchen wir alsdann die zur Berechnung der $\mathfrak{h}_1$ notwendigen Werte von v_1 entnehmen können.

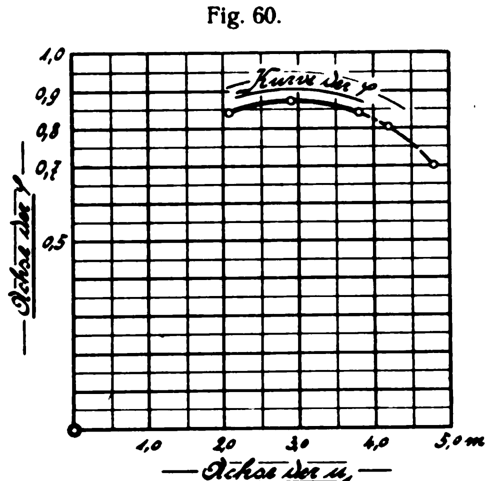


Fig. 60.

Diese einfachen Rechnungen sind hier, um nicht allzu weitläufig zu werden, nicht einzeln durchgeführt. Wir begnügen uns vielmehr damit, ihre Ergebnisse in nachfolgender Tabelle zusammenzustellen.

Umfangs-geschwindigkeit	φ	c_e^2	x	v_1 aus Fig. 59 entnommen	$\mathfrak{h}_1 = \frac{u_1^2 - v_1^2}{2g}$
$u_1 = 2{,}09$	0,84	16,5	3,94	2,09	0,0000
$u_1 = 2{,}9$	0,87	17,1	2,95	0,96	0,381
$u_1 = 3{,}8$	0,84	16,5	2,17	1,89	0,555
$u_1 = 4{,}2$	0,80	15,7	1,87	2,52	0,575
$u_1 = 4{,}8$	0,70	13,7	1,43	3,51	0,55

Aus der Tabelle ersehen wir, daß für $u_{1\,min} = 2{,}09$ das $\mathfrak{h}_1 = 0$ wird, welches Resultat zu erwarten war, indem hierbei $w_1 = c_e$ ist und somit im Spalt das ganze effektive Gefälle in Geschwindigkeit umgesetzt sein muß. Das $u_{1\,min}$ bildet demnach den Übergang von der Reaktionsturbine zur Aktionsturbine, bei welch Letzterer ja bekanntlich das Wasser mit einer, dem effektiven Gefälle entsprechenden Geschwindigkeit dem Leitapparat entströmt, und man nennt Reaktionsturbinen mit $u_{1\,min}$ deshalb auch „Grenzturbinen", weil sie auf der Grenze zwischen Reaktions- und Aktionsturbinen stehen. Diese Verhältnisse werden auf Seite 35, Spalte links, weiter besprochen und es mag hier darauf hingewiesen werden.

Fig. 61.

Aus der Tabelle sehen wir nun weiter, daß mit größer werdendem u_1 auch der Spaltdruck $\mathfrak{h}_1$ zunimmt und für $u_1 = 4{,}2$ den Wert 0,575 erreicht, sodaß also von unserem 1 m betragenden Gefälle bei $u_1 = 4{,}2$ m noch 0,575 m im Spalt als Druck (potentielle Energie) vorhanden sind. Hingegen sehen wir, daß für $u_1 = 4{,}8$ m $\mathfrak{h}_1$ nur noch 0,55 m beträgt, also wieder kleiner geworden ist, und stellen wir nun die verschiedenen $\mathfrak{h}_1$ in Abhängigkeit von u_1 graphisch dar, (Fig. 61) so finden wir, daß die gesuchte „Kurve der $\mathfrak{h}_1$", von $u_{1\,min} = 2{,}09$ aus rasch ansteigend, stetigen, parabelähnlichen Verlauf zeigt, in der Nähe von $u_1 = 4{,}2$ einen Scheitelpunkt erreicht und dann mit weiter zunehmendem u_1 wieder gegen die Abszissenachse zu abfällt.

Es zeigt sich also das interessante Ergebnis, daß mit zunehmendem u_1 das $\mathfrak{h}_1$ ebenfalls, und zwar zunächst rasch, größer wird, schließlich aber, etwa bei $u_1 = 4{,}2$ einen Größtwert erreicht und von da ab mit weiter zunehmendem u_1 wieder abnimmt.

Bezüglich der Werte von φ und der diesbezüglichen sonstigen, konstruktiven und praktischen Erfahrungen befinden wir uns nun bei $u_1 = 4{,}8$ und darüber hinaus bereits in derart unbekannten Regionen, daß der weitere Verlauf der $\mathfrak{h}_1$ Kurve, auch nur einigermaßen wahrscheinlich nicht bestimmt werden kann. Es ist jedoch zweifellos, daß die Kurve der φ über $u_1 = 3{,}8$ hinaus bis $u_1 = 4{,}8$ in Wirklichkeit den Charakter und ähnlichen Verlauf wie in Fig. 60 zeigen wird, wenn auch zugegeben werden muß, daß ihr Verlauf nach oben immer unsicherer wird, je mehr sich u_1 von 3,8 gegen 4,8 zu entfernt. Jedenfalls aber ist diesem, mit (über 3,8 hinaus) zunehmendem u_1 raschen Abfallen der Kurve der φ, bezw. dem entsprechenden raschen Anwachsen der Durchflußverluste, der Scheitelpunkt der $\mathfrak{h}_1$ Kurve in Fig. 61 zuzuschreiben. Denn aus Fig. 59 sehen wir, daß mit zunehmender Umfangsgeschwindigkeit w_1 immer kleiner wird, wonach ja entsprechend der Beziehung:

$$\mathfrak{h}_1 = \varphi \cdot H - \frac{w_1^2}{2g}$$

(mittels welcher wir natürlich die Werte von $\mathfrak{h}_1$ ebenfalls hätten bestimmen können) der Spaltdruck $\mathfrak{h}_1$ bei konstantem $\varphi \cdot H$, und für $H = 1$ m bei konstantem $\frac{c_e^2}{2g}$, immer größer werden müßte.

Bei Benützung der grundlegenden Beziehung:

$$v_{2(1/1)} = c_e,$$

welche für praktische Verhältnisse und größere Umfangsgeschwindigkeiten ja Verwendung findet, wird allerdings w_1 mit zunehmendem u_1 ebenfalls wieder größer in dem Maße, wie $x = \frac{u_1}{2}$

mit u_1 größer wird von dem Moment ab, in welchem $v_{2(1/1)} = c_e$ erreicht wird. Damit tritt aber neben der von $u_1 = 2{,}9$ ab fallenden Kurve der φ ein zweiter, die $\mathfrak{h}_1$ Kurve absenkender Einfluß in die Erscheinung, so daß für praktische Verhältnisse der Scheitel der $\mathfrak{h}_1$ Kurve noch mehr dem Nullpunkt zugerückt und somit der Charakter derselben ein noch ausgesprochenerer würde als in Fig. 61.

§ 11.

Einfluß der verschiedenen Umfangsgeschwindigkeit bei Francis-Turbinen auf das mit u_1 sich ändernde $\mathfrak{h}_1$.

In § 6 wurde gezeigt, daß bei Francis-Turbinen infolge der Zentrifugalkraft des, das Laufrad durchströmenden Wassers ein Teil des im Spalt noch als Druck vorhandenen Gefälles $\mathfrak{h}_1$ unwirksam gemacht, also gewissermaßen gebunden oder aufgehoben wird, so daß zur Beschleunigung des Wassers im Laufrad von v_1 auf v_2 nur noch ein Teil von $\mathfrak{h}_1$ verwendet werden kann und es betrug derselbe: $\mathfrak{h}_1' = \mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_\delta = \mathfrak{h}_1 - \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}$. Dieses $\mathfrak{h}_1'$ nannten wir wirksamen Spaltdruck, weil, wie bereits erwähnt, nur dieser zur Beschleunigung von v_1 auf v_2 noch verwendet werden kann, und wir können somit auch schreiben:

$$\mathfrak{h}_1' = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$$

also auch:

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \mathfrak{h}_1 - \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}.$$

Ersetzen wir nun unsere in § 10 zu Grunde gelegte Turbine vom Verhältnis $\frac{D_2}{D_1} = 1$ beispielsweise durch eine Francis-Turbine mit dem Verhältnis $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}7$, so ist nach Früherem klar, daß für dieselbe unter sonst gleichen Voraussetzungen ($v_2 = u_2$ und $\alpha_1 = 18^0$ für $u_1 = 2{,}9$) Fig. 59 und damit auch die Kurve der $\mathfrak{h}_1$ in Fig. 61 ohne Weiteres Giltigkeit hat. (Siehe Gl. 6 Seite 27 und Gl. 10 Seite 31.) Hingegen erkennen wir, daß sich für diese Turbine die Werte von $\mathfrak{h}_1$ teilen werden und zwar in die jeweils zugehörigen Werte von $\mathfrak{h}_1'$ und $\mathfrak{h}_\delta$. Wir können demnach auf Grund der Gleichung $\mathfrak{h}_1' = \mathfrak{h}_1 - \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}$ abermals eine Kurve, die „Kurve der $\mathfrak{h}_1'$" bestimmen, deren Verlauf uns im Folgenden beschäftigen soll.

Wir umgehen auch hier wieder umständliche Rechnungen, indem wir die, auf Grund vorstehender Gleichung: $\mathfrak{h}_1' = \mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_\delta$ mit Hilfe der in der Tabelle Seite 33 für unsere fünf Umfangsgeschwindigkeiten bereits niedergelegten Werte von $\mathfrak{h}_1$, gefundenen Rechnungsergebnisse in der folgenden Tabelle zusammenstellen, und hierauf in Fig. 62 die $\mathfrak{h}_1$ und $\mathfrak{h}_1'$ in Abhängigkeit von u_1 graphisch darstellen.

Umfangsgeschwindigkeit	$u_2 = 0{,}7 \cdot u_1$	$\mathfrak{h}_\delta = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}$	$\mathfrak{h}_1$ nach Tabelle Seite 33	$\mathfrak{h}_1' = \mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_\delta$
$u_1 = 2{,}09$	$u_2 = 1{,}463$	0,1135	0,000	— 0,1135
$u_1 = 2{,}9$	$u_2 = 2{,}03$	0,218	0,381	0,163
$u_1 = 3{,}8$	$u_2 = 2{,}66$	0,375	0,555	0,180
$u_1 = 4{,}2$	$u_2 = 2{,}94$	0,459	0,575	0,116
$u_1 = 4{,}8$	$u_2 = 3{,}36$	0,602	0,55	— 0,052
$u_1 = 3{,}4$	$u_2 = 2{,}38$	0,301	0,500	0,199

Fig. 62.

Die Kurve der $\mathfrak{h}_1$ in Fig. 62 konnte direkt aus Fig. 61 übertragen werden. Die auf Grund vorstehender Tabellenwerte gezeichnete Kurve der $\mathfrak{h}_1'$ in Fig. 62 zeigt nun bereits etwa bei $u_1 = 3{,}4$ einen Scheitelpunkt, weshalb zur genaueren Bestimmung desselben in vorstehender Tabelle noch das $\mathfrak{h}_1'$ für $u_1 = 3{,}4$ ermittelt wurde, wofür das zugehörige $\mathfrak{h}_1$ der graphischen Darstellung Fig. 61 entnommen werden konnte. (Siehe die letzte Reihe in vorstehender Tabelle.) Nachdem nun die Kurve der $\mathfrak{h}_1'$ festliegt finden wir, daß dieselbe einen, der $\mathfrak{h}_1$ Kurve ähnlichen, ebenfalls parabelartigen Verlauf zeigt und, wie schon erwähnt, etwa bei $u_1 = 3{,}4$ einen Scheitelpunkt besitzt. Außerdem besitzt die $\mathfrak{h}_1'$ Kurve zwei Schnittpunkte mit der Abszissenachse, den einen etwa bei $u_1 = 2{,}32$, den anderen bei $u_1 = 4{,}65$ und es muß für diese beiden Punkte unsere Gleichung offenbar die charakteristische Form:

$$\mathfrak{h}_1' = \mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_\delta = 0$$

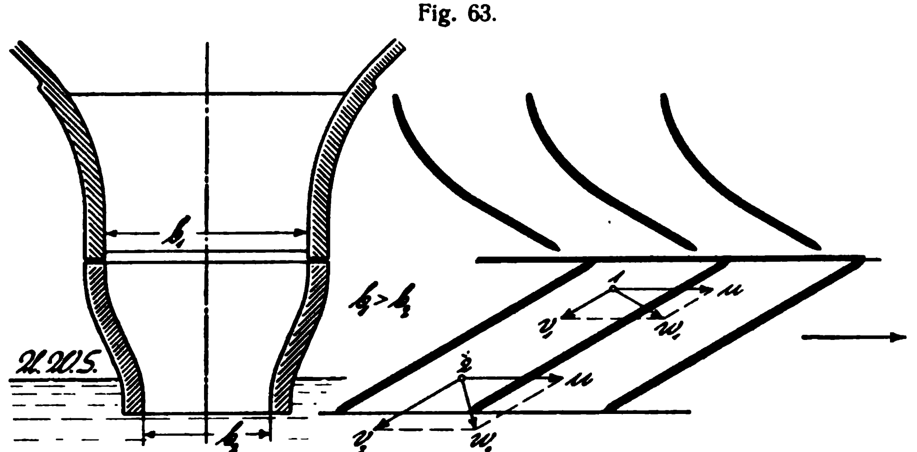
annehmen, d. h., es ist sowohl für $u_1 = 2{,}32$, als auch für $u_1 = 4{,}65$ der wirksame Spaltdruck $\mathfrak{h}_1' = 0$, das ganze, im Spalt noch als Druck vorhandene Gefälle wird hierbei durch $\mathfrak{h}_\delta = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}$ gebunden, und es muß daher für

beide Fälle $v_1 = v_2$ werden. Weiter erkennen wir aus Fig. 62, daß für $u_1 < 2{,}32$ und für $u_1 > 4{,}65$ die $\mathfrak{h}_1'$ negativ werden und zwar nimmt $\mathfrak{h}_1'$ laut Tabelle für $u_{1\,min} = 2{,}09$ den Wert $-0{,}1135$ und für $u_1 = 4{,}8$ den Wert $-0{,}052$ an. Diese negativen Werte von $\mathfrak{h}_1'$ bedeuten aber entsprechend der Beziehung: $\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \mathfrak{h}_1'$, bezw. für den vorliegenden Fall: $\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = -\mathfrak{h}_1'$, nichts anderes als $v_1 > v_2$.

Es ist nun weiter klar, daß die $\mathfrak{h}_1$ Kurve, welche nach Fig. 61 und 62 die Abszissenachse bei $u_{1\,min} = 2{,}09$ trifft, dieselbe hier theoretisch ebenfalls überschreiten und auf der anderen Seite mit negativen Ordinaten $\mathfrak{h}_1$ stetigen Fortgang nehmen muß, was nach der Beziehung $\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_3$ bezw. für diesen Fall: $\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = -\mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_3$ natürlich wiederum $v_1 > v_2$ bedingt.

Der Fall $v_1 = v_2$ (für $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}7$ bei $u_1 = 2{,}32$ und $u_1 = 4{,}65$ zutreffend) bedeutet also theoretisch nur einen Sonderfall und gibt keineswegs theoretische Grenzen für die Umfangsgeschwindigkeit der von außen beaufschlagten Reaktionsturbine, (Francis-Turbine) weder nach unten, noch nach oben zu an. In § 8 auf den Seiten 24 und 25 wurde hingegen schon gezeigt, daß eine Turbine mit $v_1 > v_2$ praktisch wohl unmöglich ist, indem die Verzögerung des Wassers im Laufrad einer Turbine nur bei ganz idealer Wasserführung und dann nur innerhalb bestimmter, eng gezogener Grenzen möglich erscheint. In Wirklichkeit müßte aber die Verzögerung des Wassers stets auf relativ kurzer Wegstrecke erfolgen, wobei überdies der Verzögerungsweg stets Krümmungen und mehr oder weniger starke Querschnittsformänderungen aufweisen würde, und es erscheint aus diesen Gründen der praktische Fall einer Turbine mit $v_1 > v_2$ als ausgeschlossen. Darnach sind also die für $v_1 = v_2$ sich ergebenden 2 Umfangsgeschwindigkeiten als **praktische Grenzfälle** anzusehen und wir bezeichnen diese beiden Umfangsgeschwindigkeiten mit „untere*) bezw. obere Grenzgeschwindigkeit".

Fig. 63.



Innerhalb dieser Grenzen (für unser Verhältnis $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}7$ durch $u_1 = 2{,}32$ und $u_1 = 4{,}65$ gegeben) können wir unter Beibehaltung des gegebenen Wertes von $\frac{D_2}{D_1}$ Francis-Turbinen mit beliebigem u_1 und zugehörigem $\mathfrak{h}_1$ bezw. $\mathfrak{h}_1'$ (als Reaktionsturbinen) bauen, wobei natürlich, nebenbei erwähnt, außer der schon in § 6 gekennzeichneten und bei Francis-Turbinen unvermeidlichen Aktionswirkung infolge der von (u_1) auf (u_2) abnehmenden Transportkomponente noch eine zweite Aktionswirkung als Folge der gekrümmten Laufradschaufeln auftreten wird. Für ein bestimmtes u_1 kann jedoch unter Umständen durch entsprechende Wahl der Geschwindigkeits- und Winkelverhältnisse eine sogenannte „**neutrale Schaufelform**" konstruiert werden, bei welcher die Aktionswirkung durch die Schaufelkrümmung gleich 0 ist.

*) Die untere Grenzgeschwindigkeit ist natürlich identisch mit unserem $u_{1\,min} = \frac{c_e^2}{2\,c_e \cdot \cos\alpha_1}$ auf Seite 27.

Diese neutrale Schaufelform ist z. B. für die Turbinenstange die Ebene und es stellt Fig. 63 eine Turbinenstange mit neutralen Schaufeln, also ohne jegliche Aktionswirkung mit nur reiner Reaktionswirkung dar. Derartige Turbinen haben jedoch, wie bereits in § 3 (Seite 7) erwähnt wurde, keine praktische Bedeutung, und sie sollen hier nur des theoretischen Interesses wegen erwähnt werden.

Zum Schluß sei noch darauf hingewiesen, daß unter sonst gleichen Voraussetzungen für jedes andere Verhältnis von $\frac{D_2}{D_1}$ eine andere $\mathfrak{h}_1'$ Kurve erhalten wird, welche sich der $\mathfrak{h}_1$ Kurve umsomehr nähert, je mehr $\frac{D_2}{D_1}$ an den Wert 1 herankommt und für $\frac{D_2}{D_1} = 1$ fällt die $\mathfrak{h}_1'$ Kurve mit der $\mathfrak{h}_1$ Kurve zusammen. Je kleiner also das Verhältnis $\frac{D_2}{D_1}$ wird, desto näher rücken die Grenzgeschwindigkeiten zusammen und desto enger begrenzt ist das Gebiet der wählbaren, praktischen Umfangsgeschwindigkeit, welcher Umstand darauf hinweist, für $\frac{D_2}{D_1}$ möglichst hohe Werte anzustreben, also möglichst geringe Laufradtiefen zu wählen. Diese Maßnahme liegt aber, wie im folgenden Paragraphen gezeigt werden soll, durchaus nicht im Interesse günstiger Eintrittsverhältnisse bei den verschiedenen Beaufschlagungen, und es erfordert deshalb die Wahl des Verhältnisses $\frac{D_2}{D_1}$ besonders dann reifliche Überlegung, wenn eine regulierbare Francis-Turbine mit kleinst möglicher Umfangsgeschwindigkeit entworfen werden soll.

Im Übrigen muß nach all dem Gesagten nochmals daran erinnert werden, dass die Praxis über $u_1 = 3{,}8$ bis jetzt wohl nicht hinausgegangen ist aus Gründen, welche wir ja in § 9 eingehend besprochen haben. Es liegt somit die obere Grenzgeschwindigkeit im Allgemeinen weit außerhalb des, praktische Bedeutung habenden Rahmens, allein es steht der Verwendung der in vorstehenden Betrachtungen benützten höheren, über $u_1 = 3{,}8$ liegenden Um-

fangsgeschwindigkeiten durchaus nichts im Wege, sofern man immer nur gewillt ist, die dabei auftretenden höheren Durchfluß- und Austrittsverluste und die entsprechend geringeren Nutzeffekte in Kauf zu nehmen.

---

§ 12.

Einfluß des Verhältnisses $\frac{D_2}{D_1}$ bei gegebenem u_1 und y auf die Eintrittsverhältnisse von Francis-Turbinen.

Es soll im Folgenden untersucht werden, welchen Einfluß das Verhältnis $\frac{D_2}{D_1}$ auf die Eintrittsverhältnisse bei verschiedener Beaufschlagung ausübt und welche Folgerungen hieraus bezüglich der Wahl möglichst vorteilhafter Werte von $\frac{D_2}{D_1}$ sich ergeben.

Wir denken uns zu diesem Zweck drei mittels drehbarer Leitschaufeln regulierbare Francis-Turbinen, von welchen die erste ein $u_1 = 2{,}5$, die zweite ein $u_1 = 2{,}9$ und die dritte ein $u_1 = 3{,}5$ besitzen soll, während das $y_{(1/1)}$ für alle drei Turbinen dasselbe sein möge. Damit ist uns je ein typischer Vertreter der Langsam-, der Normal- und der Schnellläufergruppe gegeben, für welche im Nachstehenden die Eintrittsparabeln jeweils für fünf verschiedene Werte von $\frac{D_2}{D_1}$ dargestellt werden sollen. Es wird alsdann unsere Aufgabe sein, die jeweils sich ergebenden Eintrittsverhältnisse vergleichend auf ihre Güte zu prüfen und hinsichtlich der Wahl von, günstigste Eintrittsverhältnisse ergebenden Werten $\frac{D_2}{D_1}$ die möglichen Schlüsse zu ziehen.

Die für alle drei Umfangsgeschwindigkeiten zu benutzenden fünf Werte von $\frac{D_2}{D_1}$ seien:

$$1.)\ \frac{D_2}{D_1} = 0{,}5;\ 2.)\ \frac{D_2}{D_1} = 0{,}6;\ 3.)\ \frac{D_2}{D_1} = 0{,}75;$$

$$4.)\ \frac{D_2}{D_1} = 0{,}9 \text{ und } 5.)\ \frac{D_2}{D_1} = 1.$$

Für die Umfangsgeschwindigkeiten $u_1 = 2{,}5$ und $u_1 = 2{,}9$ machen wir nach § 9 die grundlegende Annahme: $v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$, während für $u_1 = 3{,}5$ infolge des hier bei $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}75$, 0,9 und 1,0 sich ergebenden $1{,}333 \cdot u_2 > c_e'$ (Siehe Seite 29) die andere grundlegende Annahme: $v_{2(1/1)} = c_e'$ Verwendung finden soll. Für das gemeinsame $y_{(1/1)}$ soll der Wert unseres Beispieles aus § 8, also $y_{(1/1)} = 1{,}18$ angenommen werden, während wir die Werte der Durchflußkoeffizienten φ für die drei Umfangsgeschwindigkeiten der Kurve der φ aus Fig. 60 entnehmen können. Darnach ist:

1.) für $u_1 = 2{,}5$ . . . . . . $\varphi = 0{,}86$
2.) „ $u_1 = 2{,}9$ . . . . . . $\varphi = 0{,}87$
3.) „ $u_1 = 3{,}5$ . . . . . . $\varphi = 0{,}86$

Für die weitere Untersuchung sind nun alle Grundlagen gegeben und es mögen im Folgenden die zur Verzeichnung der Eintrittsparabeln notwendigen Rechnungsgrößen auch hier wieder tabellarisch zusammengestellt werden. Zur Berechnung der zwei, jeweils eine Parabel bestimmenden Parabelpunkte können wir uns statt der Parabelgleichung (Gl. 5) auch der Charakteristik (Gl. 4) bedienen, wobei sich das ganze Verfahren wesentlich einfacher gestaltet, wie wir im Folgenden sehen werden.

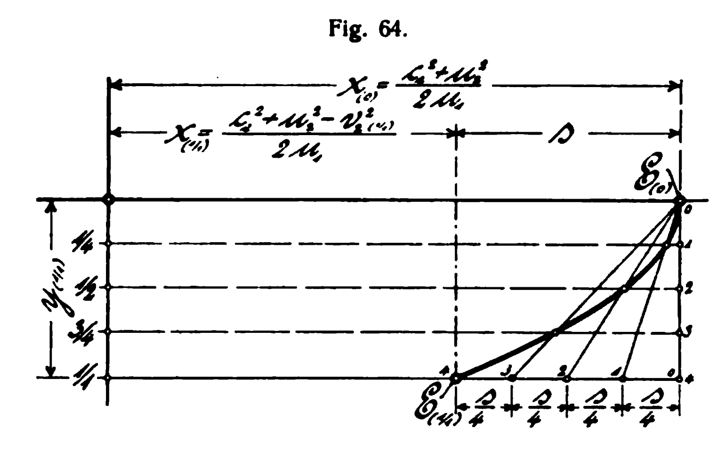
Für $u_1 = 2{,}5$ und $u_1 = 2{,}9$ legen wir, wie bereits erwähnt, die Konstruktionsregel: $v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ zu Grunde. Diesen Wert für $v_{2(1/1)}$ in die Charakteristik eingesetzt, läßt sich dieselbe nach $x_{(1/1)}$ auflösen, weil neben c_e auch u_1 und u_2 gegeben sind und indem $y_{(1/1)}$ von vornherein gegeben ist, so liegt der Parabelpunkt $E_{(1/1)}$ durch seine bekannten Koordinaten $x_{(1/1)}$ und $y_{(1/1)}$ fest.

Für die Beaufschlagung $\lambda = 0$ wird $v_{2(0)} = 0$ und die Charakteristik lautet somit:

$$2\,u_1 \cdot x_{(0)} = c_e^2 + u_2^2,$$

woraus ohne Weiteres $x_{(0)}$ berechnet werden kann. Damit liegt dann ein zweiter Parabelpunkt, der Scheitelpunkt $E_{(0)}$ der Parabel vor und die Letztere kann in einfachster Weise verzeichnet werden wie Fig. 64 zeigt.

Fig. 64.



Für die Umfangsgeschwindigkeit $u_1 = 3{,}5$ legen wir, wie ebenfalls schon erwähnt, die Annahme: $v_{2(1/1)} = c_e'$ zu Grunde. Setzen wir für $v_{2(1/1)}$ dessen Wert:

$$c_e' = \sqrt{c_e^2 - (u_1^2 - u_2^2)}$$

in die Charakteristik ein, so erhalten wir:

$$2\,u_1 \cdot x_{(1/1)} + c_e^2 - u_1^2 + u_2^2 = c_e^2 + u_2^2.$$

Hierin kürzt sich c_e^2 und u_2^2 und es wird:

$$2\,u_1 \cdot x_{(1/1)} = u_1^2$$

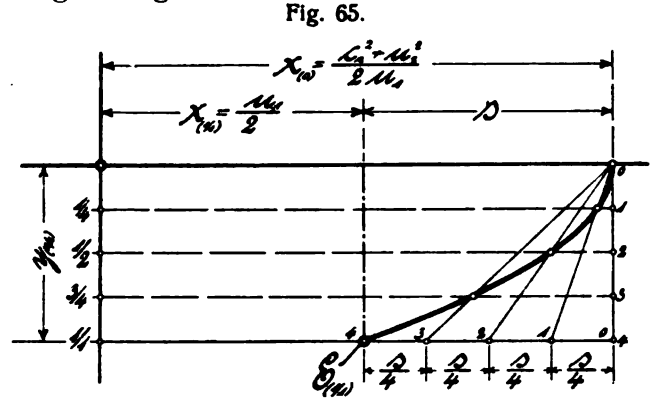
oder:

$$x_{(1/1)} = \frac{u_1}{2} \text{ (Siehe auch Seite 29).}$$

Hieraus bestimmt sich $x_{(1/1)}$ und indem $y_{(1/1)}$ wieder gegeben ist, so sehen wir, daß auch hier der Parabelpunkt $E_{(1/1)}$ festliegt. Der Scheitelpunkt der Parabel ist natürlich wieder durch $x_{(0)} = \frac{c_e^2 + u_2^2}{2u_1}$ gegeben, und so kann auch

für $u_1 = 3{,}5$ die Parabel ohne Weiteres verzeichnet werden, wie Fig. 65 zeigt.

Fig. 65.



Wir sind nun in der Lage, die zur Verzeichnung der jeweiligen fünf Eintrittsparabeln für die drei Umfangsgeschwindigkeiten nötigen Werte auf Grund des Vorstehenden zu berechnen und es sind dieselben in den folgenden drei Tabellen zusammengestellt.

I. Tabelle für $u_1 = 2{,}5$:

$\frac{D_2}{D_1}$	$u_2 = u_1 \cdot \frac{D_2}{D_1}$	$v_{2(1/1)}$	$x_{(0)}$	$x_{(1/1)}$	$y_{(1/1)}$
0,5	1,25	1,666	3,68	3,135	1,18
0,6	1,50	2,00	3,83	3,03	
0,75	1,875	2,50	4,08	2,84	
0,9	2,25	3,00	4,39	2,592	
1,0	2,50	3,333	4,63	2,404	

II. Tabelle für $u_1 = 2{,}9$:

$\frac{D_2}{D_1}$	$u_2 = u_1 \cdot \frac{D_2}{D_1}$	$v_{2(1/1)}$	$x_{(0)}$	$x_{(1/1)}$	$y_{(1/1)}$
0,5	1,45	1,933	3,31	2,666	1,18
0,6	1,74	2,32	3,47	2,54	
0,75	2,175	2,90	3,76	2,313	
0,9	2,61	3,48	4,12	2,03	
1,0	2,90	3,865	4,40	1,822	

III. Tabelle für $u_1 = 3{,}5$:

$\frac{D_2}{D_1}$	$u_2 = u_1 \cdot \frac{D_2}{D_1}$	$x_{(0)}$	$x_{(1/1)}$	$y_{(1/1)}$
0,5	1,75	2,85	1,75	1,18
0,6	2,10	3,04		
0,75	2,625	3,40		
0,9	3,15	3,83		
1,0	3,50	4,16		

Nachdem nunmehr die zur Konstruktion der Parabeln notwendigen Zahlengrößen vorliegen, wollen wir zunächst auf Grund der Tabelle I die Aufzeichnung der Eintrittsparabeln für die fünf verschiedenen Werte $\frac{D_2}{D_1}$ bei $u_1 = 2{,}5$ vornehmen.

Fig. 66 zeigt diese fünf Parabeln in ihrem, den Einfluß des Verhältnisses $\frac{D_2}{D_1}$ klar zur Anschauung bringenden Verlaufe. Die Parabeln werden mit größer werdendem $\frac{D_2}{D_1}$ immer langgestreckter und es zeigt sich, daß alle Parabeln durch denselben Punkt $E_{(3/4)}$ gehen. Bekanntlich legten wir der Berechnung $v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ bezw. $v_{2(3/4)} = u_2$ zu Grunde, und somit kürzt sich für $\lambda = {}^3/_4$ v_2 gegen u_2 in der Charakteristik und diese lautet dann: $2\,u_1 \cdot x_{(3/4)} = c_e^2$, d. h., $x_{(3/4)}$ ist unabhängig vom Durchmesserverhältnis. Es besitzen somit alle fünf Parabeln für $\lambda = {}^3/_4$ den gemeinsamen Punkt $E_{(3/4)}$, woraus sich ihr Zusammentreffen in diesem Punkt erklärt.

Wir ersehen also aus Fig. 66, daß jeder Wert von $\frac{D_2}{D_1}$ eine andere Parabel bedingt und wir erhalten demnach für alle möglichen Werte von $\frac{D_2}{D_1}$ eine Schaar unendlich vieler Parabeln, welche alle durch den gemeinsamen Punkt $E_{(3/4)}$ gehen.

Wir wollen nunmehr die in Fig. 66 verzeichneten Parabeln auf die durch sie bedingten Eintrittsverhältnisse hin untersuchen.

Wenn wir in den Abständen $\frac{y_{(1/1)}}{4} = y_{(1/4)}$ Parallelen zu u_1 ziehen, so erhalten wir vorerst in den Schnittpunkten derselben mit den fünf Parabeln wieder die Ecken E der Eintrittsdreiecke für die vier Beaufschlagungen $\lambda = {}^1/_1$; ${}^3/_4$; ${}^1/_2$ und ${}^1/_4$. In § 8 Seite 24 und 25 haben wir bereits gesehen, daß der jeweilige, mit dem Radius $R = c_e'$ aus dem Ursprung O beschriebene, sogenannte c_e'Kreis mit der ihm zugehörigen Parabel einen Schnittpunkt ergibt, für welchen $v_1 = v_2$ wird. Wir nannten die diesem Schnittpunkt entsprechende Beaufschlagung die kritische und bezeichneten sie mit λ_k. Weiter sahen wir in § 8, daß für von λ_k ab kleiner werdendes λ praktisch nicht mehr die Parabel, sondern der c_e' Kreis als Eintrittskurve gilt, (Siehe die leicht anschraffierte Eintrittsstrecke in Fig. 41) weshalb wir die Ecken E der Eintrittsdreiecke unterhalb λ_k nicht mehr in den Schnittpunkten der Parallelen zu u_1 mit den Parabeln, sondern in denjenigen der Parallelen mit den zugehörigen c_e'Kreisen erhalten. (Siehe Fig. 66.) Die den verschiedenen $\frac{D_2}{D_1}$ zugehörigen Werte von c_e' sind in Fig. 66 auf bekannte Weise graphisch bestimmt worden und wir sehen, daß die Schnittpunkte der c_e'Kreise mit den zugehörigen Parabeln für die verschiedenen Werte $\frac{D_2}{D_1}$ verschiedene Werte von y_k ergeben, welche in Fig. 66 durch einen stetigen, punktierten Linienzug, „Kurve der y_k" benannt, verbunden sind.

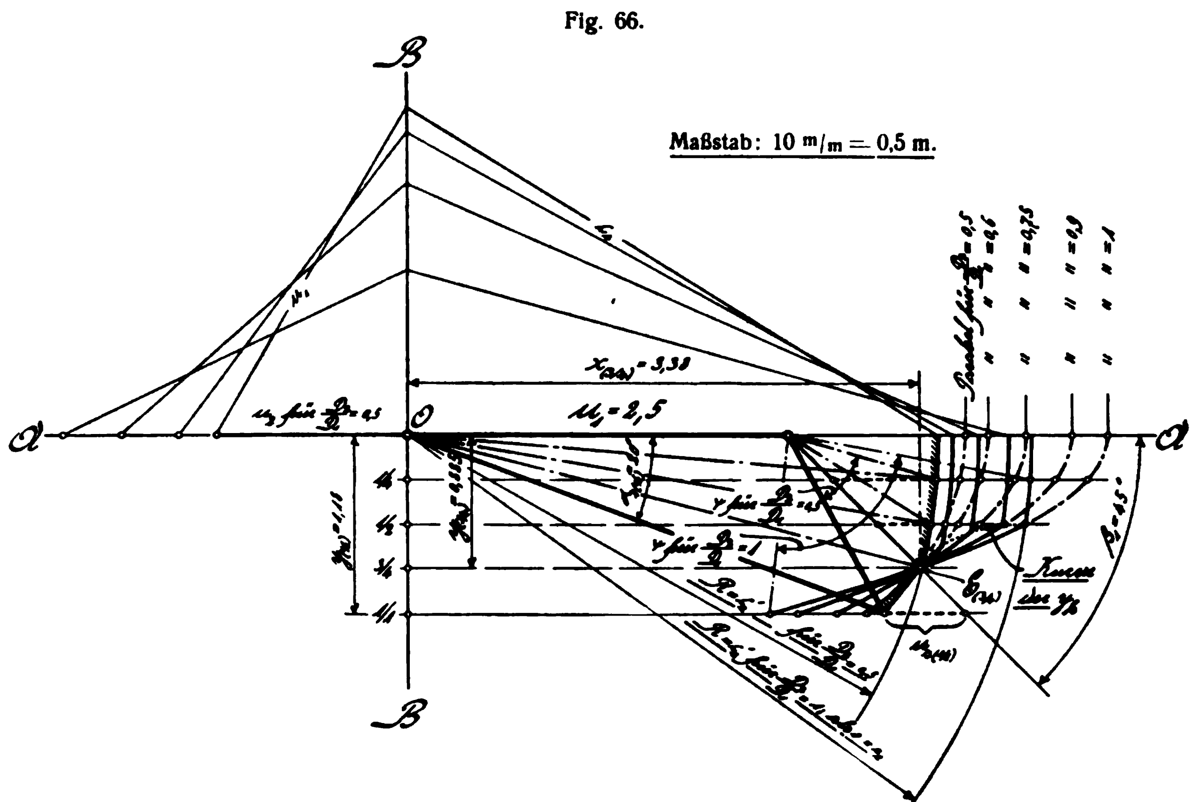
Wir vergleichen nunmehr die durch Parabeln und c_e' Kreise gebildeten Eintrittsstrecken für die verschiedenen Werte $\frac{D_2}{D_1}$ in Fig. 66 untereinander und prüfen die sich

ergebenden Eintrittsverhältnisse auf ihre Güte, wobei wir nach Früherem den bleibenden Winkel β_1 wieder dem für $\lambda = {}^3/_4$ sich ergebenden, gemeinsamen Eintrittsdreieck entnehmen. Es ergibt derselbe nach dem Gesagten für alle Werte $\frac{D_2}{D_1}$ stoßfreien Eintritt bei $\lambda = {}^3/_4$.*)

Wir haben nun zunächst schon erkannt, daß die bei Francis-Turbinen mit sehr geringer Umfangsgeschwindigkeit der Wahl des Verhältnisses $\frac{D_2}{D_1}$ besondere Beachtung zu schenken ist. (Siehe § 11 Seite 35 und § 16 und 17.)

In Fig. 66 sind nun die Eintrittsdreiecke und die Stoßkomponenten u_s für $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}5$ und $\lambda = {}^1/_1$; ${}^1/_2$ und ${}^1/_4$

Fig. 66.



Parabeln für größer werdendes $\frac{D_2}{D_1}$ immer langgestreckter und flacher werden und daß auch, wie selbstverständlich ist, die zugehörigen Werte von c_e' immer größer sich ergeben. Hieraus ist aber ohne Weiteres schon klar, daß für den kleinsten Wert von $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}5$ die günstigsten Eintrittsverhältnisse erhalten werden, indem dafür der durch $v_{1(1/1)}$ und $v_{1(1/4)}$ gebildete Winkel ψ ein Minimum wird und die in Fig. 66 stark punktierten Stoßkomponenten u_s für die verschiedenen Beaufschlagungen kleiner und somit günstiger ausfallen als für alle übrigen Werte von $\frac{D_2}{D_1}$. Für $u_1 = 2{,}5$ kann somit allgemein gesagt werden, daß je kleiner der Wert $\frac{D_2}{D_1}$ ist, desto kürzer und steiler wird die Eintrittsstrecke und desto günstiger gestalten sich die Eintrittsverhältnisse. Dieses Ergebnis widerspricht den am Schluß des § 11 sich ergebenden Folgerungen, weshalb eingezeichnet worden (bei $\lambda = {}^3/_4$ wird ja $u_s = 0$). Desgleichen wurde die Eintrittsstrecke für $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}5$ zur besseren Kennzeichnung wieder leicht anschraffiert.

Ferner ist außer für $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}5$ auch noch für $\frac{D_2}{D_1} = 1$ der durch die zugehörigen $v_{1(1/1)}$ und $v_{1(1/4)}$ eingeschlossene Winkel ψ eingezeichnet und es treten die durch das große ψ für $\frac{D_2}{D_1} = 1$ gegenüber dem viel kleineren ψ für $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}5$ bedingten ungünstigen Eintrittsverhältnisse recht deutlich hervor. Es wird für $\frac{D_2}{D_1} = 1$ und $\lambda = {}^1/_1$ nach Fig. 66 beispielsweise das $u_{s(1/1)} = 1{,}3$ und die entsprechende Geschwindigkeitshöhe $\frac{u_{s(1/1)}^2}{2\,g} = 0{,}0862$*) oder rund 8,6 v. H., während für $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}5$ und $\lambda = {}^1/_1$ das $u_{s(1/1)} = 0{,}54$ und damit das $\frac{u_{s(1/1)}^2}{2\,g} = 0{,}0149$, oder rund 1,5 v. H., die Differenz beider also 7,1 v. H. beträgt.

*) Im Rechnungsbeispiel B des § 17 werden wir finden, daß bei Eintrittswinkeln $\beta_1 < 90°$ und $\lambda_g = {}^3/_4$ für Beaufschlagungen $> \lambda_g$ der Leitapparat der Turbine zur Verarbeitung der betreffenden Wassermengen „übergeöffnet" werden muß, aus welchem Grunde von λ_g bis $\lambda = {}^1/_1$ nicht mehr die Parabel als Eintrittskurve fungiert und größere Stoßkomponenten u_s' sich ergeben. (Siehe Fig. 110 und 115.)

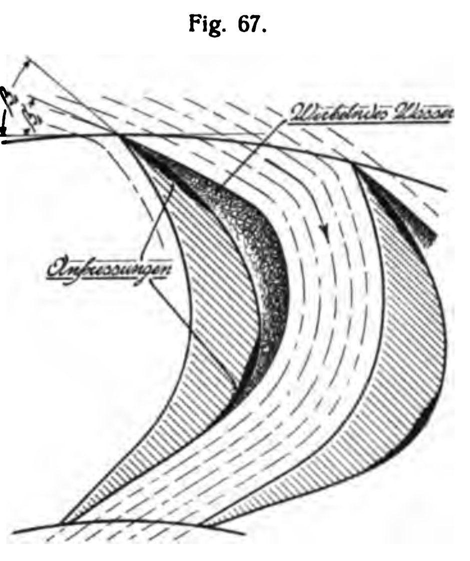
Diese Verhältnisse geben unter Umständen Veranlassung, λ_g höher zu legen als ${}^3/_4$, wie z. B. in Fig. 117, wo $\lambda_g = {}^1/_1$ ist. Vergleiche auch die Eintrittsverhältnisse in Fig. 110 und 117.

*) In den drei Rechnungsbeispielen des § 17 wird sich zeigen, daß der volle Stoßverlust $\frac{u_s^2}{2g}$ zu rechnen ist:

1.) bei Winkel $\beta_1 = 90°$ für alle Beaufschlagungen
2.) „ „ $\beta_1 < 90°$ „ Beaufschlagungen $> \lambda_g$
3.) „ „ $\beta_1 > 90°$ „ „ $< \lambda_g$.

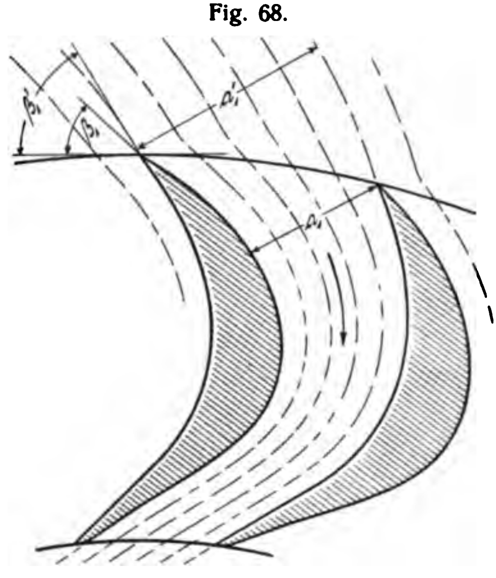
Es ist nun aber nicht nur dieser ziemlich bedeutende, direkte Verlust an nutzbarem Gefälle, der bei großem ψ bezw. großem u_s zu beklagen wäre, sondern noch viel schwerwiegender ist unter Umständen die durch diese bedingte, schlechte Wasserführung im Laufrad*), welche starke Wirbelbildung am Laufradeintritt, insbesondere bei kleinen Beaufschlagungen, zur Folge hat und welche sich namentlich bei Turbinen mit höherem Gefälle (20 m und mehr) eventuell sehr unangenehm bemerkbar macht durch Anfressungen der Laufradschaufeln an den von den Wirbeln berührten Stellen derselben. (Siehe Fig. 67.) Dieses Anfressen der Laufradschaufeln, auch „Korrosion" genannt, tritt in der Regel nur an der Rückseite des Schaufelanfanges, daneben aber auch oft noch in der Nähe der höchsten Stelle der Schaufelrückfläche, wie aus Fig. 67 ersichtlich ist, auf. Darnach erscheinen also offenbar der Anfangs- und der Endzwickel des wirbelnden Wasserkörpers besonders geeignet für die Entwicklung von Korrosionserscheinungen, deren tiefere Ursachen einer näheren Besprechung an anderer Stelle, bei Behandlung des Schaufelschnittes einer Turbine mit kleiner Umfangsgeschwindigkeit in Heft II, vorbehalten werden sollen.

Fig. 67.



Es ist nun einleuchtend, daß die Bildung solcher Wirbelnester in den Laufradkanälen einer Turbine nicht nur von der größeren oder kleineren, durch größeres oder kleineres ψ bedingten Abweichung der ins Laufrad eintretenden Wasserstrahlen von der durch den bleibenden Winkel β_1 gegebenen Richtung, sondern daneben namentlich auch noch von der Größe des Spaltdruckes $\mathfrak{h}_1$ abhängig sein muß, indem bei größerem $\mathfrak{h}_1$ das ins Laufrad eintretende Wasser viel mehr gezwungen sein wird, die Laufradkanäle ganz auszufüllen. Hieraus erklärt es sich zum Teil auch, daß Korrosionen an den Schaufelvorderflächen so gut wie nie auftreten, weil bei denjenigen Beaufschlagungen, für welche der Winkel β_1' (Siehe Fig. 68) größer als der bleibende Winkel β_1 wird (dieselben liegen natürlich alle über $\lambda_g = {}^3/_4$) und bei welchen demnach an den Schaufelvorderflächen wirbelndes Wasser auftreten müßte, der wesentlich größere Spaltdruck das Wasser zur Ausfüllung der Laufradkanäle zwingt. (Siehe Fig. 47, $\mathfrak{h}_1$ und $\mathfrak{h}_1'$ in Abhängigkeit von λ zeigend.) Außerdem fällt bei Beaufschlagungen, die über λ_g liegen, infolge des größeren Winkels β_1' auch das a_1' größer aus als die tatsächliche Eintrittsweite a_1 der Laufradkanäle, (Siehe Fig. 68) aus welchem Grunde das ins Laufrad eintretende Wasser ebenfalls bestrebt sein muß, den zur Verfügung stehenden Eintrittsquerschnitt nach Möglichkeit auszunützen. Diese beiden, bei Beaufschlagungen über λ_g auftretenden Umstände, der größere Spaltdruck einerseits und das $a_1' > a_1$ andererseits, sind es also, welche trotz der Abweichung des eintretenden Wassers von der durch den bleibenden Winkel β_1 gegebenen Richtung die Bildung von Wirbeln an den Schaufelvorderflächen erschweren, wenn nicht ganz unmöglich machen und so die Letzteren vor Korrosion schützen.

Fig. 68.



In § 10 haben wir nun bereits gesehen, daß mit abnehmendem u_1 auch der Spaltdruck $\mathfrak{h}_1$ rasch abnimmt, (Siehe Fig. 61) wobei gleichzeitig die Stoßkomponenten u_s zunehmen, wie ein Vergleich der u_s in den Fig. 66; 69 und 70 zeigt, und so erklärt es sich, daß vornehmlich Laufräder mit geringer Umfangsgeschwindigkeit zur Korrosion neigen. Man geht deshalb neuerdings bei Regulierturbinen ohne zwingende Gründe nicht unter $u_1 \cong 2{,}5$ m herunter. Hierbei wird alsdann (namentlich bei höheren Gefällen) das Laufrad stets aus besten Bronzelegierungen wie Phosphorbronze und dergl. oder aus Stahlguß hergestellt*), weil diese Materialien, abgesehen von ihren wertvollen Festigkeitseigenschaften, sich am widerstandsfähigsten gegenüber Korrosion erwiesen haben. Im Übrigen ist man bestrebt, die Beaufschlagung langsam laufender Turbinen nur innerhalb kleinstmöglicher Grenzen, von $\lambda = {}^1/_1$ nach unten gerechnet, zu variieren, weil eben die Korrosionsgefahr außer mit kleiner werdender Umfangsgeschwindigkeit mit abnehmender Beaufschlagung immer größer wird.

Bezüglich der Fig. 66 ist noch zu erwähnen, daß zufälligerweise der Winkel $\alpha_{1(1/1)}$ für $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}5$ zu 20^0 und der bleibende Winkel β_1 zu 45^0 sich ergaben.

Wir gehen nun einen Schritt weiter und konstruieren

---

*) Das Wasser tritt, wie beispielsweise in Fig. 67 für eine Beaufschlagung kleiner als $\lambda_g = {}^3/_4$ gezeichnet ist, statt unter dem bleibenden Winkel β_1 unter dem kleineren Winkel β_1' in das Laufrad ein und gibt so Veranlassung zur Bildung des in der Figur gezeichneten Wirbelnestes.

*) Es sei hier erwähnt, daß normale Francislaufräder für $u_1 = 2{,}7 \div 3{,}8$ in den meisten Fabriken mit in die gußeisernen Radkränze eingegossenen Schaufeln aus Stahlblech ausgeführt werden. Andere Fabriken stellen solche Laufräder auch vollkommen in Gußeisen, entweder in einem Stück gegossen oder nach Art der erstgenannten, mit separat gegossenen und darnach in die Kränze eingegossenen Gußschaufeln her.

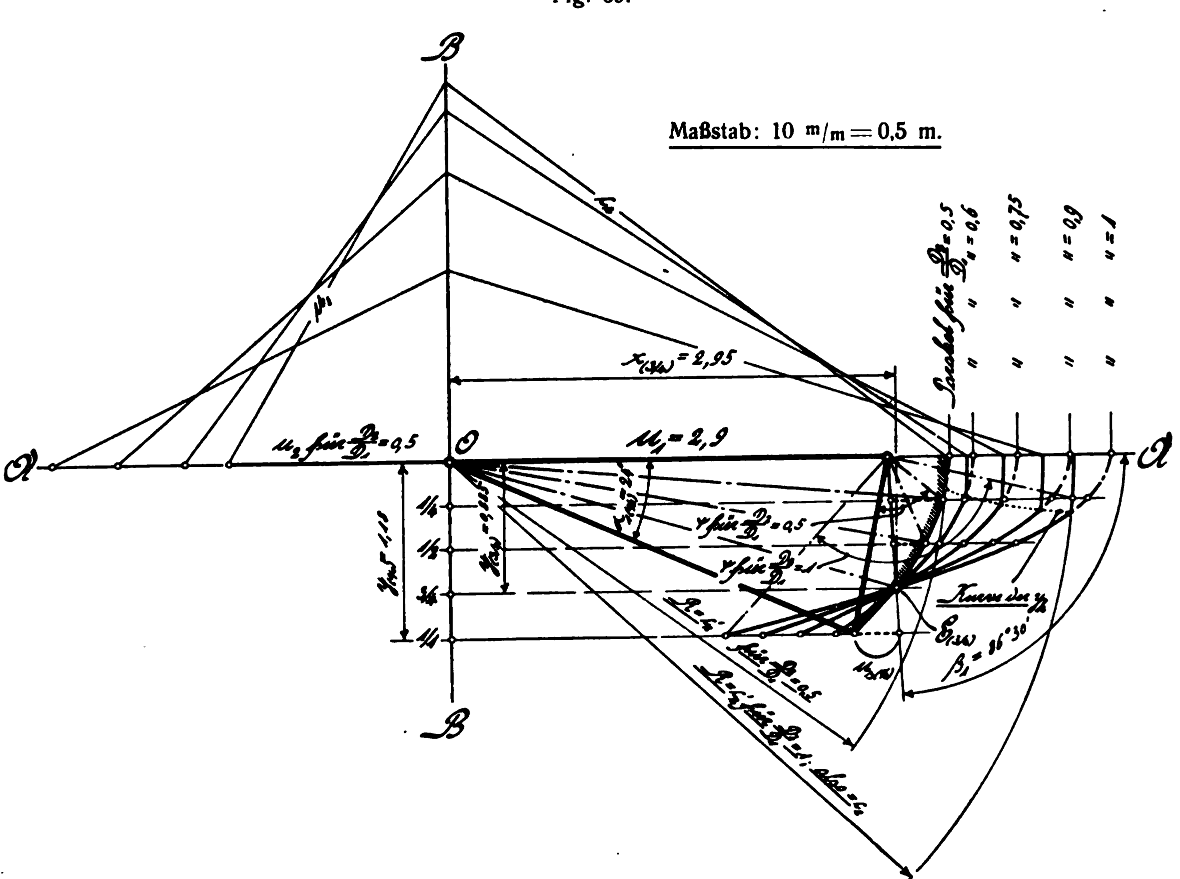
auf Grund der Tabelle II in Fig. 69 für $u_1 = 2{,}9$ die fünf Eintrittsparabeln, sowie deren zugehörige Werte von c_e', wobei wir alsdann durch die Schnitte der Ersteren mit den zugehörigen c_e'Kreisen die verschiedenen Werte der y_k und durch Verbindung der Schnittpunkte von Parabeln und c_e'Kreisen wieder die punktierte Kurve der y_k erhalten. Deren Verlauf zeigt im Gegensatz zur y_kKurve für $u_1 = 2{,}5$ in Fig. 66 mit zunehmendem $\frac{D_2}{D_1}$ zunehmende Werte von y_k. Im Übrigen ergeben sich die y_k für $u_1 = 2{,}9$ durchweg bedeutend kleiner als für $u_1 = 2{,}5$, es ist also das λ_k bei $u_1 = 2{,}9$ durchschnittlich tiefer gelegen als bei $u_1 = 2{,}5$. Dieser Umstand muß als großer Vorzug bezeichnet werden, wie am Schlusse dieses Paragraphen sich zeigen wird.

$\frac{D_2}{D_1} = 0{,}5$ und $\frac{D_2}{D_1} = 1$ eingezeichnet und es gilt bezüglich derselben das schon bei $u_1 = 2{,}5$ Gesagte.

Für $u_1 = 2{,}9$ und $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}5$ ergeben sich die Stoßkomponenten u_s durchweg erheblich kleiner als für $u_1 = 2{,}5$ und $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}5$, so daß auch in dieser Hinsicht die Eintrittsverhältnisse mit abnehmendem u_1 ungünstiger sich gestalten. (Vergleiche Fig. 69 mit 66 und 70.) Der Annahme $v_{2(3/4)} = u_2$ entsprechend, gehen alle fünf Parabeln wieder durch den gemeinsamen Punkt $E_{(3/4)}$.

Schließlich wollen wir noch auf Grund der Tabelle III in Fig. 70 für $u_1 = 3{,}5$ die fünf Parabeln samt den zugehörigen Werten von c_e' konstruieren.

Fig. 69.



Der allen fünf Werten von $\frac{D_2}{D_1}$ gemeinsame, bleibende Winkel β_1 ergibt sich hier zu 86° 30′, also annähernd gleich 90°, und es würde derselbe für praktische Verhältnisse zu 90° angenommen werden*). (Siehe auch § 8 Seite 23.)

Auch hier ergeben sich, wie aus Fig. 69 leicht zu erkennen ist, für das kleinste $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}5$ die günstigsten Eintrittsverhältnisse, weshalb für dieses wieder die vier Eintrittsdreiecke gezeichnet und die Eintrittsstrecke anschraffiert wurden. Dann sind die Winkel ψ auch hier wieder für

hörigen Werten von c_e' konstruieren. Es zeigt sich, daß hier der Punkt $E_{(1/1)}$ sämtlichen Parabeln gemeinsam ist und aus ihm verläuft unsere Parabelschaar mit abnehmendem λ nach Maßgabe der jeweiligen Werte von $x_{(0)}$ gegen die Achse $A \div A$ zu. Dieser gemeinsame Parabelpunkt $E_{(1/1)}$ ist, wie leicht einzusehen, eine Folge der grundlegenden Annahme $v_{2(1/1)} = c_e'$, welche nach Seite 29 und 36 ein $x_{(1/1)} = \frac{u_1}{2}$, also ein vom Durchmesserverhältnis $\frac{D_2}{D_1}$ unabhängiges $x_{(1/1)}$ und damit den gemeinsamen Parabelpunkt $E_{(1/1)}$ bedingt.

Die Kurve der y_k zeigt hier noch kleinere Ordinaten als bei $u_1 = 2{,}9$ und ihr Verlauf ist grundsätzlich verschieden von dem bei $u_1 = 2{,}5$ und $u_1 = 2{,}9$ gefundenen. Mit zunehmendem $\frac{D_2}{D_1}$ wird zunächst y_k kleiner und es er-

*) Der Winkel $\beta_1 = 90°$ ist bekanntlich an die Bedingung $u_1 = x$ also $2\,u_1^2 = c_e^2$ oder in unserem Falle für $c_e^2 = 0{,}87 \cdot 2\,g$ an $u_1 = \sqrt{\frac{c_e^2}{2}} = 2{,}92$ geknüpft, was nebenbei erwähnt werden möge.

reicht nach Fig. 70 offenbar für ein bestimmtes $\frac{D_2}{D_1}$ den Wert 0, wofür nach der Überlegung die Beziehung $x_{(0)} = c_e'$ bestehen muß. Führen wir diesen Wert von c_e' in die Gleichung $c_e^2 - (u_1^2 - u_2^2) = c_e'^2$ ein, (§ 7 Seite 17) so erhalten wir:

$$x_{(0)}^2 + u_1^2 = c_e^2 + u_2^2.$$

Die Charakteristik für $x_{(0)}$ lautet aber nach Seite 36:

$$2\, u_1 \cdot x_{(0)} = c_e^2 + u_2^2,$$

sodaß wir auch schreiben können:

$$x_{(0)}^2 - 2\, u_1 \cdot x_{(0)} + u_1^2 = 0$$

oder:

$$(x_{(0)} - u_1)^2 = 0,$$

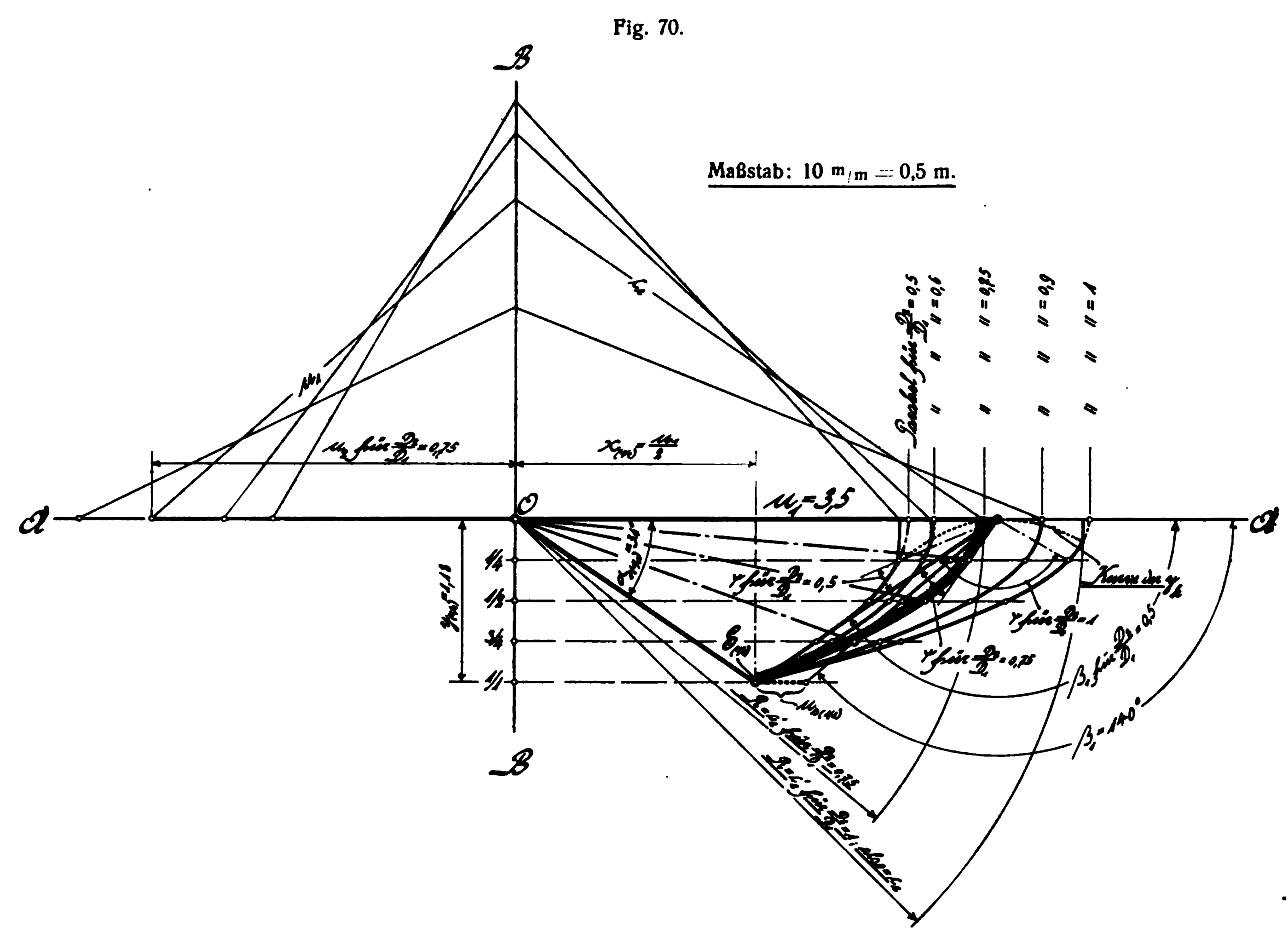
d. h., es ist auch $x_{(0)} - u_1 = 0$, also $x_{(0)} = u_1$. Weil aber $x_{(0)}$ auch gleich c_e' sein muß und $v_{2(1/1)} = c_e'$ vorausgesetzt wurde, so lautet die Bedingung für $y_k = 0$:

$$v_{2(1/1)} = c_e' = u_1.$$

Im Übrigen nimmt y_k über diesen Wert von $\frac{D_2}{D_1}$ hinaus, wie aus Fig. 70 ersichtlich ist, wieder zu und es berührt demnach die y_k Kurve die Achse A ÷ A im Endpunkt von u_1.

Aus Fig. 70 ist ferner ersichtlich, daß für $u_1 = 3{,}5$ bei $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}5$ zwar ein sehr kleines ψ sich ergibt*), wonach auch hier wieder der genannte Wert von $\frac{D_2}{D_1}$ als günstig erscheint. Allein für $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}75$ ergibt sich ein nicht viel größerer Wert von ψ, wobei der, dem zugehörigen Eintrittsdreieck für $\lambda = {}^3/_4$ zu entnehmende, bleibende Winkel ($\beta_1 = 140^0$) entsprechend kleiner wird als für das kleinere $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}5$. Hierdurch wird aber, wie wir später bei Behandlung der Schaufelschnitte für Schnellläufer sehen werden, die konstruktive Formgebung des Laufradkanales wesentlich erleichtert*), so daß dem Wert $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}75$ vor kleineren Werten von $\frac{D_2}{D_1}$ der Vorzug gegeben werden muß. Für $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}75$ ist nun auch mit ziemlicher

Fig. 70.



*) Das für $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}6$ sich ergebende, jedoch zur Vermeidung einer übervollen und somit undeutlichen Darstellung in Fig. 70 nicht eingezeichnete ψ ist noch um wenig kleiner und somit günstiger als das für $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}5$ Gefundene.

*) Wir haben auf Seite 28 gesehen, daß großer Winkel β_1 langen Laufradkanal und kleines, also ungünstiges Verhältnis: R = „Querschnitt: benetzten Umfang" zur Folge hat, und es liegt demnach kleiner Winkel β_1 (wobei natürlich β_1 stets größer als 90° zu denken ist) auch im Interesse geringer Reibungs- bezw. Durchflußverluste.

Um eine einheitliche Vergleichsgrundlage für unsere Betrachtungen der Eintrittsverhältnisse bei verschiedenen Umfangsgeschwindigkeiten zu erhalten, wurde der bleibende Winkel β_1 auch für $u_1 = 3{,}5$ dem theoretischen Eintrittsdreieck des $\lambda = {}^3/_4$ entnommen. In Wirklichkeit wird man jedoch bei Umfangsgeschwindigkeiten größer als 2,9 den Winkel β_1 dem Eintrittsdreieck einer Beaufschlagung gleich oder kleiner als $\lambda = {}^3/_4$ entnehmen, je nachdem ein großer oder kleiner Wert $\frac{D_2}{D_1}$ zur Verwendung kommt. Hierbei ist stets der Gedanke leitend, möglichst kleines, für die konstruktive Formgebung des Laufradkanales

Annäherung $y_k = 0$ geworden, wir nähern uns also stark demjenigen Wert von $\frac{D_2}{D_1}$, für welchen $c_e' = u_1$ wird, so daß im Allgemeinen bei Verwendung der Regel: $v_{2(1/1)} = c_e'$ ein günstiger Wert $\frac{D_2}{D_1}$ sich ergibt, wenn c_e' auch gleich u_1 gewählt wird.

Hierbei ist alsdann, in umgekehrter Reihenfolge von dem gegebenen $c_e' = u_1$ und c_e ausgehend, das l (Siehe Fig. 41) und mittels dieses und des gegebenen u_1 das u_2 gemäß der Beziehung: $u_1^2 - u_2^2 = l^2 = c_e^2 - c_e'^2$ graphisch zu bestimmen, womit das gesuchte $\frac{D_2}{D_1} = \frac{u_2}{u_1}$ festliegt.

Mit darüber hinaus zunehmendem $\frac{D_2}{D_1}$ wächst der Winkel ψ rasch und damit nehmen auch die Stoßkomponenten u_s rasch zu, (wobei immer der dem jeweiligen Eintrittsdreieck für $\lambda = {}^3/_4$ angehörende Winkel β_1 als bleibend vorausgesetzt ist) so daß Werte von $\frac{D_2}{D_1}$, welche größer als der Bedingung $v_{2(1/1)} = c_e' = u_1$ entsprechend sind, als weniger günstig bezeichnet werden müssen, wenn auch andererseits durch die mit solchen verknüpfte, weitere Verkleinerung des bleibenden Winkels β_1 die Konstruktionsbedingungen des Laufrades erleichtert werden.

Die Bedingung $v_{2(1/1)} = c_e' = u_1$ ergibt nun aber nicht nur für jedes u_1 ein bestimmtes $\frac{D_2}{D_1}$, sondern es legt dieselbe auch den Geltungsbereich der grundlegenden Annahme: $v_{2(1/1)} = c_e'$ nach unten, und damit folgerichtig den Geltungsbereich der anderen grundlegenden Annahme: $v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ nach oben hin fest, wie wir im Folgenden gleich sehen werden.

Für die Grenze zwischen den Geltungsbereichen beider Annahmen besitzen natürlich auch beide Annahmen Geltung und indem $v_{2(1/1)} = c_e' = u_1$ und gleichzeitig $v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ oder $u_2 = 0{,}75 \cdot v_{2(1/1)}$, also auch $u_2 = 0{,}75 \cdot u_1$ sein muß, so können wir statt u_2 den Wert $0{,}75 \cdot u_1$ in die Gleichung $u_1^2 - u_2^2 = l^2 = c_e^2 - c_e'^2$ einführen. Wenn wir dann an Stelle des c_e' noch das gleichwertige u_1 setzen, so erhalten wir:

$$u_1^2 - 0{,}75^2 \cdot u_1^2 = c_e^2 - u_1^2$$

$$\text{oder: } u_1^2 \cdot (2 - 0{,}75^2) = c_e^2 \quad \text{oder: } u_1 = 0{,}834 \cdot c_e.$$

Statt c_e können wir $\sqrt{\varphi \cdot 2g}$ setzen und erhalten so:

$$u_1 = 3{,}695 \cdot \sqrt{\varphi}$$

Es ist nun leicht einzusehen, daß dieses, die Grenze zwischen den Geltungsbereichen beider Annahmen bildende u_1 etwa 3,4 betragen muß, und wenn wir das zugehörige $\varphi = 0{,}86$ aus Fig. 60 entnehmen, so ergibt sich:

$$u_1 = 3{,}695 \cdot \sqrt{0{,}86} = 3{,}42 \text{ m}.$$

Für Umfangsgeschwindigkeiten kleiner als 3,42 m gilt also die grundlegende Annahme $v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$, während für Umfangsgeschwindigkeiten größer als 3,42 m die grundlegende Annahme $v_{2(1/1)} = c_e' = u_1$ Geltung hat. Dann ergibt sich aus obiger Gleichung: $u_2 = 0{,}75 \cdot u_1$ ohne Weiteres das zugehörige $\frac{D_2}{D_1} = \frac{u_2}{u_1} = 0{,}75$ und es ist somit die Grenze der Geltungsbereiche beider Annahmen gegeben durch: a) $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}75$ und b) $u_1 = 3{,}42$.

Aus dem Vorstehenden erhellt demnach, daß der Wert $\frac{D_2}{D_1}$ einen ganz bedeutenden Einfluß auf die Eintrittsverhältnisse, also auf den Nutzeffekt und die Lebensdauer der Francis-Turbine ausübt. Seine Größe ist stets der in Betracht kommenden Umfangsgeschwindigkeit anzupassen, was insbesondere bei sehr kleinen Umfangsgeschwindigkeiten wohl zu beachten ist. Wir kommen hierauf in § 16 sowie im Rechnungsbeispiel B des § 17 noch eingehend zurück. In Letzterem werden wir außerdem noch sehen, daß infolge der Unmöglichkeit, unterhalb der kritischen Beaufschlagung λ_k die durch die Eintrittsparabel gegebenen theoretischen $w_{1(\lambda)}$ zu erzeugen, Energieverluste sich einstellen. Wenn die durch die Parabel gegebenen absoluten Geschwindigkeiten mit $w_{1(\lambda)}$ bezeichnet werden und die durch den c_e'Kreis gegebene, für alle Beaufschlagungen unter λ_k giltige absolute Geschwindigkeit $w_1'_{(\lambda)} = \text{konst.} = c_e'$ ist, so ergibt sich dieser Verlust jeweils zu $\frac{w_1{}^2_{(\lambda)} - c_e'^2}{2g}$ (Siehe auch § 17, Beispiel B, Tabelle IV und VI) und fällt nach Fig. 66 und 69 um so größer aus, je kleiner die Umfangsgeschwindigkeit und je größer der Wert $\frac{D_2}{D_1}$ ist. Darnach sind bei kleinen und mittleren Umfangsgeschwindigkeiten auch in dieser Hinsicht kleine Werte von $\frac{D_2}{D_1}$ vorteilhaft, während bei größeren Umfangsgeschwindigkeiten diese Verhältnisse keine Rolle spielen, weil λ_k entweder gleich 0 oder doch sehr klein ist. (Siehe Fig. 70.)

Beiläufig erwähnt, ergibt sich aus Fig. 52 und 53, daß bei gegebenem u_1 und kleinerem u_2 die Austrittsverluste mit abnehmendem λ langsamer zunehmen, so daß auch in dieser Hinsicht kleine Werte von $\frac{D_2}{D_1}$ günstiger sind als große.

Im Übrigen darf hier noch besonders auf Fig. 98 in § 16 hingewiesen werden, in welcher gute praktische Mittelwerte von $\frac{D_2}{D_1}$ nach Verhältnissen $\frac{b_0}{D_1}$ geordnet graphisch dargestellt sind.

---

günstiges β_1 zu schaffen, ohne andererseits die Stoßverluste zu sehr in die Höhe zu treiben.

Vielfach sogar, bei sehr kleinen Werten $\frac{D_2}{D_1}$, welche nur in Verbindung mit kleinen Werten $\frac{b_0}{D_1}$ auftreten, (Siehe Fig. 98) wird β_1 so klein gewählt, daß bei sämtlichen Beaufschlagungen Stoß des Wassers der Drehrichtung des Laufrades entgegen erfolgt, wie z. B. im Rechnungsbeispiel C des § 17, Fig. 123. Eine derartige Turbine besitzt natürlich kein λ_g und es darf hier zu dieser Maßregel gegriffen werden, weil Winkel $\beta_1 > 90^\circ$ der natürlichen Lage der Eintrittsparabel am besten entsprechen, also den theoretischen Eintrittsverhältnissen aller Beaufschlagungen am besten Rechnung tragen, so daß trotz eines klein gewählten Winkels β_1 die Stoßverluste keine zu großen Werte erreichen. Dazu kommt der weitere günstige Umstand, daß bei Stoß der Drehrichtung entgegen und $\beta_1 > 90^\circ$ nur die Normalkomponente u_{sn} der Stoßgeschwindigkeit u_s als Verlust in Frage kommt, wie im Beispiel C des § 17 sich zeigen wird. (Siehe auch Schluß des § 16.)

§ 13.

Einfluß der Radialkomponente y bei gegebenem u_1 und $\frac{D_2}{D_1}$ auf die Eintrittsverhältnisse, und die Abhängigkeit der Querschnittsverhältnisse des Laufradkanales von y und im Zusammenhang damit vom Austrittsverlust bei Francis-Turbinen.

Im vorhergehenden Paragraphen haben wir den bedeutenden Einfluß des Wertes $\frac{D_2}{D_1}$ auf die Eintrittsverhältnisse bei Francis-Turbinen kennen gelernt und wollen nunmehr untersuchen, inwieweit die Radialkomponente y einen Einfluß auf sie besitzt.

Wir nehmen wieder eine Francis-Turbine mit Drehschaufelregulierung an, welche ein $u_1 = 2,5$ und ein Durchmesserverhältnis $\frac{D_2}{D_1} = 0,75$ besitzen soll und zwar wählen wir deshalb $u_1 = 2,5$, weil sich in § 12 gezeigt hat, daß hierfür, im Vergleich mit den beiden anderen Umfangsgeschwindigkeiten: $u_1 = 2,9$ und $u_1 = 3,5$, die ungünstigsten und daher das größere Interesse beanspruchenden Eintrittsverhältnisse sich ergeben. Wir wollen nun für zwei verschiedene Werte von $y_{(1/1)}$ die Eintrittsparabeln entwerfen und die hierbei sich ergebenden Verhältnisse hinsichtlich ihrer Güte miteinander vergleichen.

Der eine Wert sei wieder $y_{(1/1)} = 1,18$, der andere $y_{(1/1)} = 1,6$*). In beiden Fällen sei $v_{2(1/1)} = 1,333 \cdot u_2$, also auch $x_{(3/4)} = \frac{c_e^2}{2\,u_1}$. Ferner ist natürlich das $x_{(0)} = \frac{c_e^2 + u_2^2}{2\,u_1}$ in beiden Fällen dasselbe und wir erhalten mit:

$$c_e^2 = 0,86 \cdot 2\,g \cong 16,9$$

die Werte:

$$x_{(3/4)} = 3,38 \text{ und } x_{(0)} = 4,08.$$

Wenn wir jetzt noch:

1.) $y_{(3/4)} = {}^3/_4 \cdot 1,18 = 0,885$

und: 2.) $y_{(3/4)} = {}^3/_4 \cdot 1,6 = 1,2$

bestimmen, so liegen für beide Fälle je zwei Parabelpunkte fest und es können die Parabeln in bekannter Weise konstruiert werden wie Fig. 71 zeigt.*) Es sind in derselben außerdem die Stoßkomponenten u_s der vier charakteristischen Beaufschlagungen für beide Parabeln eingezeichnet, wobei der bleibende Winkel β_1 jeweils dem Eintrittsdreieck für $\lambda = {}^3/_4$ entnommen wurde. Indem das $x_{(3/4)}$ in beiden Fällen dasselbe war, so ist klar, daß beide Parabelpunkte $E_{(3/4)}$ auf der Ordinate im Abstand $x_{(3/4)}$ vom Ursprung liegen müssen und es verlaufen die Parabeln aus dem gemeinsamen Scheitelpunkte $E_{(0)}$ durch die jeweiligen Punkte $E_{(3/4)\,1,18}$ und $E_{(3/4)\,1,6}$.

Betrachten wir nun unsere in § 8 entwickelte Charakteristik: $2\,u_1 \cdot x + v_2^2 = c_e^2 + u_2^2$, so finden wir, daß in derselben die Werte u_1, u_2 und c_e als konstant aufzufassen sind und wir können sie deshalb auch anschreiben wie folgt:

$$\text{konst. } x_{(\lambda)} = \text{konst.}' - v_{2(\lambda)}^2.$$

Infolge der Annahme $v_{2(1/1)} = 1,333 \cdot u_2$, oder irgend einer anderen, immer nur v_2 gegenüber u_2 festlegenden Annahme, ist aber v_2 für alle Beaufschlagungen unabhängig von y festgelegt, wodurch nach vorstehender Gleichung auch die zugehörigen x unabhängig von y sein müssen, indem allgemein x lediglich eine Funktion von v_2 ist. (Siehe auch § 8 Seite 20.) Es müssen daher für jedes beliebige y und ein bestimmtes λ dieselben ganz bestimmten Werte von $x_{(\lambda)}$ sich ergeben, wonach allgemein die, alle derselben Beaufschlagung zugehörigen Parabelpunkte einer, durch alle möglichen Werte von y gegebenen Parabelschaar auf ein und derselben Ordinate liegen müssen. (Siehe Fig. 71.) Indem nun die Stoßkomponente u_s einer beliebigen Beaufschlagung einerseits durch den zugehörigen Parabelpunkt und andererseits durch den, die Parabel jeweils im Punkt $E_{(3/4)}$ schneidenden, abwärts gerichteten Schenkel des bleibenden Winkels β_1 gegeben ist, so ersehen wir aus den hierdurch gekennzeichneten geometrischen Verhältnissen der Fig. 71 ohne Weiteres, daß die derselben Beaufschlagung zugehörigen u_s der durch alle möglichen Werte von y gegebenen, unendlich vielen Parabeln alle die gleiche Größe haben und zwischen denselben Ordinaten übereinander liegen müssen. (Vergleiche die kurz punktierten $u_{s\,(\lambda)\,1,18}$ mit den lang punktierten $u_{s\,(\lambda)\,1,6}$.)

In Fig. 72 sind nun außer den Parabeln noch die

Fig. 71. Maßstab: 10 mm = 0,5 m.

*) $y_{(1/1)}$ wird in Wirklichkeit selten größer als 1,4 gewählt und es wurde im vorliegenden Falle zu dem grösseren Werte $y_{(1/1)} = 1,6$ gegriffen, um den Einfluß der Radialkomponente y recht anschaulich zu gestalten. (Siehe auch § 16 Fig. 96.)

*) Wir hätten hier natürlich auch wieder die Punkte $E_{(1/1)}$ an Stelle der Punkte $E_{(3/4)}$ als zweite Parabelpunkte für die Konstruktion der Parabeln verwenden können, allein es ergab die Verwendung der Punkte $E_{(3/4)}$ im vorliegenden Falle größere Anschaulichkeit der Fig. 71 und 72. Im Übrigen wollen wir sonst stets den Punkt $E_{(1/1)}$ benützen, wie denn überhaupt die Turbinenberechnungen stets in erster Linie für $\lambda = {}^1/_1$ durchzuführen sind.

beiderseitigen Eintrittsdreiecke für $\lambda = 1/1$, die bleibenden Winkel β_1 und die charakteristischen Winkel ψ, sowie der infolge des gemeinsamen Wertes $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}75$ beiden Fällen gemeinsame c_e'Kreis eingetragen. Außerdem sind die beiderseitigen Eintrittsstrecken, die eine durch Schraffur nach rechts, die andere durch Schraffur nach links, hervorgehoben.

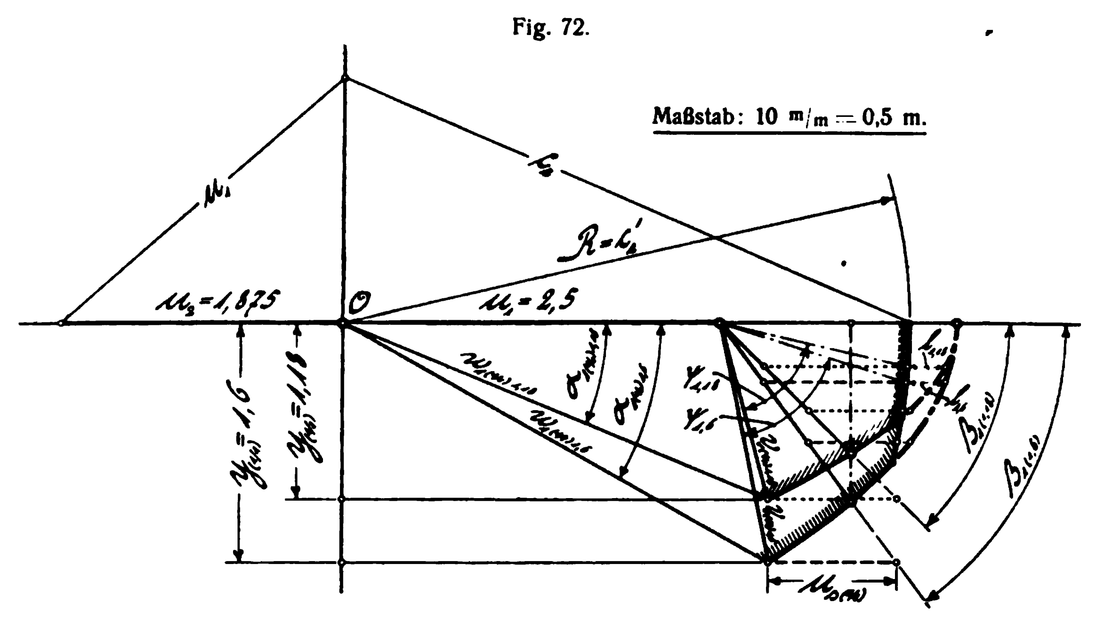


Fig. 72.

Wir erkennen nun vor allem, daß von den, zu Beaufschlagungen kleiner als λ_k gehörigen theoretischen Stoßkomponenten u_s durch den c_e'Kreis Stücke abgeschnitten werden, welche durch Letzteren und die Parabeln begrenzt sind. Z. B. werden von den theoretischen $u_{s(1/4)}$ der Fig. 71 nach Fig. 72 Stücke $l_{1,18}$ und $l_{1,6}$ abgeschnitten, welche mit ziemlicher Annäherung als gleich groß angesehen werden dürfen, so daß auch die, durch den c_e'Kreis begrenzten praktischen $u_{s(1/4)}$, ebenso wie alle übrigen, Beaufschlagungen kleiner als λ_k zugehörigen praktischen $u_{s(\lambda)}$ der Fig. 72, als nahezu gleich groß gelten dürfen.

Es ist somit der Einfluß der Radialkomponente y auf die Stoßkomponenten $u_{s(\lambda)}$ bei Beaufschlagungen größer als λ_k gleich Null und bei Beaufschlagungen kleiner als λ_k so unbedeutend, daß er praktisch nicht in Frage kommt.

Weiter sehen wir nun aus Fig. 72, daß die charakteristischen Winkel ψ in beiden Fällen sich nur sehr wenig voneinander unterscheiden, daß also von einem nennenswerten Einfluß der Radialkomponente y auf diese ebenfalls nicht gesprochen werden kann. Dagegen weichen aber die beiderseitigen Winkel $\alpha_{1(1/1)}$ und die bleibenden Winkel β_1 (d. h. die, gleichen Beaufschlagungen angehörenden Winkel $\alpha_{1(\lambda)}$ und $\beta_{1(\lambda)}$ überhaupt) recht erheblich voneinander ab, worin neben dem auf Seite 46 über w_1, v_1 und $\mathfrak{h}_1$ noch zu Sagenden der ausschlaggebende Einfluß der Radialkomponente y auf die Eintrittsverhältnisse der Francis-Turbine zu suchen ist. Wie wir aus Fig. 72 erkennen, hat ein großes y große Winkel α_1 und β_1 zur Folge und setzen wir konstante Laufradschaufelzahl z_2, also auch konstantes t_1 voraus, so ist durch ein großes y nach Fig. 73 ein großes a_1 gegeben, indem:

$$a_1 = t_1 \cdot \sin \beta_1 = \text{konst.} \sin \beta_1$$

ist.

Nach § 8 Seite 21 ist aber:

$$Q = \pi \cdot D_1 \cdot b_1 \cdot y,$$

wonach großes y kleines b_1 zur Folge hat (was auch ohne Weiteres durch Überlegung sich ergibt) und wir sehen also, daß durch großes y unter sonst gleichen Voraussetzungen das Seitenverhältnis des Eintrittsquerschnittes am Laufradkanal beeinflußt wird, indem ein großes y großes a_1, daneben aber kleines b_1 bedingt und umgekehrt. Aus der Hydraulik ist nun bekannt, daß derjenige gegebene Querschnitt die geringsten Reibungswiderstände, also die günstigsten Durchflußverhältnisse aufweist, dessen Verhältnis R = „Querschnitt: benetzten Umfang" ein Größtwert ist, und daß aus diesem Grunde der Kreisquerschnitt von allen Querschnitten der Günstigste ist, weil sein Verhältnis R ein Maximum darstellt.

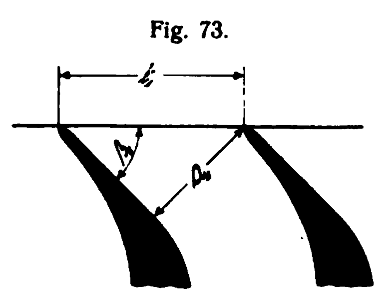


Fig. 73.

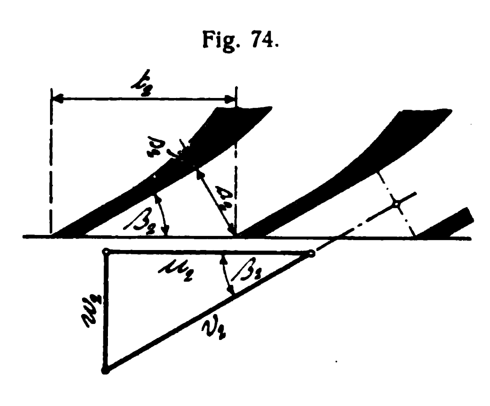
Für unsere Turbinen kommen aber natürlich nur rechteckige Querschnitte in Frage, und es ist nach Vorstehendem ohne Weiteres klar, daß jenes Rechteck die günstigsten Durchflußverhältnisse aufweisen wird, dessen R demjenigen des Kreises am nächsten kommt und dieses Rechteck ist das Quadrat. Wir müßten demnach zur Erzielung eines in dieser Hinsicht idealen Laufradkanales unter sonst gegebenen Verhältnissen*) bei der Wahl von y, und im Zusammenhang damit von w_n, darauf bedacht sein, daß $a_1 = b_1$ und $a_2 = b_2$ sich ergibt und die Kanalquer-

*) Hierbei ist insbesondere gegebene Laufradschaufelzahl z_2 vorausgesetzt, welche an sich im Interesse geringster, Durchflußverluste verursachender, Reibungsflächen möglichst klein anzustreben ist. Jedoch ist sehr vor allzu starker Verminderung der Laufradschaufelzahl zu warnen, weil hierdurch bei den kleineren, mit Stoß am Laufradeintritt behafteten Beaufschlagungen die Wasserführung an dieser Stelle empfindlich notleidet und die Nutzeffekte entsprechend geringer ausfallen. (Siehe auch § 17 Rechnungsbeispiel A Fig. 107.)

schnitte überhaupt an jeder Stelle quadratische Form annehmen.

Es ist nun leicht einzusehen, daß Eintrittsquerschnitte mit $a_1 = b_1$ im Allgemeinen nur bei Turbinen mit, im Verhältnis zu D_1 mäßig kleinem b_1 erzielt werden können, während es bei Turbinen mit, im Vergleich zu D_1 großem b_1, z. B. $b_1 \cong \frac{D_1}{4}$ und darüber, oder bei Turbinen mit, im Vergleich zu D_1 sehr kleinem b_1 unter Umständen ganz unmöglich ist, $b_1 = a_1$ zu machen. Es wird vielmehr im ersteren Falle a_1 stets und unter Umständen erheblich kleiner und im anderen Falle vielleicht wesentlich größer sein als b_1 aus Gründen, die in der Natur derartiger Turbinen zu suchen sind. Dann ist zu beachten, daß ein Austrittsquerschnitt von gegebener Größe und für gegebenes u_1 und $\frac{D_2}{D_1}$ je nach seinem Seitenverhältnis größeren oder kleineren Austrittsverlust bedingt, und zwar ergibt sich großer Austrittsverlust für großes a_2 und kleines b_2 und umgekehrt, wie leicht einzusehen ist. Denn es ist nach Fig. 74: $a_2 + s_2 = t_2 \cdot \sin \beta_2$ oder $a_2 = t_2 \cdot \sin \beta_2 - s_2$, (worin t_2 nach Voraussetzung und daneben auch s_2 als konstant aufzufassen ist) und ferner ist die den Austrittsverlust repräsentierende, der Einfachheit halber in Fig. 74 senkrecht zu u_2 angenommene absolute Austrittsgeschwindigkeit: $w_2 = v_2 \cdot \sin \beta_2$, worin für gegebenes u_1 und $\frac{D_2}{D_1}$ auch v_2 konstant ist. Es bedingt also großes a_2 großen Winkel β_2 und dieser wiederum großes w_2, also großen Austrittsverlust und umgekehrt. Die Erfahrung lehrt nun, daß ein Laufradkanal mit durchaus quadratischen Querschnitten praktisch im allgemeinen ein Unding ist, indem ein solcher einerseits zu großen Austrittsverlust (also zu großes a_2 neben zu kleinem b_2) und andererseits zu großes b_1 bezw. b_0 und damit unpraktisch kleine Winkel α_1 und β_1 bedingen würde. Es muß daher der „praktisch ideale Laufradkanal" dahin präzisiert werden, daß ein solcher in halber Kanallänge quadratische Querschnittsform, daneben aber in erprobt günstigem Verhältnis $b_1 < a_1$ und $b_2 > a_2$ aufweisen soll. (Siehe Fig. 76.)

Fig. 74.



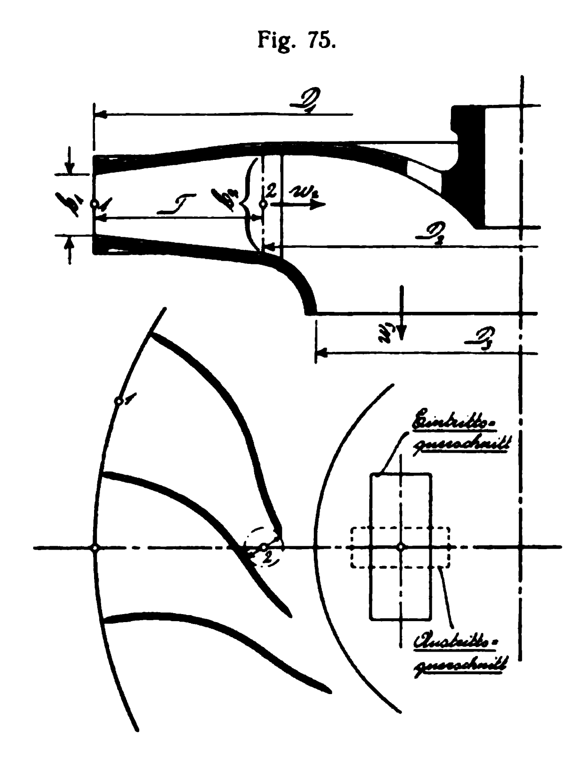
Stellen wir uns nun z. B. eine Turbine vor, welche solche praktisch ideale Laufradkanäle besitze, so kann dieselbe für den folgenden Vergleich als „Einheitsturbine" bezeichnet werden. Wenn wir uns mehrere solcher Einheitsturbinen aufeinandergesetzt und die, je zwei Einheiten trennenden Begrenzungsflächen fortgenommen denken, so erhalten wir eine Turbine, deren b_1 das n fache der Einheitsturbine beträgt, wenn n die Anzahl der aufeinandergesetzten Einheiten bedeutet, und es ist dies jedenfalls eine Turbine mit $b_1 > a_1$ wie schon oben erwähnt. Insofern als hier die, je zwei Einheitsturbinen trennenden Begrenzungen, also Reibung erzeugende Flächen fortfallen, werden wir trotz der Abweichung vom praktisch idealen Laufradkanal sogar günstigere Durchflußverhältnisse erhalten als bei der entsprechenden Einheitsturbine, weil diese Abweichung nicht durch bloße Querschnittsformänderung, sondern durch Querschnittsverbreiterung bei gleichbleibender Querschnittsweite bedingt war und deshalb auch größeres, also günstigeres R zur Folge haben muß.

Anders liegt dagegen der Fall bei einer Turbine, welche nur einen Bruchteil der Einheitsturbine darstellt. Während die Querschnittsweiten durchaus dieselben blieben, sind die Querschnittsbreiten kleiner geworden, was eine Abweichung vom seither idealen Laufradkanal durch Querschnittsverschmälerung bedeutet und daher eine Verringerung von R zur Folge hat. Die hierdurch bedingte, direkte Herabminderung von φ an sich wäre nun vielleicht nicht bedeutend, unter Umständen sogar belanglos, wenn bei derartigen Turbinen nicht auch meist noch kleines u_1 verlangt wäre, indem dieselben vorzugsweise bei kleinen Wassermengen und hohen Gefällen zur Verwendung kommen und hierbei dann in der Regel relativ niedere Drehzahlen verlangt werden. Weil nämlich mit u_1 auch der Spaltdruck $\mathfrak{h}_1$ und zwar mit abnehmender Beaufschlagung immer mehr abnimmt, wie Fig. 47 und 61 erkennen lassen, so wird damit auch der, das Wasser zur Ausfüllung der Laufradkanäle zwingende Einfluß immer geringer. Infolge eines zu großen y und deshalb zu großen a_1 bezw. zu kleinen b_1 und infolge eines, wegen zu kleinem Austrittsverlust zu kleinen a_2 bezw. zu großen b_2 tritt dann oft der Fall ein, daß der Eintrittsquerschnitt des Laufrades ein sehr langgestrecktes Rechteck darstellt, dessen lange Seite in Richtung des Laufradumfanges liegt, während der Austrittsquerschnitt ein ebenfalls langgestrecktes Rechteck mit der langen Seite in einer achsialen Ebene, also senkrecht zur langen Seite des Eintrittsquerschnittes bildet. (Siehe die übereinandergezeichneten Ein- und Austrittsquerschnitte in Fig. 75.) Wir erhalten damit einen Turbinenkanal von raschem, jähem Übergang der Form des Querschnittes, also einen Turbinenkanal mit schroffer Querschnittsformänderung (wobei die Querschnittsgrößenänderung eine mäßige sein kann) und die Folge davon wird möglicherweise sein, daß es dem, vielleicht nur unter geringem Spaltdruck stehenden, die Laufradkanäle im Bruchteil einer Sekunde durchfließenden Wasser physikalisch unmöglich ist, die Letzteren voll auszufüllen. Es bilden sich alsdann tote, mit wirbelndem Wasser erfüllte Ecken in denselben, welche zu Korrosion Veranlassung geben; die Wasserführung in den Laufradkanälen ist eine ungeordnete, unvorhergesehene, was größere Durchflußverluste und Nichtzutreffen der Turbinenberechnung bezw. der Voraussetzung derselben (Kontinuität der Wasserbewegung) zur Folge hat. Allgemein wird also kurze Lebensdauer des Laufrades, sowie schlechter Nutzeffekt und ungenügende Schluckfähigkeit, d. h. ungenügende Leistung der Turbine die Folge sein. Wir müssen deshalb bei Turbinen mit, im Vergleich zu D_1 kleinem b_1, welche also vielleicht nur den

Bruchteil einer Einheitsturbine darstellen und insbesondere dann, wenn dieselben kleines u_1 besitzen und unter großem Gefälle arbeiten, der Gestaltung der Kanalform ganz besondere Sorgfalt widmen. Es darf in dieser Hinsicht auf § 16 im Allgemeinen, im Besonderen jedoch auf die Fig. 96 und 98 in diesem Paragraphen verwiesen werden, in welchen praktisch erprobte Werte von $y_{(1/1)}$ bezw. $w_{n(1/1)}$, und im Zusammenhang damit von $\frac{D_2}{D_1}$, nach Verhältnissen $\frac{b_0}{D_1}$ geordnet graphisch dargestellt sind.

Fig. 75 zeigt ein Laufrad mit 4 v. H. senkrechtem Austrittsverlust bei $\lambda = 1/1$ und es wurde dasselbe der Einfachheit halber für $u_1 = 2{,}9$, also $\beta_1 = 90^0$ vorgesehen. Es ergibt sich für dasselbe unter der allgemein gebräuchlichen Annahme, daß $w_3 \cong w_2$ *) sei und bei Voraussetzung einer

Fig. 75.



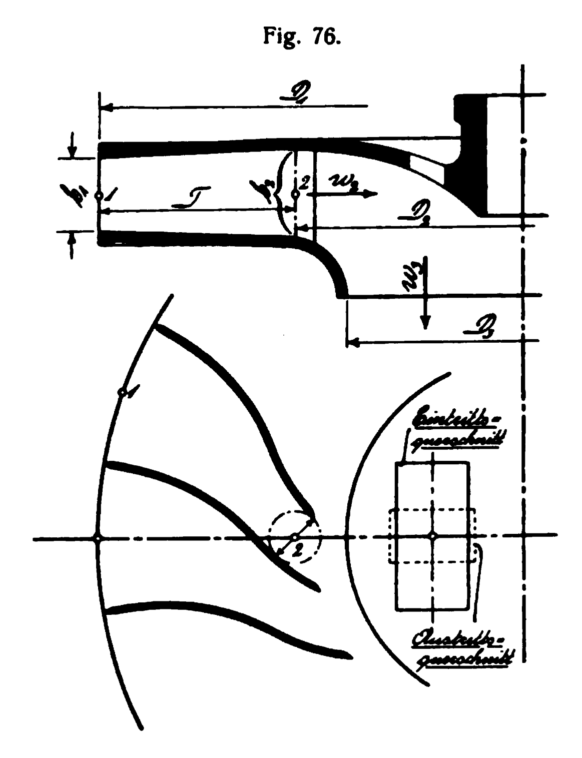
unendlich kleinen Laufradschaufelstärke s_2:

$$\pi \cdot D_2 \cdot b_2 \cdot w_2 = Q = \frac{\pi \cdot D_3^2}{4} \cdot w_3 .$$

Dem Laufrad Fig. 76 liegen nun aber 7 v. H. senkrechter Austrittsverlust bei voller Beaufschlagung (also größeres $w_{n(1/1)}$) und demselben D_1 und u_1, sowie derselben Wassermenge Q zu Grunde und es ist klar, daß infolgedessen nach vorstehender Gleichung hier das D_3 kleiner ausfallen muß als bei dem Laufrad in Fig. 75, weil ja dieselbe Wassermenge mit dem größeren w_3 abgeführt wird. Indem nun aber durch D_3 in erster Linie die Entwicklungstiefe T des Laufrades beeinflußt wird, wie aus Fig. 75 und 76 klar hervorgeht, so leuchtet auch ohne Weiteres ein, daß der größere Austrittsverlust in Fig. 76 neben kleinerem D_3 ein kleineres D_2, also auch ein kleineres und somit günstigeres Verhältnis $\frac{D_2}{D_1}$ im Sinne des § 12 zulassen muß. Großer Austrittsverlust ermöglicht also neben günstigerem Seitenverhältnis des Austrittsquerschnittes auch günstigere Eintrittsverhältnisse, und es ist aus Fig. 76 insbesondere deutlich ersichtlich, wie hier das Seitenverhältnis des Austrittsquerschnittes viel mehr dem idealen Falle eines Quadrates sich nähert als in Fig. 75.

In Fig. 75 ist y verhältnismäßig groß (um nicht zu sagen zu groß) und damit b_1 verhältnismäßig klein angenommen und hieraus, sowie aus dem erwähnten kleineren Austrittsverlust ergeben sich im Vergleich mit Fig. 76 wesentlich ungünstigere Übergänge der Querschnittsform, wie die in beiden Figuren übereinandergezeichneten Ein- und Austrittsquerschnitte erkennen lassen. Dazu kommt noch, daß in Fig. 75 die Entwicklungstiefe T geringer ist als in Fig. 76, es muß also die größere Querschnittsform-

Fig. 76.



änderung hier auch noch auf kürzerem Wege vor sich gehen als dort, was wiederum als ungünstig zu bezeichnen ist.

Bei weiterer Betrachtung der Fig. 72 finden wir schließlich noch, daß großes y auch grosses w_1 und v_1 bedingt, und indem natürlich die Durchflußverluste auf den betreffenden Wegstrecken mit den Quadraten der zugehörigen Geschwindigkeiten zunehmen, so ist klar, daß großes y auch in dieser Hinsicht unvorteilhaft sein muß.

Dazu kommt, daß großes w_1 nach der Beziehung: $w_1^2 = c_e^2 - 2g \cdot \mathfrak{h}_1$, kleines $\mathfrak{h}_1$ zur Folge hat, was nach dem Vorhergegangenen ungünstig ist, weil das Wasser infolge des kleineren $\mathfrak{h}_1$ nicht mehr in dem Maße gezwungen ist die Laufradkanäle voll auszufüllen wie im anderen Falle bei kleinerem w_1, weshalb die Wahrscheinlichkeit schlechter Wasserführung und deren Folgen im Sinne des auf Seite 45, Spalte rechts, Gesagten größer ist.

Nach all dem muß somit das Laufrad Fig. 76, abgesehen von seinem größeren Austrittsverlust, der durch ein

*) Der Einfachheit halber setzen wir außerdem $w_n = w_2$, also w_2 senkrecht zu u_2 voraus. Wegen $w_3 \cong w_2$ Siehe auch Bestimmung des Laufradprofiles: § 17, Beispiel A, Fig. 99.

erweitertes Saugrohr*) zum Teil ja wieder zurückgewonnen werden kann, als das bessere gegenüber dem in Fig. 75 dargestellten Laufrad bezeichnet werden.

Wir ersehen somit, daß für y im allgemeinen keine zu großen Werte zuzulassen sind, (was insbesondere bei Turbinen mit kleinem u_1 wohl zu beachten ist) und es darf bezüglich der Wahl von $y_{(1/_1)}$ bezw. $w_{n(1/_1)}$, und im Zusammenhang damit von $\frac{D_2}{D_1}$, für den ersten Entwurf wiederholt auf § 16 und die Fig. 96 und 98 verwiesen werden. Im Übrigen muß für die genaue Bestimmung dieser Größen jeweils die Rechnung mit der konstruktiven Bearbeitung des Schaufelschnittes und des Leitapparates auf dem Reißbrett Hand in Hand gehen.

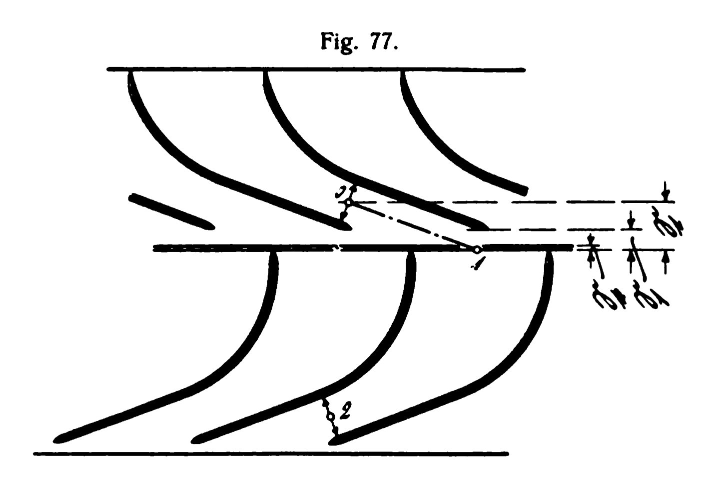
Es darf hier wiederholt auf den Abschnitt 10 der Abhandlung von Prof. Albitzky in der Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen Jahrgang 1905 Heft 15 Seite 234 und 235 hingewiesen werden.

§ 14.

Übergang des Wassers vom Leitapparat zum Laufrad.

Fig. 77 zeigt das schematische Bild einer Turbinenstange, bei welcher das Wasser den Leitapparat im Punkt 0 verläßt und im Punkt 1 in den Bereich des Laufrades tritt.

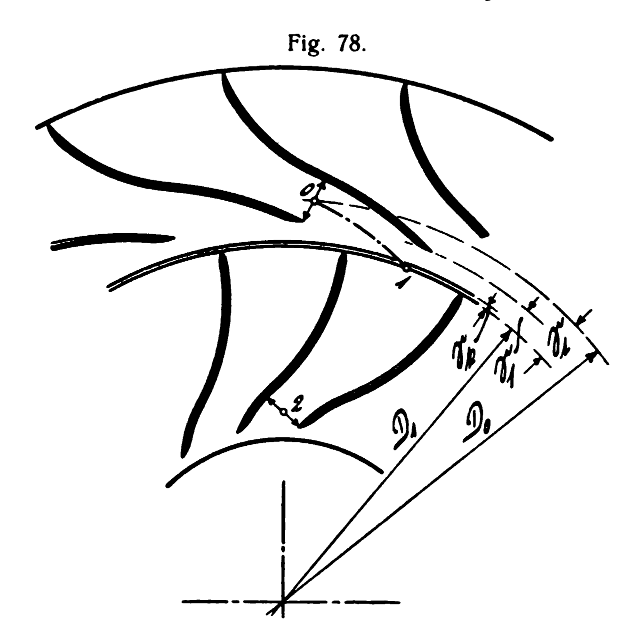
Fig. 77.



Der Abstand $\mathfrak{S}_f$ zwischen den Leitschaufelenden und den Laufradschaufelanfängen wird „Schaufelspalt" genannt im Gegensatz zum sogenannten „Kranzspalt" einer Turbine, welchen wir mit $\mathfrak{S}_r$ bezeichnen wollen und dem wir schon auf Seite 7 (Siehe auch Fig. 12) erstmals begegneten. Dieser Kranzspalt ist im Interesse kleinster Wasserverluste, der sogenannten Spaltverluste, so eng wie möglich anzustreben und es beträgt seine Weite je nach Art und Größe einer Turbine 0,25 ÷ 1 mm, während die Schaufelspaltweite $\mathfrak{S}_f$, ebenfalls wieder nach Art und Größe einer Turbine, zu 10 ÷ 30 mm bei vollgeöffnetem Leitapparat, also bei voller Beaufschlagung angenommen wird. Durch diese verhältnismäßig große Weite des Schaufelspaltes wird einerseits bezweckt, Brüche und Verbeulungen der Leit- und Laufradschaufeln im Spalt durch Fremdkörper, welche trotz aller Vorsichtsmaßregeln, wie Senkrinnen im Obergraben, enge Turbinenrechen von 10 ÷ 30 mm lichter Weite zwischen den einzelnen Stäben etc., mit dem Betriebswasser in den Spalt der Turbine gelangen, zu verhüten. Andererseits soll der Schaufelspalt den durch die einzelnen Leitkanäle fließenden Wasserstrahlen Gelegenheit geben, sich hinter den Leitschaufeln wieder zu einem geschlossenen Wasserkörper zu vereinigen, (Siehe Punkt 3 in Fig. 81) bevor durch die Laufradschaufeln eine abermalige, mit Störungen der Wasserführung, also mit Verlusten verknüpfte Trennung des durchfließenden Wassers in verschiedene Strahlen bewirkt wird. Es werden also durch den Schaufelspalt die, als Folge der endlichen Stärke der Leitschaufelenden sich einstellenden Störungen der Wasserführung so gut wie möglich wieder auszugleichen gesucht, so daß Letztere die unvermeidlichen neuerlichen Störungen der Wasserführung am Laufradeintritt nicht vergrößern helfen können.

Im weiteren Gegensatz zum Schaufelspalt, oder besser

Fig. 78.



gesagt zum „praktischen Schaufelspalt $\mathfrak{S}_f$", steht der sogenannte „theoretische Schaufelspalt", dessen Weite in Fig. 77 mit $\mathfrak{S}_t$ bezeichnet ist. Der Einfachheit halber wollen wir in Zukunft stets Schaufelspalt $\mathfrak{S}_f$ und theoretischer Spalt $\mathfrak{S}_t$ unterscheiden.

Bei unseren folgenden Betrachtungen sei zunächst angenommen, das Wasser bewege sich, vollständig sich selbst überlassen, von Punkt 0 nach Punkt 1, werde also zwischen diesen Punkten, abgesehen von den Seiten-

*) Es ist zu beachten, daß es durch mäßige, stetige Querschnittserweiterung des Saugrohres einer Turbine möglich ist, die Wassergeschwindigkeit in demselben innerhalb gewisser Grenzen zu verzögern, die absolute Austrittsgeschwindigkeit w_2 also zum Teil wieder in nutzbaren Druck (in diesem Falle in zusätzlichen Unterdruck im Saugrohr, also in zusätzliche Saugwirkung) rückumzusetzen und so den Austrittsverlust teilweise wieder zurückzugewinnen. (Siehe auch Fußnote auf Seite 24.)

Für eingehenderes Studium der Wirkungsweise des erweiterten Saugrohres darf auf Kapitel 4: „Das Turbinensaugrohr" des eben erschienenen Werkes: „Die Turbinen für Wasserkraftbetrieb" von A. Pfarr verwiesen werden.

wänden der Turbine, durch keinerlei Schaufeln oder dergl. geführt. Es ist nun ohne Weiteres klar, daß dieser Übergang des Wassers von Punkt 0 nach Punkt 1 in der Turbinenstange (Fig. 77) geradlinig und zwar der Richtung der Leitschaufelenden entsprechend vor sich gehen muß, wonach das Wasser auf dieser Wegstrecke weder eine Geschwindigkeits- noch Richtungsänderung erfahren kann.*) Es wird also $w_0 = w_1$ und $\mathfrak{b}_0 = \mathfrak{b}_1$ sein müssen, wobei wir annehmen, daß die Schaufelstärke am Leitradaustritt unendlich klein sei, welche Annahme auch für die folgenden Betrachtungen gelten möge.

In Fig. 78 haben wir das, der Fig. 77 entsprechende schematische Bild einer Francis-Turbine und wir wollen untersuchen, wie hier der Übergang des Wassers von Punkt 0 nach Punkt 1 vor sich geht.

Man kann sich die Francis-Turbine (Fig. 78) ohne Weiteres dadurch aus der Turbinenstange (Fig. 77) entstanden denken, daß Letztere einfach um eine, auf Seite des Laufrades befindliche Achse gekrümmt wurde. Hierdurch tritt eine Änderung an der Turbine lediglich nur insofern ein, als jetzt der Punkt 0 auf einen Kreis vom Durchmesser D_0, der Punkt 1 hingegen auf einen Kreis vom Durchmesser D_1 zu liegen kommt, während vorher beide Punkte auf zwei Parallelen im Abstand $\mathfrak{S}_t$ lagen. Es ist nun klar, daß die Pressungsverhältnisse auf den zur Turbinenachse konzentrischen Kreisen (Parallelkreisen) vom Durchmesser D_0 und D_1 jeweils konstant sein müssen, wobei wir, streng genommen, unendlich kleines a_0, d. h. unendlich viele Leitschaufeln voraussetzen müßten.

Nach § 8 Seite 21 ist die Radialkomponente für den Laufradeintritt: $y_1 = \frac{Q}{\pi \cdot D_1 \cdot b_1}$ und analog ist für den Leitradaustritt: $y_0 = \frac{Q}{\pi \cdot D_0 \cdot b_0}$. Wenn wir daher $b_0 = b_1$ setzen, was ohne Weiteres zulässig ist, so können wir schreiben:

$$\frac{y_0}{y_1} = \frac{D_1}{D_0} \text{ oder: } y_0 \cdot D_0 = y_1 \cdot D_1 = \text{konst.}$$

Setzen wir an Stelle der Durchmesser die Radien, so ist auch:

$$y_0 \cdot R_0 = y_1 \cdot R_1 = \text{konst.}$$

Es ist also das Produkt aus beliebiger Radialkomponente und zugehörigem Durchmesser bezw. Radius jeweils konstant, und es wird bei der Bewegung des Wassers von 0 nach 1 Erstere in dem Maße zunehmen, als Letzterer abnimmt.

*) Es darf uns bei senkrechter Anordnung der Turbinenstange, wenn also das Wasser in vertikalen Ebenen durch dieselbe sich bewegt, der Umstand nicht irre führen, daß für Punkt 1 die Druckhöhe um den Betrag $\mathfrak{S}_t$ größer ist als für Punkt 0. Denn wir haben es mit einer entweder ins Unterwasser tauchenden oder mittels Saugrohr mit diesem verbundenen Turbine zu tun, und demnach wird nach § 5 das unterhalb eines zu betrachtenden Punktes liegende Gefälle, wenn anders es als Druckgefälle nicht wirksam sein kann, innerhalb Grenzen als Sauggefälle zur Geltung kommen müssen, wonach in Punkt 0 dasselbe Gesamtgefälle wirksam sein muß wie in Punkt 1, nur mit dem Unterschied, daß Druckgefälle und Sauggefälle in beiden Fällen sich jeweils um den Betrag $\mathfrak{S}_t$ voneinander unterscheiden. Es muß also sein:

$$h_{d_0} + h_{s_0} = h_{d_1} + h_{s_1} = H.$$

Aus der Verschiedenheit der Radialkomponenten y_0 und y_1 folgt schon, daß die auf den Parallelkreisen vom Durchmesser D_0 bezw. D_1 herrschenden Pressungen verschieden sein müssen, also eine Pressungsdifferenz zwischen beiden Kreisen wirksam sein muß. Es ist die Pressung auf dem Kreis vom Durchmesser D_0 größer als diejenige auf dem Kreis vom Durchmesser D_1, weil y_0 kleiner ist als y_1. Da wir uns das Wasser auf seinem Weg von 0 bis 1 freibeweglich, also durch keinerlei Schaufeln geführt denken, so ist klar, daß die Pressungsdifferenz zwischen den Kreisen vom Durchmesser D_0 und D_1 nur in genau radialer Richtung wirken kann und in jedem Punkt des Wasserweges $0 \div 1$ stets durch ein und denselben Punkt, den Krümmungsmittelpunkt 0 der Parallelkreise, d. h. durch die Turbinenachse gehen muß. Wir haben es also mit einer „Zentralkraft" zu tun, und indem die Richtung der Anfangsgeschwindigkeit w_0 des Wassers mit der Richtung der Zentralkraft nicht zusammenfällt, muß nach der Mechanik das Wasser zwischen 0 und 1 eine krumme Bahn beschreiben. Es liegt also eine „Zentralbewegung" vor, für welche der Satz gilt, daß die Fahrstrahlen oder Radien in gleichen Zeiten gleiche Flächen beschreiben. (Flächensatz oder zweites Kepler'sches Gesetz, Siehe auch Fig. 80.)

Nehmen wir nun für die Geschwindigkeit w_0 nur einen sehr kleinen Bruchteil derselben, allgemein Δw_0 an, (wobei Δ den entsprechenden Bruchteil der Sekunde darstellt) so können wir uns die krumme Bahn des Wassers zwischen 0 und 1, den „absoluten Wasserweg", aus verschiedenen aufeinanderfolgenden, sehr kleinen Δw dargestellt denken. Nach dem Flächensatz ergibt sich mit Bezug auf Fig. 80:

$$\Delta f_0 = \Delta f = \frac{1}{2} \cdot \Delta x_0 \cdot R_0 = \frac{1}{2} \cdot \Delta x \cdot R = \text{konst.}$$

oder:

$$\Delta x_0 \cdot R_0 = \Delta x \cdot R = \text{konst.}$$

und damit können wir auch schreiben:

$$x_0 \cdot R_0 = x \cdot R = \ldots\ldots = x_1 \cdot R_1 = \text{konst.}$$

Diese Gleichung, sowie die vorige:

$$y_0 \cdot R_0 = y_1 \cdot R_1 = \text{konst.}$$

quadriert und addiert gibt:

$$(x_0^2 + y_0^2) \cdot R_0^2 = (x_1^2 + y_1^2) \cdot R_1^2 = \text{konst.}$$

und indem natürlich: $x_0^2 + y_0^2 = w_0^2$ und $x_1^2 + y_1^2 = w_1^2$ ist, (Siehe Fig. 79) so wird auch:

$$w_0 \cdot R_0 = w_1 \cdot R_1 = \text{konst.}$$

Durch Division der beiden Gleichungen:

$$y_0 \cdot R_0 = y_1 \cdot R_1 = \text{konst. und } x_0 \cdot R_0 = x_1 \cdot R_1 = \text{konst.}$$

erhalten wir:

$$\frac{y_0}{x_0} = \frac{y_1}{x_1} = \text{konst.}$$

und indem, wie aus Fig. 79 weiter ersichtlich:

$$\frac{y_0}{x_0} = \text{tg}\, \alpha_0 \text{ und } \frac{y_1}{x_1} = \text{tg}\, \alpha_1$$

ist, so muß auch:

$$\text{tg}\, \alpha_0 = \text{tg}\, \alpha_1 = \text{konst. bezw. } \sphericalangle\, \alpha_0 = \sphericalangle\, \alpha_1 = \text{konst.}$$

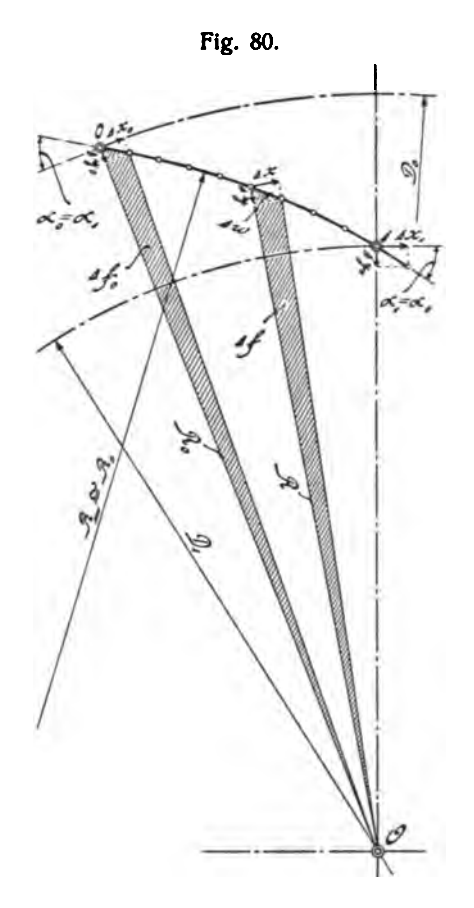
sein.

Fig. 79.

Wenn wir uns demnach bei der Francis-Turbine das Wasser zwischen den Punkten 0 und 1 vollkommen sich selbst überlassen denken, so erhellt aus Vorstehendem, daß sich dieselbe von der Turbinenstange dadurch unterscheidet, daß die Radialkomponente y, ebenso wie die Tangentialkomponente x und somit auch die Resultierende beider, die absolute Geschwindigkeit w, eine Beschleunigung nach Maßgabe der allgemeinen Beziehung: „Geschwindigkeit mal zugehöriger Radius = konst.“ erfährt, wobei der Winkel α, den w mit x einschließt, konstant bleibt.

Die zwischen den Punkten 0 und 1 vom Wasser beschriebene krumme Bahn ergibt sich bei näherer Untersuchung als „logarithmische Spirale“.

Fig. 80.



Wir wollen nun im Folgenden diese Bahn zu bestimmen suchen und verfolgen deshalb, wie vorhin bereits angedeutet, die Bewegung des Wassers in sehr kurzen Zeitabschnitten, etwa in Intervallen von $^1/_{100}$ Sekunde. ($\Delta = \frac{1}{100}$) In diesen bewegt sich das Wasser statt mit den Geschwindigkeiten w_0, w bezw. w_1 mit deren sehr geringen Bruchteilen Δw_0, Δw bezw. Δw_1, weshalb wir die gekrümmte Bahn eines Wasserteilchens, den schon erwähnten „absoluten Wasserweg“, während dieser kurzen Zeitabschnitte als gerade auffassen dürfen. Infolgedessen darf auch das Δw jeweils als genau mit der Bahn des Wasserteilchens zusammenfallend und nicht nur als in seinem Anfangspunkte die Letztere tangierend gelten.

Für einen gegebenen Fall werden zumeist die dem Radius $R_1 = \frac{D_1}{2}$ angehörigen Größen x_1 und y_1 vorliegen, womit das w_1 als Resultierende aus beiden bestimmt werden kann und der konstant bleibende Winkel α gegeben ist. Zur Bestimmung des absoluten Wasserweges (von Punkt 1 ausgehend) trägt man nun $\Delta w_1 = \frac{w_1}{100}$ im Punkt 1 (Fig. 80) unter dem Winkel α zum Umfang an. Indem aber, wie bereits erwähnt, die Δw allgemein als sehr kurze Stücke des absoluten Wasserweges aufgefaßt werden dürfen, so können wir das an ein bestimmtes Δw anschließende, nächstfolgende Δw und in dieser Weise fortfahrend den ganzen absoluten Wasserweg mit Hilfe der durch die Beziehung $\Delta w \cdot R =$ konst. gegebenen Δw und des konstanten Winkels α konstruieren. Wir müssen nur immer das R vom Endpunkt des eben konstruierten Δw in die Gleichung $\Delta w \cdot R =$ konst. einführen, aus derselben das neue Δw bestimmen und unter dem konstanten Winkel α an das vorhergehende Δw antragen.

In Fig. 80 ist das Bild eines in dieser Weise konstruierten absoluten Wasserweges dargestellt, wobei $D_1 = 1000$, $w_1 = 3{,}0$ und $\alpha_1 = \alpha_0 = 33^0$ zu Grunde gelegt, und die Bewegung in Intervallen von $^1/_{100}$ Sekunde verfolgt wurde. Untersuchen wir nun die Krümmung desselben näher, so finden wir, daß sein Krümmungsradius R_m mit großer Annäherung konstant und etwa gleich R_0 ist, von welch praktischem Ergebnis wir, wie nachfolgend gezeigt wird, künftig stets Gebrauch machen wollen, um die etwas zeitraubende Bestimmung des absoluten Wasserweges von Fall zu Fall zu ersparen. In besonderen Fällen wird man eventuell auf die genauere Bestimmung desselben, dem Vorstehenden gemäß, zurückgreifen müssen.

In der Kurve $0 \div 1$ haben wir also die wirkliche Bahn, welche ein aus dem Leitapparat austretender, sich selbst überlassener Wasserfaden beschreibt. Wir müßten daher, um einen in dieser Hinsicht idealen Leitapparat zu bekommen, unendlich viele Leitschaufeln anordnen, also die Stärke a_0 des austretenden Wasserstrahles unendlich klein machen. Dies ist aber praktisch unmöglich, und wir müssen uns damit begnügen, durch eine endliche Anzahl von Leitschaufeln das Wasser in ebensovielen Strahlen von der endlichen Stärke a_0*) so zu führen, daß immer der

---

*) Wir nehmen hier an, daß $a_0 = a_{(1)}$, (absolute Strahlstärke $a_{(1)}$ im Gegensatz zur relativen a_1 am Laufrad) allgemein also die Stärke des aus dem Leitapparat in das Laufrad übertretenden Wasserstrahles konstant sei. Diese Annahme ist zulässig, so lange das Wasser von Punkt 0 ab gezwungen ist, am Rücken der vorhergehenden Schaufel entlang zu fließen und von diesem nach Maßgabe seiner Höhlung (Höhlungsradius R_f Siehe Fig. 81) abgelenkt wird. Entsprechend der konstanten Strahlstärke nehmen wir hierbei natürlich auch die Geschwindigkeit konstant an.

Erst nachdem die einzelnen Wasserstrahlen hinter den Leitschaufelenden sich wieder vereinigt haben, das Wasser also sich selbst überlassen, freibeweglich geworden ist, wird es seine Bewegung nach Maßgabe der Beziehung $w \cdot R =$ konst. fortsetzen, wobei, wie leicht einzusehen, die Stärke des einem Leitkanal entströmenden Wasserstrahles nach Maßgabe der Beziehung $\frac{a}{R} =$ konst. veränderlich sein muß.

Wir kommen auf diese Verhältnisse bei Behandlung der Leitapparate in Heft II noch eingehend zurück.

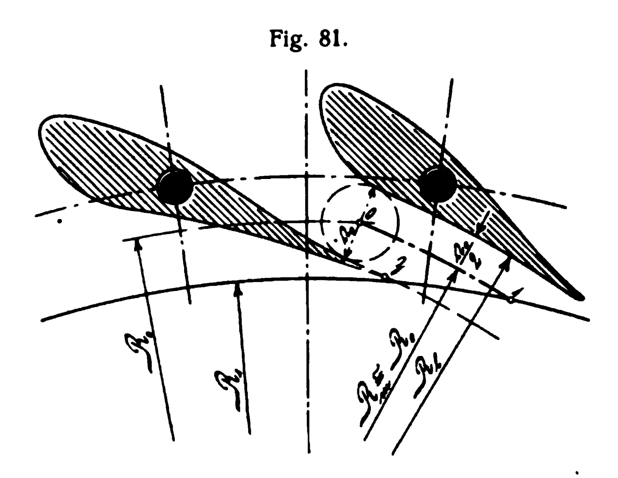
mittlere Wasserfaden die eben untersuchte, natürliche Bahn beschreibt, zu welchem Zwecke die Rückfläche der vorhergehenden Leitschaufel nach einem Radius:

$$R_l = R_m + \frac{a_0}{2} = R_0 + \frac{a_0}{2}$$

zu höhlen ist. (Siehe Fig. 81.)

Es fragt sich nun, ob das, wie im vorliegenden Falle (Fig. 81) für die volle Beaufschlagung gefundene R_l auch

Fig. 81.



für alle anderen Beaufschlagungen geeignet erscheint. Zu diesem Zweck wollen wir uns die, den in Frage kommenden Beaufschlagungsgrenzen zugehörigen R_l verschaffen und vergleichend gegenüberstellen. Diese Grenzen sind einerseits die volle Beaufschlagung und andererseits die Beaufschlagung 0, und es ist wohl ohne Weiteres einleuchtend, daß, wenn schon überhaupt verschiedenen Beaufschlagungen zugehörige R_l verschieden sein sollten, diese Verschiedenheit für die genannten extremen Beaufschlagungen $\lambda = 1/1$ und $\lambda = 0$ einen Größtwert erreichen muß.

In Fig. 82 sind die R_l für $\lambda = 1/1$ und $\lambda = 0$ Vorstehendem gemäß eingezeichnet und wir erkennen, daß sich dieselben nur um den verhältnismäßig geringen Betrag:

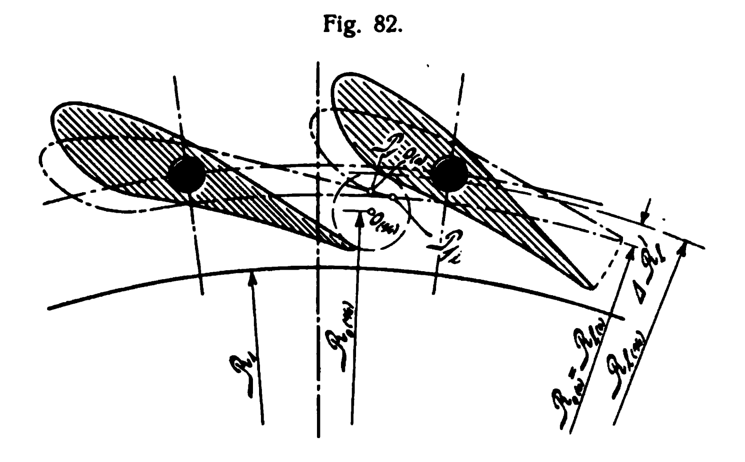
$$\Delta R_l = R_{l\,(1/1)} - R_{l\,(0)}$$

von einander unterscheiden, sodaß das eine oder andere $R_{l\,(\lambda)}$ mit genügender Genauigkeit für die Höhlung der Schaufelrückflächen verwendet werden könnte. Hierbei setzen wir bezüglich des $R_{l\,(0)}$ voraus, daß die für den Leitradaustritt in Frage kommende Leitschaufelstärke $s_0 = 0$ sei, (Siehe Fig. 82) welcher ideale Fall sehr im Interesse guter Wasserführung gelegen wäre, jedoch aus praktischen Rücksichten gar nicht oder nur in Ausnahmefällen zur Ausführung kommt. Gegen die Ausführung eines $s_0 = 0$ sprechen einerseits die großen Herstellungskosten solcher schlank zugeschärften Leitschaufelenden und andererseits deren leichte Zerbrechlichkeit. Man begnügt sich deshalb in der Praxis mit einer Schaufel, bei welcher zur idealen Schaufel das in Fig. 82 durch Schraffur hervorgehobene Dreieckchen zwischen dem praktischen Schlußpunkt P_f und dem idealen Schlußpunkt P_{fi} fehlt, und wobei die Schaufelstärke s_0 am Ende, jeweils der Größe einer Turbine entsprechend, ca. $2 \div 8$ m/m beträgt.

Aus Fig. 82 sehen wir weiter, daß bei einer Höhlung der Leitschaufelrücken nach $R_{l\,(0)}$ die Letzteren bei geschlossenen Leitschaufeln einen Kreis vom Durchmesser $2 R_{l\,(0)}$ einhüllen, welcher Umstand eine vorzügliche Grundlage für rationelles Entwerfen des Leitapparates und insbesondere der Leitschaufelform bildet, wie wir an Hand von Fig. 83 gleich erkennen werden.

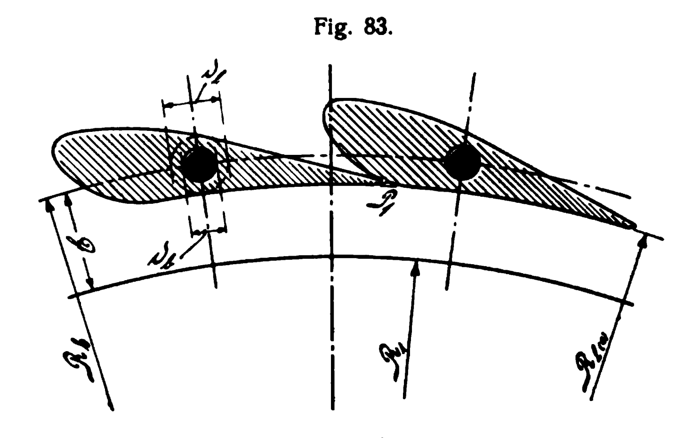
Sobald nämlich die Leitschaufelzahl z_0 festgelegt ist und das von dieser, dem Winkel $\alpha_{1(1/1)}$ und der Schau-

Fig. 82.



felspaltweite $\mathfrak{S}_f$ abhängige Maß $\mathfrak{E}$, d. i. die Differenz: Drehbolzenkreisradius R_b minus Laufradradius R_1, entweder schätzungsweise, oder auf Grund vorliegender ähnlicher Konstruktionen festgelegt ist, bedarf es lediglich noch der Bestimmung des Bolzendurchmessers d_b und der Stärke d_l der Leitschaufeln, um den von den Letzteren im Schlußzustand eingehüllten Kreis vom Radius $R_{l\,(0)}$ schlagen zu können. (Siehe Fig. 83.) Ist dann noch die Lage des

Fig. 83.



Schlußpunktes P_f zweier Schaufeln zwischen deren Drehbolzen bestimmt, so läßt sich die Schaufelform in einfachster Weise vollends ergänzen. Auf die Wahl des Schlußpunktes und die Vervollständigung der Leitschaufel kommen wir in Heft II noch zurück.

Wir wollen also das kleinere $R_{l\,(0)}$ ein für allemal als Höhlungsradius des Leitschaufelrückens beibehalten.

---

§ 15.

Verallgemeinerung und Erweiterung der seitherigen Ergebnisse.

In den Paragraphen 4 und 6 entwickelten wir die allgemeine Grundgleichung der Turbinentheorie:

$$w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 + u_1^2 - u_2^2 = c_e^2,$$

aus welcher sodann in § 8 durch Einführung der Beziehung: $2u_1 \cdot x - u_1^2 = w_1^2 - v_1^2$ die Charakteristik:

$$2u_1 \cdot x + v_2^2 = c_e^2 + u_2^2$$

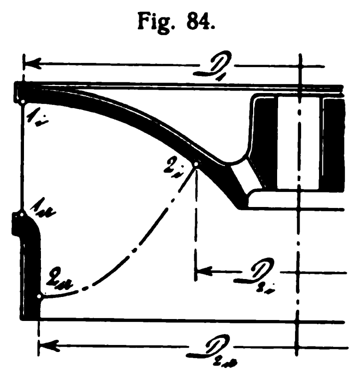
resultierte. In derselben waren für bekanntes u_1 und ein bestimmtes Verhältnis $\frac{D_2}{D_1}$ außer x und v_2 alle Größen gegeben, indem einerseits für jede Turbinenberechnung ein durch die Erfahrung gegebener Durchflußkoeffizient φ und damit $c_e^2 = \varphi \cdot 2g$ gewählt werden muß und andererseits $u_2 = u_1 \cdot \frac{D_2}{D_1}$ bestimmt ist.

Bisher haben wir nun stets vorausgesetzt, daß nicht nur der geometrische Ort aller Eintrittspunkte 1, sondern auch derjenige aller Austrittspunkte 2 eine zur Turbinenachse konzentrische Zylinderfläche sei, aus welchem Grunde es genügte, die Berechnung der Geschwindigkeiten für einen mittleren Wasserweg $1 \div 2$ (Siehe Fig. 38 und 39) durchzuführen, weil für eine derartige Turbine infolge des konstanten Durchmesserverhältnisses $\frac{D_2}{D_1}$ die Geschwindigkeitsgrößen über die ganze Turbinenbreite dieselben sein müssen. Es kann also in diesem Falle von einer Turbine mit homogenen (gleichartigen) Durchflußverhältnissen hinsichtlich der Turbinenbreite gesprochen werden. Nehmen wir dann für eine solche Turbine mit gegebenem u_1 und $\frac{D_2}{D_1}$ noch die Radialkomponente y und die relative Austrittsgeschwindigkeit v_2 für eine bestimmte Beaufschlagung an, so ist nach § 8 Seite 21 die Eintrittsparabel festgelegt.

Nun ist aber die Voraussetzung der Zylinderfläche als geometrischer Ort des Wasseraustrittes aus dem Laufrad an verhältnismäßig kleine Turbinenbreiten gebunden. Bei gegebenem Laufraddurchmesser und größerer zu verarbeitender Wassermenge (welche natürlich größere Laufradbreite b_1 verlangt) ist es dann nicht nur die Rücksicht auf natürliche, ungezwungene Überleitung des Wassers aus der radialen Richtung des Laufradeintrittes in die achsiale des Saugrohres, sondern viel mehr noch ist es die Beschaffung einer, ebenfalls durch die größere Wassermenge bedingten, größeren Austrittsfläche am Laufrade, welche zur Abweichung von der rechnerisch wie konstruktiv gleich bequemen zylindrischen Laufradaustrittsfläche nötigt.

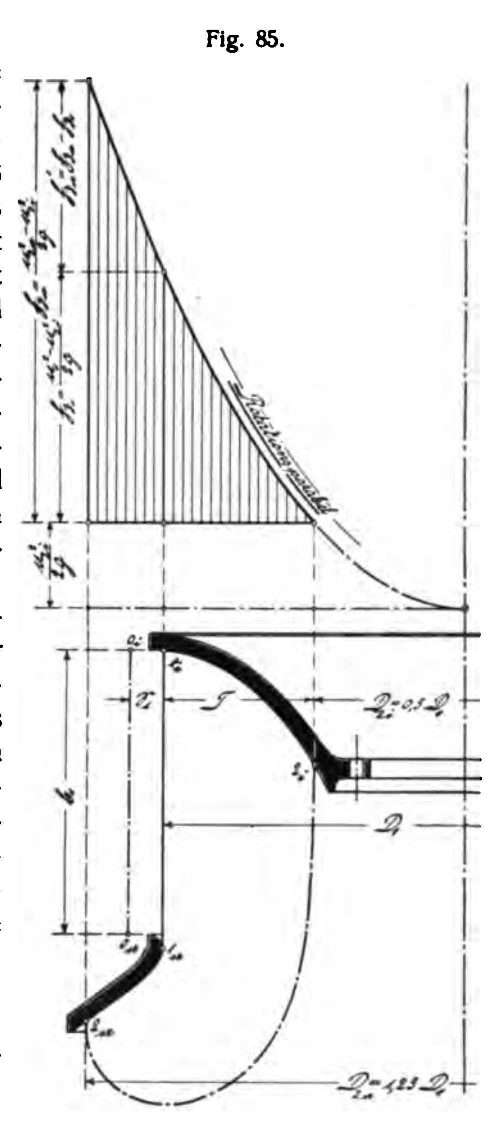
Dieser Erwägung zufolge ist leicht einzusehen, daß unter solchen Umständen nur übrig bleibt, die untere Profilbegrenzung $1_a \div 2_a$ am Austritt in Richtung des Wasserdurchflusses auszuweiten, bis sie aus der radialen Richtung mehr und mehr in die achsiale übergegangen sein wird. Dabei wird alsdann die seither gerade, achsiale Austrittslinie b_2 naturgemäß in eine Kurve übergehen, welche nach Fig. 84 vom obersten, innersten Austrittspunkte $2_i'$ in stetiger Krümmung nach dem untersten, äußersten Austrittspunkte 2_a verläuft. Auf diese Weise hat man sich das Laufradprofil Fig. 84 aus der Forderung immer größerer Schluckfähigkeit eines Laufrades bei gleichbleibendem Durchmesser D_1 entstanden zu denken und es stellt mit seiner achsialen äußeren Profilbegrenzung $1_a \div 2_a$ den im modernen Turbinenbau als „Normaltypus" der Francis-Turbine geltenden Laufradtypus dar. (Siehe auch Seite 65 und 66.)

Fig. 84.



Man ist jedoch in der Forderung größerer Schluckfähigkeit für gleichbleibendes D_1 bei diesem Typus nicht stehen geblieben, und es sind in dieser Hinsicht die Amerikaner, welche frühzeitig erkannt haben, daß die Grenze des Möglichen damit noch lange nicht erreicht ist, und daß zur Verarbeitung immer größerer Wassermengen bei gleichbleibendem D_1 und größerwerdendem b_1 die äußere Laufradbegrenzung nach unten zu immer noch mehr ausgeweitet werden kann. Es stellt Fig. 85 einen derartigen, sogenannten „amerikanischen Typus" der Francis-Turbine dar. Die Natur der Schaufel- bezw. Kanalformgebung solcher erweiterter Laufräder weist nun auf die Verwendung hoher und höchster Umfangsgeschwindigkeiten hin, wie wir in diesem und dem folgenden Paragraphen noch sehen werden, und so hat sich vielfach auch die Bezeichnung „Schnellläufer" für amerikanische Laufradtypen

Fig. 85.



eingebürgert, womit zum Ausdruck gebracht werden soll, daß eine gegebene Wassermenge durch solche mit relativ höchster Drehzahl verarbeitet werden kann. Der amerikanische Typus der Francis-Turbine ist also in erster Linie ein „Vielschlucker", während das eigentliche Merkmal des „Schnelllaufens", die hohe Umfangsgeschwindigkeit, mehr oder weniger eine Konsequenz der durch seine hohe Schluckfähigkeit bedingten Laufradkanalform ist.

Es ist nun leicht einzusehen, daß unsere bisherigen Ergebnisse nicht ohne Weiteres auf Turbinen angewendet werden können, deren Laufradaustrittsfläche keine Zylinderfläche mehr ist und unsere Aufgabe im Folgenden muß daher darin bestehen, das seither Gefundene zu verallgemeinern und zur Anwendung auch auf normale Francis-Typen wie Fig. 84 und ebensolche amerikanische wie Fig. 85 brauchbar zu machen. Der amerikanische Typus stellt in dieser Hinsicht natürlich den allgemeinsten und somit das größere Interesse beanspruchenden Fall dar, weshalb derselbe den folgenden Betrachtungen zu Grunde gelegt werden soll. Nach Verallgemeinerung unserer Theorie unter Zugrundelegung dieses schwierigeren Falles wird es alsdann ein Leichtes sein, dieselbe auch auf einfachere Laufradtypen wie Fig. 84 anzuwenden.

Bei Betrachtung der Fig. 85 fragen wir uns in erster Linie, in welcher Weise sich hier der Einfluß der Zentrifugalkraft geltend machen wird. Zur Beantwortung dieser Frage denken wir uns über der Turbine wieder das zu dieser konzentrische, infolge der konstanten Drehzahl sich einstellende Rotationsparaboloid. Es ist nun klar, daß zur Bestimmung des für unsere Betrachtungen in Frage kommenden Teiles desselben derjenige Punkt der Austrittskurve $2_i \div 2_a$ maßgebend sein muß, welcher der Turbinenachse am nächsten liegt und dies ist der Punkt 2_i. Durch denselben ist also der, unsere Betrachtungen beeinflussende, in Fig. 85 durch senkrechte Schraffur hervorgehobene Teil des Paraboloides bestimmt, und es entwickelt sich analog unseren diesbezüglichen Betrachtungen in § 6 (Siehe auch Fig. 26) die dem Durchfluß des Wassers durch das Laufrad entgegenwirkende Pressung $\mathfrak{h}_z$, vom Punkte 2_i ausgehend und dem Gesetze der Parabel folgend. Diese Pressung erreicht auf dem Durchmesser D_1 den Wert:

$$\mathfrak{h}_{z1} = \frac{u_1^2 - u_{2i}^2}{2g}$$

und nimmt nach außen hin weiter zu, bis sie auf dem Durchmesser D_{2a} den Wert:

$$\mathfrak{h}_{za} = \frac{u_{2a}^2 - u_{2i}^2}{2g}$$

erreicht. (Siehe Fig. 85.)

Es ist nun leicht einzusehen, daß allgemein die durch Zentrifugalkraft wachgerufene Pressung in zur Turbinenachse konzentrischen Zylinderflächen konstant sein muß, entsprechend der in § 6 gefundenen Gleichung der Rotationsparabel: $r^2 = 2\mathfrak{p} \cdot h$

oder auch, indem die Druckhöhe h = der Pressung $\mathfrak{h}$ ist:

$$r^2 = 2\mathfrak{p} \cdot \mathfrak{h}.$$

Danach muß geometrischer Ort einer durch Zentrifugalkraft hervorgerufenen konstanten Pressung $\mathfrak{h}$ der Kreiszylinder vom Durchmesser 2r sein. Wir haben somit beispielsweise in der, den Spalt unserer Turbine bildenden Zylinderfläche vom Durchmesser D_1 und der Höhe b_1 überall dieselbe konstante, von der Zentrifugalkraft herrührende Pressung: $\mathfrak{h}_{z1} = \frac{u_1^2 - u_{2i}^2}{2g}$, welche dem in das Laufrad eintretenden Wasser entgegenwirkt.

Die lichte Weite a_0 zwischen je zwei benachbarten Leitschaufeln, und ebenso die effektive Geschwindigkeitshöhe $\frac{c_e^2}{2g}$ sind aber ebenfalls über die ganze Breite b_0 ($b_0 \cong b_1$) konstant*) und es darf uns bezüglich der Letzteren nicht irre führen, daß Punkt 1_a um die Höhe b_1 tiefer unter dem Oberwasserspiegel liegt als Punkt 1_i. Denn um denselben Betrag b_1 ist ja für Punkt 1_a auch die Entfernung bis zum Unterwasserspiegel und damit das Sauggefälle (sofern die Turbine nicht ins Unterwasser taucht, sondern mit einem Saugrohr arbeitet, was meist der Fall sein wird) geringer als für den Punkt 1_i, wonach also tatsächlich die effektive Geschwindigkeitshöhe $\frac{c_e^2}{2g}$ für beide Punkte gleich groß sein muß. Nachdem wir somit erkannt haben, daß der durch die Zentrifugalkraft im Spalt wachgerufene Einfluß konstante Größe besitzt und außerdem a_0 und c_e ebenfalls für die ganze Spaltbreite konstante Werte darstellen, so ist klar, daß auch die Geschwindigkeit w_0 bezw. w_1 und damit $\mathfrak{h}_1$ unveränderlich ist. Daraus folgt aber, daß auch der wirksame Spaltdruck $\mathfrak{h}'_1 = \mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_{z1}$ konstant sein muß, wonach bei gegebenem λ für sämtliche zwischen den Punkten 1_i und 1_a in das Laufrad eintretenden Wasserteilchen im Spalt nur dieselbe konstante Pressung $\mathfrak{h}'_1$ zur Beschleunigung von v_1 auf v_2 zur Verfügung steht.

Es sind also ganz allgemein die Geschwindigkeits- und Pressungsverhältnisse im Spalt der Francis-Turbine in jedem Falle konstant (Siehe auch Fußnote Seite 79) und in Anbetracht der prismatischen Form der Leitschaufeln bezw. Leitradkanäle können wir mithin von, hinsichtlich der Leitradbreite b_0 homogenen Geschwindigkeits- und Pressungsverhältnissen im Leitapparat der Francis-Turbine sprechen. Die Eintrittsdreiecke müssen also über die ganze Eintrittsbreite kongruent sein und damit ergibt sich natürlich auch das Charakteristikum x für eine bestimmte Beaufschlagung als konstante Größe. Schreiben wir nun z. B. für die Wasserwege $1_i \div 2_i$ und $1_a \div 2_a$ jeweils die Charakteristik für ein und dieselbe Beaufschlagung an, so ist:

---

*) Wir haben bereits in der Fußnote auf Seite 20 linke Spalte gesehen, daß der Durchflußkoeffizient φ in der Beziehung $c_e^2 = \varphi \cdot 2g$ für alle, praktisch in Frage kommenden Beaufschlagungen als konstant angenommen werden darf. Es muß dem hier beigefügt werden, daß es nicht möglich ist, den Koeffizienten φ für jeden einzelnen Wasserweg (welche Wasserwege nach Fig. 85 unter sich recht verschieden ausfallen können) getrennt zu bestimmen, daß wir aber praktisch mit völlig ausreichender Genauigkeit einen, durch Bremsversuche bestimmbaren, durchschnittlichen Wert von φ als konstant und für jeden Wasserweg Geltung habend in die Rechnung einführen dürfen.

a.) $2u_1 \cdot x_{(\lambda)} + v^2_{2a(\lambda)} = c_e^2 + u^2_{2a}$

b.) $2u_1 \cdot x_{(\lambda)} + v^2_{2i(\lambda)} = c_e^2 + u^2_{2i}$.

Gleichung b von a abgezogen, wobei sich die konstanten Glieder $2u_1 \cdot x_{(\lambda)}$ und c_e^2 heben, gibt:

$$v^2_{2a(\lambda)} - v^2_{2i(\lambda)} = u^2_{2a} - u^2_{2i} = \text{konst.} \quad \ldots\ldots \quad 11.)$$

Es zeigt sich also, daß die Differenz der Quadrate der relativen Austrittsgeschwindigkeiten zweier beliebiger Punkte am Laufradaustritt gleich der Differenz der Quadrate der zugehörigen Umfangsgeschwindigkeiten und, indem die Letzteren konstante Größen darstellen, konstant ist.

Gleichung 11 bildet somit ein Gesetz des Zusammenhanges der relativen Austrittsgeschwindigkeiten am Laufrad für jede Beaufschlagung*) und wenn wir dieselbe schreiben:

$$v^2_{2a(\lambda)} - v^2_{2i(\lambda)} = c^2 = u^2_{2a} - u^2_{2i},$$

so stellt sie zwei rechtwinklige Dreiecke mit der gemeinsamen Kathete c und den Hypotenusen v_{2a} bezw. u_{2a}, sowie den zweiten Katheten v_{2i} bezw. u_{2i} dar. Sind also u_{2a} und u_{2i} bekannt, was für gegebenes u_1 und Laufradprofil der Fall ist, so wird auch c ohne Weiteres gegeben sein und durch ein angenommenes v_{2a} ist alsdann das Dreieck $c^2 = v^2_{2a} - v^2_{2i}$ und damit auch v_{2i} bestimmt. Um nun aber für jeden beliebigen Punkt der Austrittskurve das zugehörige v_2 zu kennen, wird es notwendig sein, für verschiedene, zwischen D_{2a} und D_{2i} liegende Austrittsdurchmesser die zugehörigen v_2 dem Vorstehenden gemäß zu bestimmen und dieselben nach Durchmessern geordnet graphisch darzustellen.

Fig. 86.

Maßstab: 10 m/m = 0,5 m.

Wir wollen diese Bestimmung von „Kurven der v_2" für das Laufradprofil Fig. 85 und zwar zunächst für volle Beaufschlagung durchführen, wobei ein $u_1 = 2{,}9$ (einem bleibenden Winkel $\beta_1 = 90^0$ entsprechend) zu Grunde gelegt und zwischen D_{2a} und D_{2i} drei weitere Austrittsdurchmesser in gleichen Abstufungen eingelegt werden sollen. Wir erhalten somit im Hinblick auf Fig. 85 und 86 folgende fünf Austrittsdurchmesser:

1.) $D_{2a} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $1{,}25\,D_1$.

2.) $D_{2i} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $0{,}5\,D_1$.

3.) $D_{2'''} = 1{,}25 \cdot D_1 - \frac{1}{4} \cdot (D_{2a} - D_{2i}) = 1{,}25 \cdot D_1 - \frac{1}{4} \cdot 0{,}75 \cdot D_1$
$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $1{,}062\,D_1$.

4.) $D_{2''} = 1{,}25 \cdot D_1 - \frac{1}{2} \cdot (D_{2a} - D_{2i}) = 1{,}25 \cdot D_1 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}75 \cdot D_1$
$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $0{,}875\,D_1$.

5.) $D_{2'} = 1{,}25 \cdot D_1 - \frac{3}{4} \cdot (D_{2a} - D_{2i}) = 1{,}25 \cdot D_1 - \frac{3}{4} \cdot 0{,}75 \cdot D_1$
$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $0{,}6875\,D_1$.

Es ist nun allgemein:

$$u_2 = u_1 \cdot \frac{D_2}{D_1}$$

und nachdem in unserem Falle D_2 jeweils in Bruchteilen von D_1 ausgedrückt ist, so hebt sich in vorstehender Gleichung D_1 gegen D_1 und dieselbe geht über in:

$$u_2 = u_1 \cdot k.$$

Die verschiedenen Koeffizienten k haben wir vorstehend bereits bestimmt und es ergibt sich:

---

*) Wir haben eben gesehen, daß für sämtliche zwischen den Punkten 1_i und 1_a in das Laufrad eintretenden Wasserteilchen im Spalt bei einer bestimmten Beaufschlagung eine bestimmte, konstante Pressung $\mathfrak{h}_1'$ zur Beschleunigung von v_1 auf v_2 zur Verfügung steht. Infolge der kongruenten Eintrittsdreiecke ist aber auch v_1 für eine bestimmte Beaufschlagung konstant und wenn wir somit sehen, daß, trotz des konstanten $\mathfrak{h}_1'$ und v_1 im Spalt, die Austrittsgeschwindigkeiten v_2 nach Maßgabe der Beziehung: $v^2_{2a(\lambda)} - v^2_{2i(\lambda)} = u^2_{2a} - u^2_{2i}$ verschieden sind, so ist diese Verschiedenheit eben lediglich eine Folge der verschiedenen Umfangsgeschwindigkeiten u_{2a} und u_{2i} am Laufradaustritt. Es wird z. B. mit Bezug auf Fig. 85 für den Wasserweg $1_a \div 2_a$:

$$v^2_{2a} - v_1^2 = 2g \cdot (\mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_{\delta 1} + \mathfrak{h}_{\delta a}) = 2g \cdot (\mathfrak{h}_1 + \mathfrak{h}'_{\delta a})$$

oder auch $\quad = 2g \cdot (\mathfrak{h}_1' + \mathfrak{h}_{\delta a})$

und: $\quad v^2_{2a} = v_1^2 + 2g \cdot (\mathfrak{h}_1' + \mathfrak{h}_{\delta a})$.

Für den Wasserweg $1_i \div 2_i$ dagegen ist:

$$v^2_{2i} - v_1^2 = 2g \cdot (\mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_{\delta 1} + \mathfrak{h}_{\delta i}).$$

$\mathfrak{h}_{\delta i}$ ist aber gleich 0, also:

$$v^2_{2i} - v_1^2 = 2g \cdot (\mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_{\delta 1}) = 2g \cdot \mathfrak{h}_1' \text{ oder: } v^2_{2i} = v_1^2 + 2g \cdot \mathfrak{h}_1'.$$

Für den auf dem Durchmesser D_1 liegenden Austrittspunkt 2_{D_1} schließlich wird:

$$v^2_{2D_1} - v_1^2 = 2g \cdot (\mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_{\delta 1} + \mathfrak{h}_{\delta 1}) = 2g \cdot \mathfrak{h}_1$$

oder: $\quad v_2{}^2_{D_1} = v_1^2 + 2g \cdot \mathfrak{h}_1$,

welcher Fall der Achsialturbine $\left(\frac{D_2}{D_1} = 1\right)$ entspricht, wie vorauszusehen war.

Infolge der verschiedenen u_2 werden wir dann auch verschiedene c_e' erhalten, gemäß der Beziehung $c_e'^2 = c_e^2 - (u_1^2 - u_2^2)$ und es wird jeweils für eine bestimmte Beaufschlagung sein:

$$w_1^2 - v_1^2 = c_e'^2 - v_2^2 = \text{konst.},$$

worin w_1 und v_1 konstant, c_e' und v_2 dagegen für verschiedene D_2 verschieden sind.

1.) $u_{2a} = 1,25 \cdot 2,9 = 3,625$ m.

2.) $u_{2'''} = 1,062 \cdot 2,9 = 3,08$ m.

3.) $u_{2''} = 0,875 \cdot 2,9 = 2,54$ m.

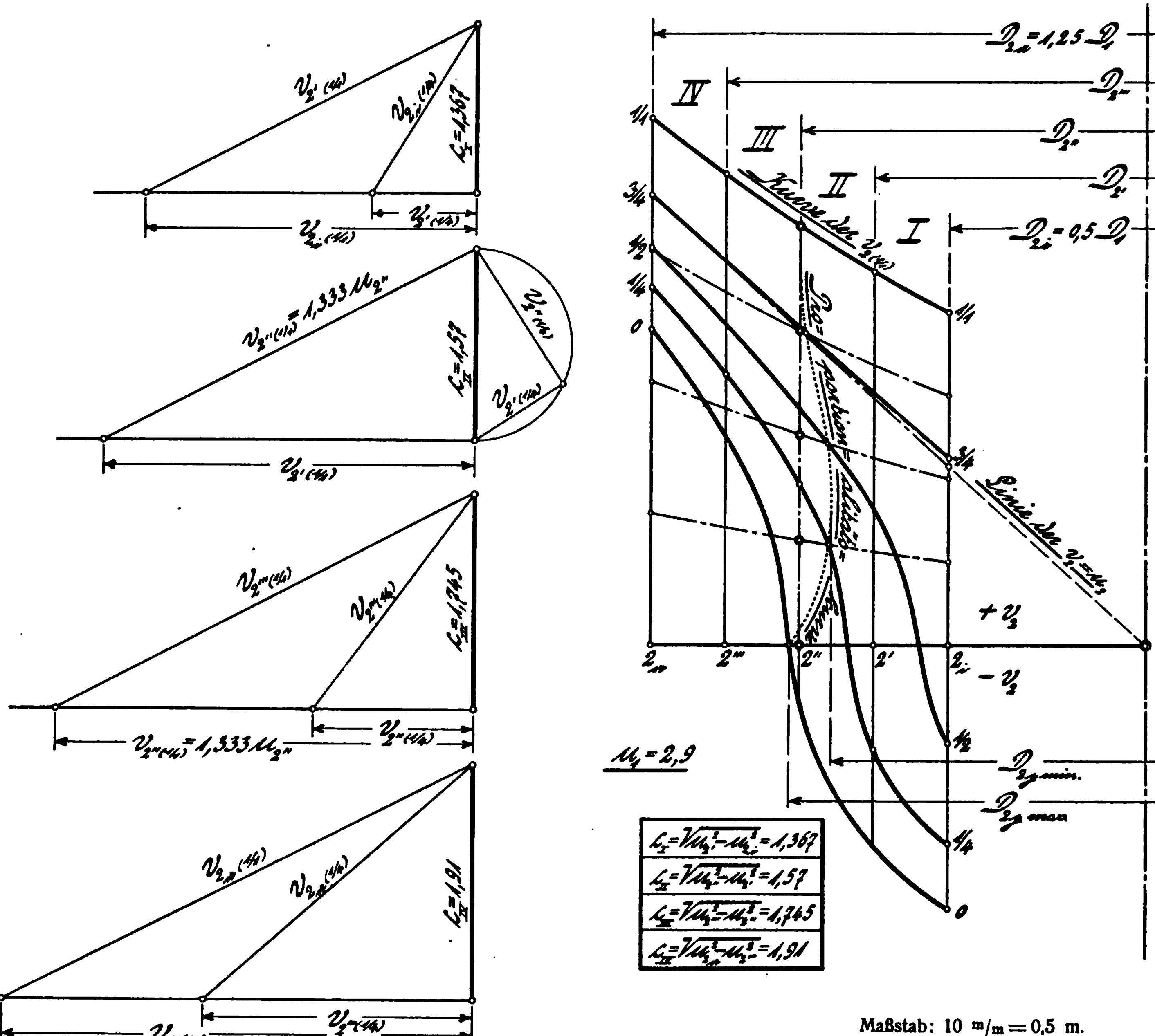
4.) $u_{2'} = 0,6875 \cdot 2,9 = 1,994$ m.

5.) $u_{2i} = 0,5 \cdot 2,9 = 1,45$ m.

Damit bestimmen sich die Konstanten c der vier Abstufungen I, II, III, IV in Fig. 87 zu:

Es wird sich jetzt darum handeln, für einen der fünf Austrittsdurchmesser das zugehörige $v_{2(1/1)}$ festzulegen, worauf für alle vier Stufen I; II; III und IV das zugehörige rechtwinklige Dreieck konstruiert werden kann und wobei immer das in einem Dreieck gefundene $v_{2(1/1)}$ das dritte Stück für die Konstruktion des nächstfolgenden Dreieckes bildet. Wie wir nun später noch sehen werden, nimmt man zweckmäßigerweise immer für den mittleren Durchmesser

Fig. 87.



Maßstab: 10 m/m = 0,5 m.

1.) $c_I = \sqrt{u_{2'}^2 - u_{2i}^2} = 1,367.$

2.) $c_{II} = \sqrt{u_{2''}^2 - u_{2'}^2} = 1,57.$

3.) $c_{III} = \sqrt{u_{2'''}^2 - u_{2''}^2} = 1,745.$

4.) $c_{IV} = \sqrt{u_{2a}^2 - u_{2'''}^2} = 1,91.$

Für den Konstrukteur empfiehlt es sich, die c_I; c_{II} u. s. w. auf graphischem Wege zu bestimmen, was einfacher und bequemer auszuführen ist. Diese graphische Bestimmung der Werte c_I; c_{II} u. s. w. ist in Fig. 86 für unseren vorliegenden Fall durchgeführt.

$D_{2m} = \frac{D_{2a} + D_{2i}}{2}$, in unserem Falle also für $D_{2''}$ das zugehörige $v_{2''(1/1)}$ auf Grund der bereits besprochenen Konstruktionsregel für den Laufradaustritt an, womit für unseren Fall bei $u_1 = 2,9$:

$$v_{2''(1/1)} = 1,333 \cdot u_{2''} = 3,39 \text{ m wird.}$$

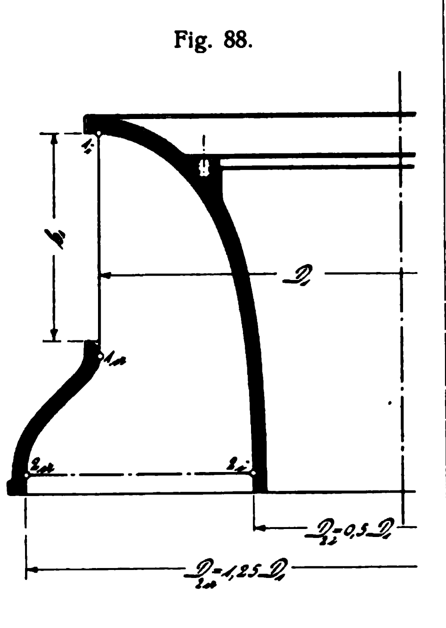
Damit lassen sich nun mittels der mehrfach erwähnten rechtwinkligen Dreiecke die $v_{2(1/1)}$ der vier übrigen Durchmesser D_2 für volle Beaufschlagung konstruieren, wie Fig. 87 zeigt, und wir erhalten durch Ordnung der ge-

fundenen $v_{2(^1/_1)}$ nach Austrittsdurchmessern die „Kurve der $v_{2(^1/_1)}$". Dieselbe zeigt leicht nach unten gekrümmte Gestalt und es nehmen die $v_{2(^1/_1)}$ von außen nach innen verhältnismäßig langsam, d. h. weniger rasch als die Austrittsdurchmesser D_2 ab.

Nachdem jetzt für jedes beliebige D_2 des Laufradprofiles (Fig. 85) das zugehörige $v_{2(^1/_1)}$ vorliegt, kann dasselbe mit dem zugehörigen u_2 und dem betreffenden, meist über die ganze Austrittsbreite konstant angenommenen $w_{n(^1/_1)}$ zum Austrittsdreieck des in Betracht gezogenen Punktes für $\lambda = {}^1/_1$ zusammengestellt werden, womit die Grundlage für Berechnung und Entwurf des Schaufelschnittes gegeben ist.

Wir wollen nun annehmen, es liege in unserem Falle der Schaufelschnitt des Laufrades bereits fertig vor und es besitze das Laufrad über die ganze Austrittsbreite konstante lichte Weite, d. h. also, es sei $a_2 = t_2 \cdot \sin \beta_2 - s_2 =$ konst. (Siehe auch Fig. 74.) Um unsere Betrachtungen ersprießlicher zu gestalten, machen wir noch bezüglich des Laufradprofiles eine vereinfachende Annahme. Das Radprofil Fig. 85 mit seiner Austrittskurve $2_i \div 2_a$ läßt das Wasser teils mehr oder weniger radial nach innen, teils achsial und teils weniger oder mehr radial nach außen austreten. Wenn wir für dasselbe die $v_{2(\lambda)}$ Kurven für verschiedene, ganz bestimmte Beaufschlagungen bestimmen wollten, so wäre dies nur an Hand des Schaufelschnittes und unter Aufwand eines sehr umfangreichen, zeichnerischen und rechnerischen Apparates möglich. Aus diesem Grunde ersetzen wir für die folgenden Betrachtungen das Profil Fig. 85 durch das Profil Fig. 88, welches gleiches D_1, D_{2i} und D_{2a} wie Fig. 85 besitzt, bei dem jedoch die Austrittskurve $2_i \div 2_a$ eine zur Turbinenachse senkrechte Gerade ist, die Austrittsfläche also in einer zur Turbinenachse senkrechten Ebene liegt. Diese Austrittsfläche des Profiles Fig. 88 ist natürlich (wie leicht einzusehen) kleiner als die des Profiles Fig. 85, aus welchem Grunde Ersteres weniger Wasser verarbeiten wird als Letzteres und deshalb auch jenes ein kleineres b_1 besitzt als dieses.

Fig. 88.



Wir werden in Heft II bei der Nachrechnung eines Schaufelschnittes finden, daß die im Folgenden unter Zugrundelegung des, einen Sonderfall darstellenden, „reinen Laufrad-Profiles" Fig. 88 gewonnenen Ergebnisse eine überraschend gute, praktisch vollkommen genügende Übereinstimmung mit den dort sehr mühsam an Hand des Schaufelschnittes errechneten Verhältnissen bei verschiedenen Beaufschlagungen zeigen, so daß diese Ergebnisse des vorliegenden Paragraphen nicht nur für Laufradprofile nach Art der Fig. 88 Geltung haben, sondern auch auf alle möglichen Laufradprofile ausgedehnt und angewendet werden dürfen. Hierbei ist nur für Profile mit teilweise stark radialem Austritt nach innen oder außen, bezw. nach innen und außen, wie in Fig. 85, eine einfache Richtigstellung nötig, worüber Näheres in Heft II folgt. (Siehe auch „§ 18. Nachträge".)

Wir berechnen jetzt die von einem Laufradkanal der Turbine Fig. 88 verarbeitete Wassermenge: $q_{(^1/_1)} = \frac{Q_{(^1/_1)}}{z_2}$, zu welchem Zwecke wir uns Erstere in eine Anzahl schmaler Teilturbinen so zerlegt denken, daß mit genügender Annäherung u_2 und v_2 als konstant angesehen werden dürfen. Die Austrittsbreite einer solchen Teilturbine sei Δb_2, womit die pro Laufradkanal von ihr verarbeitete Wassermenge sich bestimmt zu:

$$\Delta q_{(^1/_1)} = a_2 \cdot \Delta b_2 \cdot v_{2(^1/_1)}$$

und die pro Laufradkanal von der Gesamtturbine verarbeitete Wassermenge muß alsdann sein:

$$q_{(^1/_1)} = \Sigma\, a_2 \cdot \Delta b_2 \cdot v_{2(^1/_1)}.$$

Die die Gesamtheit aller, nach D_2 geordneten $v_{2(^1/_1)}$ darstellende trapezähnliche Fläche: $2_i \div 2_a \div {}^1/_1 \div {}^1/_1 \div 2_i$ in Fig. 87 ist nun aber nichts anderes, als die Summe aller Produkte $\Delta b_2 \cdot v_{2(^1/_1)}$ und wenn wir somit in vorstehender Gleichung den konstanten Faktor a_2 vor das Summenzeichen setzen, so erhalten wir:

$$q_{(^1/_1)} = a_2 \cdot \Sigma\, \Delta\, b_2 \cdot v_{2(^1/_1)}.$$

Die trapezähnliche Fläche $2_i \div 2_a \div {}^1/_1 \div {}^1/_1 \div 2_i$ muß demnach ein direktes Maß des von einem Laufradkanal der Turbine verarbeiteten $q_{(^1/_1)}$ sein, indem Letzteres nach vorstehender Gleichung durch Multiplikation des Inhaltes $\Sigma \Delta b_2 \cdot v_{2(^1/_1)}$ der Fläche mit dem konstanten Faktor a_2 erhalten wird. Letzterer stellt also eine Art Maßstab dar und wenn es uns gelingen sollte, verschiedene Kurven der v_2 zu konstruieren derart, daß die Fläche $2_i \div 2_a \div {}^1/_1 \div {}^1/_1 \div 2_i$ durch dieselben in Teilflächen zerlegt wird, deren Inhalte zum Inhalt der ganzen Fläche sich verhalten wie ${}^3/_4$; ${}^1/_2$; ${}^1/_4$ und 0 zu 1 sich verhalten, so müssen die Inhalte dieser Teilflächen mit dem konstanten Faktor a_2 multipliziert die Wassermengen $q_{(^3/_4)}$; $q_{(^1/_2)}$; $q_{(^1/_4)}$ und $q_{(0)}$ ergeben und die betreffenden Kurven der v_2 sind somit nichts anderes als die Kurven der $v_{2(^3/_4)}$; $v_{2(^1/_2)}$; $v_{2(^1/_4)}$ und $v_{2(0)}$.*)

*) Wir machten bei dieser Betrachtung die stillschweigende Voraussetzung eines für alle Beaufschlagungen konstanten a_2, bezw. einer konstanten lichten Weite zwischen zwei benachbarten Schaufeln am Laufradaustritt. In Wirklichkeit trifft Ersteres nicht streng zu, indem mit der Beaufschlagung die von den einzelnen Wasserteilchen beim Durchfluß durch das Laufrad beschriebenen Wege und damit die Winkel, unter welchen die Wasserwege die Austrittskurve schneiden, sich ändern. Hierdurch wird aber innerhalb mäßiger Grenzen veränderliches rechnerisches a_2 bedingt, (wobei natürlich die konstante lichte Weite am Austritt zwischen zwei benachbarten Schaufeln dieselbe bleibt) allein es ist diese Veränderlichkeit von a_2 durchschnittlich nur unbedeutend und wenn wir annehmen, daß das $a_2 =$ konst. unserer Betrachtungen für $\lambda = {}^3/_4$ streng zutreffe, was konstantes $w_{n(^3/_4)}$ voraussetzen würde, wie wir auf Seite 74 noch sehen

Auf Grund dieser Erwägung sind in Fig. 87 die Kurven der v_2 für $\lambda = {}^3/_4$; ${}^1/_2$; ${}^1/_4$ und 0 bestimmt worden, wobei immer ein vorläufig passend scheinender Wert von $v_{2''(\lambda)}$ angenommen und damit die Bestimmung der übrigen, derselben Beaufschlagung zugehörigen v_2 mit Hilfe der rechtwinkligen Dreiecke links in Fig. 87 auf bekannte Weise durchgeführt wurde.*)

Wenn dann durch eine so erhaltene $v_{2(\lambda)}$Kurve die eben besprochene Teilungsbedingung der, die Wassermenge $q_{({}^1/_1)}$ vorstellenden Fläche $2_i \div 2_a \div {}^1/_1 \div {}^1/_1 \div 2_i$ nicht erfüllt wurde, so mußte das $v_{2''(\lambda)}$ solange entsprechend geändert und damit die Konstruktion der $v_{2(\lambda)}$Kurve aufs Neue vorgenommen werden, bis Letztere der Teilungsbedingung entsprach. Es beträgt somit in Fig. 87 jeweils der Inhalt eines durch zwei benachbarte Kurven der $v_{2(\lambda)}$ gebildeten Flächenstreifens ${}^1/_4$ der trapezähnlichen Fläche $2_i \div 2_a \div {}^1/_1 \div {}^1/_1 \div 2_i$ und es gestaltet sich der Verlauf der $v_{2(\lambda)}$Kurven mit abnehmender Beaufschlagung immer mehr abweichend vom Verlauf der $v_{2({}^1/_1)}$Kurve.

Die Kurve der $v_{2({}^3/_4)}$ verläuft fast geradlinig und es nehmen die $v_{2({}^3/_4)}$ beinahe proportional mit D_2 ab. Das $v_{2''({}^3/_4)}$ ist entgegen unserer grundlegenden Annahme $v_{2''({}^3/_4)} = u_{2''}$ etwas größer als $u_{2''}$, was seinen Grund in der bereits erwähnten, nach unten gekrümmten Gestalt der durch den Endpunkt von $v_{2''({}^1/_1)} = {}^4/_3 \cdot u_{2''}$ gehenden $v_{2({}^1/_1)}$Kurve hat. Wäre die Kurve der $v_{2({}^1/_1)}$ eine Gerade**), so würde die Kurve der $v_{2({}^3/_4)}$ etwas tiefer liegen und ebenfalls eine Gerade und $v_{2''({}^3/_4)}$ genau gleich $u_{2''}$ sein. Im Übrigen würde hierbei für $\lambda = {}^3/_4$ über die ganze Austrittsbreite vollkommene Proportionalität zwischen v_2 und D_2 herrschen, was auch ohne Weiteres aus der in folgender Form angeschriebenen Gleichung 11 hervorgeht:

$$u_{2a}^2 - v_{2a}^2 = u_{2i}^2 - v_{2i}^2.$$

Besteht in derselben z. B. für Punkt 2_a Gleichheit zwischen v_2 und u_2, so wird die linke Seite der Gleichung gleich Null, es muß also auch die rechte Seite gleich Null und somit auch für Punkt 2_i das $v_2 = u_2$ sein. Allgemein trifft also für alle Austrittspunkte der Fall $v_2 = u_2$ gleichzeitig ein, so daß die der betreffenden Beaufschlagung zugehörige Kurve der v_2 eine nach dem Ursprung verlaufende Gerade sein muß, welche in Fig. 87 strichpunktiert eingezeichnet ist und durch den Endpunkt des $v_{2''} = u_{2''}$ geht. Wir nennen diese Gerade „Linie der $v_2 = u_2$".

Die für halbe Beaufschlagung gefundene Kurve der $v_{2({}^1/_2)}$ fällt zunächst ähnlich der für $\lambda = {}^1/_1$ und $\lambda = {}^3/_4$ gefundenen nur langsam, dann aber immer rascher von außen nach innen ab und zwischen 2′ und 2_i wird $v_{2({}^1/_2)}$ gleich Null, um weiter gegen 2_i zu negative Werte anzunehmen. Es werden demnach bei halber Beaufschlagung die inneren Partien der Stufe I kein Wasser mehr verarbeiten, die relative Austrittsgeschwindigkeit wird vielmehr negativ und es muß somit an diesen Partien der Stufe I bereits verarbeitetes Wasser aus dem Saugrohr wieder in das Laufrad eintreten, um an anderen, mehr nach außen gelegenen Stellen des Laufradaustrittes neben dem aus dem Leitapparat kommenden Betriebswasser wieder mit auszutreten. Es stellt sich also mit abnehmender Beaufschlagung eine Art „pumpende Wirkung" des Laufrades ein, zu deren Betätigung dem Arbeitsvermögen des Laufrades zu entnehmende Energie aufgewendet werden muß. Denn um das Wasser aus dem Saugrohr wieder in das Laufrad eintreten zu lassen, ist zunächst ein Energieaufwand zur Bildung der betreffenden Eintrittsgeschwindigkeit notwendig, welcher durch Stöße und Wirbel im Inneren des Laufrades zu einem großen Teile vernichtet wird und somit teilweise verloren geht. Das Wasser verläßt alsdann das Laufrad wieder an einer weiter außen gelegenen Stelle des Laufradaustrittes und es ist die absolute Austrittsgeschwindigkeit des Wassers, welche natürlich ebenfalls auf Kosten der Nutzarbeit des Laufrades erzeugt wurde, wiederum als Verlust aufzufassen. Dazu kommen noch Übergangsverluste beim Ein- und Austritt, also Durchflußverluste, und es ist, Alles in Allem genommen, die bei abnehmender Beaufschlagung eintretende pumpende Wirkung des Laufrades infolge der hierbei in Frage kommenden, nur vermutungsweise festzustellenden und beinahe regellosen Wasserführung in demselben ziffermäßig genau kaum zu bestimmen. Wir müssen die pumpende Wirkung eben allgemein als schädlich betrachten und nach Möglichkeit zu vermeiden suchen. Bei Berechnung der Nutzeffekte für verschiedene Beaufschlagungen in den Rechnungsbeispielen des § 17 wird auf diese Verhältnisse näher eingegangen und deren rechnerische Verfolgung versucht werden, worauf an dieser Stelle hingewiesen sei.

Der Verlauf der v_2Kurven für $\lambda = {}^1/_4$ und $\lambda = 0$ ergibt sich nach Fig. 87 ähnlich dem für $\lambda = {}^1/_2$, der charakteristische Verlauf der v_2Kurven wird allgemein mit weiter abnehmender Beaufschlagung nur noch markanter, die pumpende Wirkung am Austritt des Laufrades schreitet immer mehr von innen nach außen fort, nimmt also immer

werden, (Siehe auch Seite 60 und 61) so wird seine Veränderlichkeit sowohl nach oben gegen $\lambda = {}^1/_1$ zu, als auch nach unten, gegen die kleineren Beaufschlagungen zu, so unbedeutend sein, daß wir sie ohne Weiteres vernachlässigen dürfen. Auch ein Vergleich der Figuren 89 und 90 zeigt, daß die Winkel, unter welchen die Wasserwege die Austrittskurve bei verschiedenen Beaufschlagungen an bestimmten Stellen schneiden, im einen Falle bei $\lambda = {}^1/_1$ (Fig. 89) durchschnittlich nur wenig verschieden sind von denjenigen im anderen Falle bei $\lambda = {}^1/_4$, (Fig. 90) so daß auch hierdurch die Zulässigkeit unserer Annahme eines für alle Beaufschlagungen konstanten rechnerischen a_2 außer Frage gestellt ist.

Im Übrigen werden diese Verhältnisse insbesondere in Heft II bei den Schaufelschnitten noch eingehende Besprechung und Würdigung erfahren. (Siehe auch Fußnote Seite 78.)

*) In Fig. 87 ist außer für $\lambda = {}^1/_1$ noch für $\lambda = {}^1/_4$ die Konstruktion der v_2Kurve dargestellt, wozu bemerkt werden muß, daß infolge Negativwerdens von $v_{2'({}^1/_4)}$ sich ergibt:

$$v_{2''}^2({}^1/_4) - (-v_{2'}^2({}^1/_4)) = c_{II}^2$$

oder:

$$v_{2''}^2({}^1/_4) + v_{2'}^2({}^1/_4) = c_{II}^2,$$

wonach also jetzt c_{II} Hypotenuse geworden ist und deshalb das rechtwinklige Dreieck im Halbkreis über c_{II} gesucht werden muß, wie Fig. 87 zeigt.

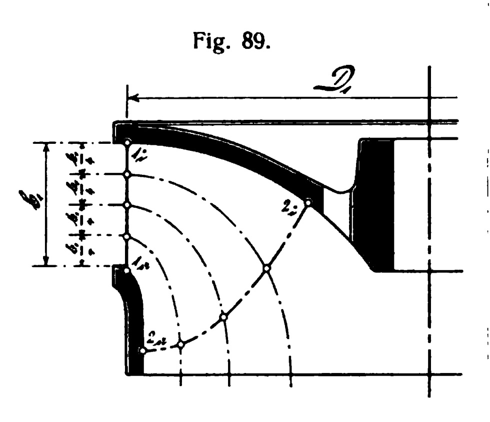
**) Dies ist in Wirklichkeit unmöglich, weil wir $v_{2''({}^1/_1)} = 1{,}333 \cdot u_{2''}$ voraussetzten und weil, wie wir im Folgenden gleich sehen werden, die Kurve der v_2 nur dann eine Gerade sein kann, wenn $v_2 = u_2$ ist, was in unserem Falle ja für $\lambda \cong {}^3/_4$ zutrifft.

mehr überhand, bis schließlich mit der Beaufschlagung 0 die Turbine theoretisch vollständig zur Pumpe geworden und die Fläche der positiven Ordinaten v_2 gleich der Fläche der negativen Ordinaten v_2 geworden ist.

Zur besseren Veranschaulichung der pumpenden Wirkung von Laufrädern ist in Fig. 89 eine Normaltype mit eingezeichneten Wasserwegen für $\lambda = {}^1/_1$ und in Fig. 90 dieselbe Normaltype mit eingezeichneten Wasserwegen für $\lambda = {}^1/_4$ dargestellt, wobei jedesmal die Eintrittsbreite b_1 des Laufrades in 4 gleiche Teile geteilt und die durch diese Teilpunkte bedingten Wasserwege eingezeichnet wurden.

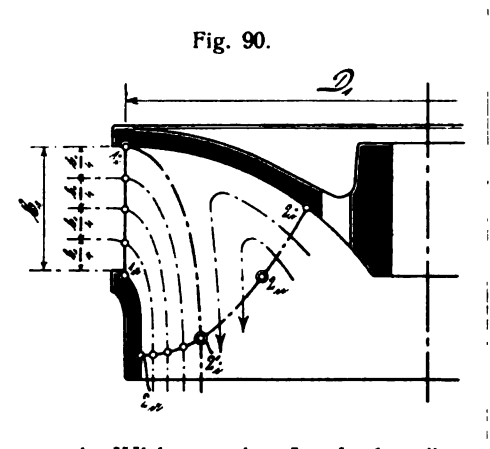
In Fig. 89 wird infolgedessen das Laufradprofil durch die Wasserwege oder Schichtlinien in 4 Teilturbinen oder Schichten zerlegt, von denen jede $^1/_4$ der Gesamtwassermenge $Q_{(1/1)}$ verarbeitet.

Fig. 89.



Ganz anders liegen die Verhältnisse bei $^1/_4$ Beaufschlagung in Fig. 90. Der Zentrifugalkraft folgend strömt die geringe Betriebswassermenge $^1/_4 Q_{(1/1)}$ sofort den äußeren Partien des Laufradaustrittes zu, und es genügt zu deren Verarbeitung die Strecke $2_a \div 2'_i$ der Austrittskurve. Es ergibt sich so der stark strichpunktiert gezeichnete innerste Wasserweg $1_i \div 2_i'$ und natürlich wird auch hier wieder das durch denselben nach außen abgegrenzte Teilprofil des Laufrades durch die übrigen Wasserwege in vier Teilturbinen zerlegt, deren jede $^1/_4$ der Viertelwassermenge, also $^1/_4 Q_{(1/4)} = {}^1/_{16} Q_{(1/1)}$ verarbeitet. Der übrig bleibende, durch die Strecke $2'_i \div 2_n \div 2_i$ der Austrittskurve gegebene, innere Teil des Laufradprofiles ist es nun, welcher für die pumpende Wirkung des Laufrades (im vorliegenden Falle für $\lambda = {}^1/_4$) in Frage kommt. Wir ersehen aus Fig. 90 deutlich, wie an den innersten Partien des Laufradaustrittes wieder Wasser in das Laufrad eintritt, um an weiter außen gelegenen Partien desselben neben dem aus dem Leitapparat kommenden Betriebswasser wieder auszutreten. Der Punkt 2_n oder der „neutrale Austrittspunkt" gehört demjenigen D_2 an, in welchem die Kurve der $v_{2(1/4)}$ die Abszissenachse schneidet, für welches also $v_{2(1/4)} = 0$ ist. Zwischen den Punkten 2_n und 2_i tritt also Wasser in das Laufrad ein, um zwischen 2_n und $2_i'$ wieder aus demselben auszutreten.

Fig. 90.



Die Erklärung der pumpenden Wirkung der Laufräder ist nach folgender Überlegung leicht gegeben. Die Zentrifugalkraft wirkt an den äußeren Partien des Laufradaustrittes so stark, daß bei den kleineren Beaufschlagungen der Turbine die vom Leitapparat dem Laufrad zugeführte Wassermenge sofort nach dem Eintritt in Letzteres diesen äußeren Partien des Austrittes zugepreßt wird. Indem an denselben (mit Bezug auf Fig. 90 auf der Austrittsbreite $2_a \div 2'_i$) der Beziehung $v_{2a}^2 - v_{2i}^2 = u_{2a}^2 - u_{2i}^2$ entsprechend die größeren v_2 auftreten, so erklärt es sich, daß die kleine Austrittsbreite $2_a \div 2'_i$ zur Verarbeitung dieser relativ geringen Wassermenge ausreicht. Gemäß der Beziehung $v_{2a}^2 - v_{2i}^2 = u_{2a}^2 - u_{2i}^2$ treten nun aber auch auf der Strecke $2'_i \div 2_n$ der Austrittskurve positive v_2 auf und die Folge davon ist, daß das, den vom Betriebswasser nicht durchflossenen Innenraum des Laufrades ausfüllende Wasser auf der Strecke $2'_i \div 2_n$ aus dem Laufrade austritt. Die weitere Folge hievon wäre aber, daß dieser Innenraum des Laufrades sich von Wasser entleerte und an dessen Stelle ein luftleerer Raum träte, wenn nicht, abermals der Beziehung $v_{2a}^2 - v_{2i}^2 = u_{2a}^2 - u_{2i}^2$ zufolge, an der innersten Partie des Laufradaustrittes $2_n \div 2_i$ negative v_2 sich einstellten und infolgedessen an dieser Stelle Wasser aus dem Saugrohr wieder in das Laufrad eintreten würde. Die pumpende Wirkung besteht also gewissermaßen in einer Art, durch die Austrittspartie $2'_i \div 2_n$ auf das vom Betriebswasser nicht durchflossene Laufradinnere ausgeübten Saugwirkung, als deren Folge sich im Laufradinneren ein Unterdruck gegenüber dem Saugrohr, also das Wiedereintreten von Wasser aus dem Saugrohr in das Laufradinnere auf der Austrittspartie $2_n \div 2_i$ einstellt.

Bedenken wir nun, daß z. B. eine Turbine mit hohem Sauggefälle bereits einen ziemlich hohen Unterdruck im Saugrohr aufweisen wird, so ist leicht einzusehen, daß die Druckdifferenz zwischen Saugrohr und Laufradinnerem möglicherweise nur sehr gering ausfallen wird, indem im Laufrad höchstens ein Unterdruck gleich dem herrschenden Atmosphärendruck, d. h. der absolute Druck 0 vorhanden sein kann. (Vergleiche Seite 12 Spalte rechts.) Es könnte somit bei hohem Sauggefälle der Fall eintreten, daß zur Erzeugung der, durch das Gesetz $v_{2a}^2 - v_{2i}^2 = u_{2a}^2 - u_{2i}^2 = \text{konst.}$ bedingten negativen v_2 an der inneren Austrittspartie $2_n \div 2_i$ die nötige Druckdifferenz sich nicht bilden kann und dementsprechend die pumpende Wirkung nur unvollkommen sich entwickelt. Inwieweit hierdurch infolge der verkümmerten Pumpwirkung eine Erhöhung des Nutzeffektes eintreten wird ist eine Frage, deren Beantwortung nur auf Grund vergleichender Versuche mit derselben Turbine bei sehr hohem und bei geringerem Sauggefälle möglich ist. Allgemein ergibt sich also, daß die pumpende Wirkung bei einem im luftleeren Raume arbeitenden Laufrade ausgeschlossen ist, ebenso wie auch die Wirkung eines Saugrohres. Eine solche Turbine müßte direkt über dem Unterwasserspiegel angeordnet werden und es würde der durch das Stück $2'_i \div 2_n \div 2_i$ der Austrittskurve gekennzeichnete Innenraum des Laufrades bei kleinen Beaufschlagungen wasserleer bezw. luftleer sein, während das Betriebswasser durch die Zentrifugalkraft gleich nach seinem Eintritt ins

Laufrad abgelenkt und der äußeren Partie $2'_i \div 2_a$ des Austrittes zugepreßt würde nach Maßgabe der Fig. 90.

Aus Fig. 87 ist ohne Weiteres zu ersehen, daß die pumpende Wirkung um so geringer ausfallen muß, je weniger D_{2i} seiner Größe nach von D_{2a} verschieden ist. Aus diesem Grunde strebt man bei Turbinen von großer Schluckfähigkeit (bei welchen sich naturgemäß D_{2a} verhältnismäßig groß ergibt, wie aus Fig. 85 und 88 ersichtlich ist) das D_{2i} ebenfalls möglichst groß an, woraus die verhältnismäßig geringe Tiefe T des Laufradprofiles Fig. 85 sich erklärt. Diese geringe Tiefe des Laufradprofiles liegt außerdem sehr im Interesse einer natürlichen, ungezwungenen Entwicklung der Laufradschaufel bezw. des Laufradkanales, wie wir in Heft II bei den Schaufelschnitten noch sehen werden. Bei dem Bestreben, D_{2i} möglichst groß zu machen, und der damit sich ergebenden geringen Laufradtiefe T darf jedoch nicht außer Acht gelassen werden, daß nach § 12 die Eintrittsverhältnisse verschlechtert werden. Indem aber, wiederum nach § 12, größere Umfangsgeschwindigkeiten bei gleich guten Eintrittsverhältnissen eine geringere Laufradtiefe zulassen, (Siehe Seite 41 und 42) so finden wir die am Anfang dieses Paragraphen aufgestellte Behauptung, daß Turbinen mit großer Schluckfähigkeit auf die Verwendung hoher Umfangsgeschwindigkeiten hinweisen, bestätigt.

Wir haben also erkannt, daß die relative Austrittsgeschwindigkeit v_2 für verschiedene Austrittsdurchmesser D_2 verschiedene Größe besitzt, und daß diese Verschiedenheit mit abnehmender Beaufschlagung immer größer wird. Aus Fig. 87 ersehen wir nun ferner, daß von einer Proportionalität zwischen v_2 und der Beaufschlagung λ, wie wir sie bei der Entwicklung unserer Parabelgleichung aus der Charakteristik auf Seite 19 und 21 voraussetzten, ohne Weiteres kaum die Rede sein kann. Es wäre Proportionalität zwischen v_2 und λ im idealen Sinne vorhanden, wenn die Kurven der v_2 für $\lambda = {}^3/_4$; ${}^1/_2$; ${}^1/_1$ und 0 den in Fig. 87 strichpunktiert eingezeichneten Verlauf nehmen würden. Diese idealen Kurven der v_2 ergeben für jedes beliebige D_2 vollkommene Proportionalität zwischen v_2 und λ, und es besitzt jede ideale v_2 Kurve einen Schnittpunkt mit der, der gleichen Beaufschlagung zugehörigen tatsächlichen Kurve der v_2. Diese Schnittpunkte sind in Fig. 87 durch einen punktierten Linienzug mit einander verbunden und wenn wir uns jetzt die idealen und tatsächlichen v_2 Kurven für alle möglichen, sehr kleinen Abstufungen von λ zwischen $\lambda = {}^1/_1$ und $\lambda = 0$ eingezeichnet denken, so ist klar, daß dieser punktierte Linienzug jeweils dasjenige, einzige D_2 ergibt, auf welchem für die betreffende, sehr kleine Beaufschlagungsstufe Proportionalität zwischen v_2 und λ herrscht. Er ist somit geometrischer Ort der, immer nur für ein bestimmtes D_2 zutreffenden und mit veränderlicher Beaufschlagung von Austrittsdurchmesser zu Austrittsdurchmesser wandernden Proportionalität zwischen v_2 und λ. Wir wollen diesen punktierten Linienzug daher kurzweg „Proportionalitätskurve" und die durch sie bestimmten D_2 „Proportionalitätsdurchmesser" der betreffenden Beaufschlagung nennen und Letztere allgemein mit $D_{2p(\lambda)}$ bezeichnen.

Aus Fig. 87 erhellt, daß von $\lambda = {}^1/_1$ bis $\lambda = {}^3/_4$ der Proportionalitätsdurchmesser nur wenig kleiner wird und mit ziemlicher Annäherung gleich $D_{2''}$ gesetzt werden kann. Von $\lambda = {}^3/_4$ bis $\lambda = {}^1/_2$ nimmt D_{2p} weiter ab, um zwischen $\lambda = {}^1/_2$ und $\lambda = {}^1/_4$ einen Kleinstwert $D_{2p\,min}$ zu erreichen. Von $\lambda = {}^1/_4$ bis $\lambda = 0$ nimmt D_{2p} wieder zu und erreicht mit $\lambda = 0$ einen Größtwert $D_{2p\,max}$, der nur wenig größer ist als $D_{2''}$.

Wir erkennen somit aus Fig. 87, daß die Proportionalitätsdurchmesser für die Beaufschlagungen $\lambda = {}^1/_1$; $\lambda = {}^3/_4$ und $\lambda = 0$ fast gleich $D_{2''}$ und für $\lambda = {}^1/_2$ und $\lambda = {}^1/_4$ nicht sehr viel von $D_{2''}$ verschieden sind, so daß also für $D_{2''}$ mit gewisser Annäherung durchweg Proportionalität zwischen v_2 und λ angenommen werden darf. Damit ist aber neben $v_{2''(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_{2''}$ auch $v_{2''(0)} = 0$ bekannt und es können somit die Werte $x_{(1/1)}$ und $x_{(0)}$ berechnet und mit ihrer Hilfe die Eintrittsparabel in bekannter Weise konstruiert werden. Es wird sich dann freilich fragen, inwieweit diese nur annähernd zutreffende Eintrittsparabel den tatsächlichen Eintrittsverhältnissen entspricht, und zu diesem Zwecke wollen wir an Hand der Fig. 87 und 88 einmal die angenäherte Eintrittsparabel entwerfen und sodann zum Vergleich die genaue Eintrittskurve punktweise ermitteln, wozu die verschiedenen, jeweils zusammengehörigen Werte von u_2 und $v_{2(\lambda)}$ den Fig. 86 und 87 entnommen und zur Berechnung der genauen Werte von $x_{(\lambda)}$ in die Charakteristik eingesetzt werden müssen. Es sei hierbei daran erinnert, daß das Charakteristikum x für eine bestimmte Beaufschlagung über die ganze Eintrittsbreite konstant ist, (Siehe Seite 52 rechts) so daß wir durch Einsetzen eines, beliebigem D_2 zugehörigen Wertepaares u_2 und v_2 stets dasselbe Resultat erhalten müssen. Der Einfachheit halber wählen wir daher $D_{2''}$ und erhalten damit für alle Beaufschlagungen $u_{2''} = 2{,}54$, während das jeweilige $v_{2''(\lambda)}$ der Fig. 87 zu entnehmen ist.

Beispiel. Gegeben seien also: Das Laufradprofil Fig. 88 und die der Fig. 87 zu Grunde gelegten Daten: $u_1 = 2{,}9$ und $v_{2''(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_{2''} = 3{,}39$. Es sei ferner: $\varphi = 0{,}87$ und $y_{(1/1)} = 1{,}18$ und es soll nun einerseits die Eintrittsparabel unter Voraussetzung der Proportionalität zwischen $v_{2''}$ und λ und andererseits die genaue Eintrittskurve unter Einführung der aus Fig. 87 für die verschiedenen Beaufschlagungen für $D_{2''}$ sich ergebenden Werte von $v_{2''(\lambda)}$ und des $u_{2''} = 3{,}39$ in die Charakteristik bestimmt werden.

a.) Bestimmung der angenäherten Eintrittsparabel.

Es ist nach Früherem:

1.) $$x_{(0)} = \frac{c_e^2 + u_{2''}^2}{2\,u_1} = \frac{17{,}1 + 6{,}45}{5{,}8} = 4{,}06.$$

$$y_{(0)} = 0.$$

2.) $$x_{(1/1)} = \frac{c_e^2 + u_{2''}^2 - v_{2''(1/1)}^2}{2\,u_1} = \frac{17{,}1 + 6{,}45 - 11{,}50}{5{,}8} = 2{,}08.$$

$$y_{(1/1)} = 1{,}18.$$

Damit sind zwei Parabelpunkte bestimmt, und die Eintrittsparabel kann in bekannter Weise konstruiert werden. (Siehe Fig. 91.)

b.) Bestimmung der genauen Eintrittskurve.

Mit $v_{2''(1/1)} = 3{,}39$ und dem für alle Beaufschlagungen konstanten $c_e^2 + u_{2''}^2 = 17{,}1 + 6{,}45 = 23{,}55$ wird:

1.) $$x_{(1/1)} = \frac{c_e^2 + u_{2''}^2 - v_{2''(1/1)}^2}{2\,u_1} = \frac{23{,}55 - 11{,}50}{5{,}8} = 2{,}08.$$

$$y_{(1/1)} = 1{,}18.$$

Ferner wird:

2.) mit $v_2''_{(3/4)} = 2{,}56$ aus Fig. 87:

$$x_{(3/4)} = \frac{23{,}55 - 6{,}55}{5{,}8} = 2{,}93.$$

$$y_{(3/4)} = {}^3/_4 \cdot 1{,}18 = 0{,}885.$$

3.) mit $v_2''_{(1/2)} = 1{,}91$ aus Fig. 87:

$$x_{(1/2)} = \frac{23{,}55 - 3{,}65}{5{,}8} = 3{,}43.$$

$$y_{(1/2)} = {}^1/_2 \cdot 1{,}18 = 0{,}59.$$

4.) mit $v_2''_{(1/4)} = 1{,}3$ aus Fig. 87:

$$x_{(1/4)} = \frac{23{,}55 - 1{,}69}{5{,}8} = 3{,}77.$$

$$y_{(1/4)} = {}^1/_4 \cdot 1{,}18 = 0{,}295.$$

5.) mit $v_2''_{(0)} = -0{,}45$ aus Fig. 87:

$$x_{(0)} = \frac{23{,}55 + 0{,}2025}{5{,}8} = 4{,}09.$$

$$y_{(0)} = 0.$$

Mit diesen Werten von x und y für die fünf Beaufschlagungen $\lambda = {}^1/_1;\ {}^3/_4;\ {}^1/_2;\ {}^1/_4$ und 0 erhalten wir die tatsächliche Eintrittskurve oder kurzweg die „Eintrittskurve" (im Gegensatz zur Eintrittsparabel) wie Fig. 91 zeigt. Danach verläuft dieselbe von $\lambda = {}^1/_1$ bis $\lambda = {}^3/_4$ ziemlich genau mit der Eintrittsparabel, nimmt dann von $\lambda = {}^3/_4$ über $\lambda = {}^1/_2$ und $\lambda = {}^1/_4$ weg einen flacheren Verlauf als diese und schneidet sie kurz vor $\lambda = 0$. Die Eintrittskurve ergibt also für $\lambda = {}^1/_2$ und $\lambda = {}^1/_4$ etwas kleinere w_1 und somit auch kleinere, also günstigere u_s als die Eintrittsparabel, wogegen für $\lambda = {}^1/_1$; $\lambda = {}^3/_4$ und $\lambda = 0$ mit großer Annäherung gleiche Verhältnisse in beiden Fällen sich ergeben. Indem somit die ungleich leichter zu beschaffende Eintrittsparabel Verhältnisse ergibt, welche den tatsächlichen mit durchschnittlich großer Annäherung gleich kommen und indem die Letzteren, wie wir uns soeben überzeugt haben, sich günstiger ergeben als die Ersteren, also bei Verwendung der angenähert zutreffenden Eintrittsparabel Verhältnisse erzielt werden, die in Wirklichkeit nur günstiger ausfallen können, so dürfen wir uns praktisch in fast allen Fällen dieser angenäherten Eintrittsparabel bedienen.

Fig. 91. Maßstab: 10 mm = 0,5 m.

Damit sind jedoch unsere Betrachtungen über diesen Gegenstand noch nicht erschöpft, wie wir uns im Folgenden überzeugen werden.

Zunächst ergibt sich aus Fig. 91, daß die Eintrittsparabel (wie auch die Eintrittskurve) unseres Beispieles ziemlich lang gestreckt und somit nach unseren Untersuchungen in § 12 nicht günstig verläuft. Es werden die Stoßkomponenten u_s sehr groß, zu deren Verringerung entweder das Verhältnis $\frac{D_2''}{D_1}$ kleiner, oder besser die Umfangsgeschwindigkeit u_1 am Laufradeintritt größer gewählt werden sollte, wofür nach § 12 auch größere Werte von $\frac{D_2''}{D_1}$ noch günstige Eintrittsverhältnisse ergeben. (Siehe auch Seite 58 links.)

Es sollen deshalb für das Laufradprofil Fig. 88 die v_2 Kurven für ein $u_1 = 3{,}5$, im Übrigen aber wieder für $\lambda = {}^1/_1;\ {}^3/_4;\ {}^1/_2;\ {}^1/_4$ und 0 in derselben Weise und unter Voraussetzung eines $\varphi = 0{,}86$ (Siehe Fig. 60) berechnet und aufgezeichnet werden wie in Fig. 87 für $u_1 = 2{,}9$.*)

Fig. 92 zeigt dieses Diagramm und es sind die Berechnung sowie die Hilfskonstruktionen als selbstverständlich weggelassen worden. Der Verlauf sämtlicher v_2 Kurven in Fig. 92 ist dem derselben in Fig. 87 in jeder Hinsicht sehr ähnlich, es erscheint das ganze Diagramm infolge der größeren Umfangsgeschwindigkeit gewissermaßen nur langgestreckter, d. h. mit überhöhten Ordinaten gegenüber Fig. 87 gezeichnet.**) Insbesondere zeigt auch die Proportionalitätskurve beinahe denselben Verlauf wie in Fig. 87 und wir wollen deshalb gleich für diese Verhältnisse die angenäherte Eintrittsparabel und die genaue Eintrittskurve aufzeichnen und mit einander vergleichen, wobei wieder ein $y_{(1/1)} = 1{,}18$ verwendet werden soll.

Die zur Konstruktion beider Eintrittskurven notwendigen Rechnungswerte werden analog wie für $u_1 = 2{,}9$ auf Seite 58 und 59 ermittelt und mit Rücksicht auf die Einfachheit dieser Operationen wurde von deren Durchführung an dieser Stelle wieder abgesehen. Wir begnügen uns vielmehr mit dem fertigen Diagramm Fig. 93, aus welchem, wie vorauszusehen war, die Gleichartigkeit des abweichenden Verlaufes beider Eintrittskurven im Vergleich mit Fig. 91 sich ergibt. Wie ebenfalls zu erwarten war, ergeben sich nunmehr infolge des größeren u_1 wesentlich kleinere u_s, also günstigere Eintrittsverhältnisse und infolgedessen erscheint die Abweichung der Eintrittskurve von der Eintrittsparabel relativ bedeutender als in Fig. 91, indem für $\lambda = {}^1/_2$ und $\lambda = {}^1/_4$ die Stoßkomponenten im ersteren Falle nur etwa halb so groß sich ergeben wie im letzteren. Allein bei näherer Betrachtung finden wir, daß die Stoßverluste (in Zahlen ausgedrückt) eben an sich klein sind und daß beispielsweise $\frac{u_s^2{}_{(1/4)}}{2g}$ einerseits $\frac{0{,}22^2}{2g} = 0{,}00247$ oder rund 0,25 v. H., andererseits $\frac{0{,}43^2}{2g} = 0{,}00943$ oder rund 0,95 v. H. und somit die Differenz beider Fälle 0,7 v. H. beträgt. Es kann also von einem wesentlichen Fehler abermals keine Rede sein, wenn wir uns an Stelle der schwer

*) Es muß hier erwähnt werden, daß jetzt die grundlegende Annahme $v_2''_{(1/1)} = c_e{}'_2{}''$ gemacht werden muß, weil $v_2''_{(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ größer als $c_e{}'_2{}''$ sich ergeben würde. (Siehe auch § 9 Seite 29.)

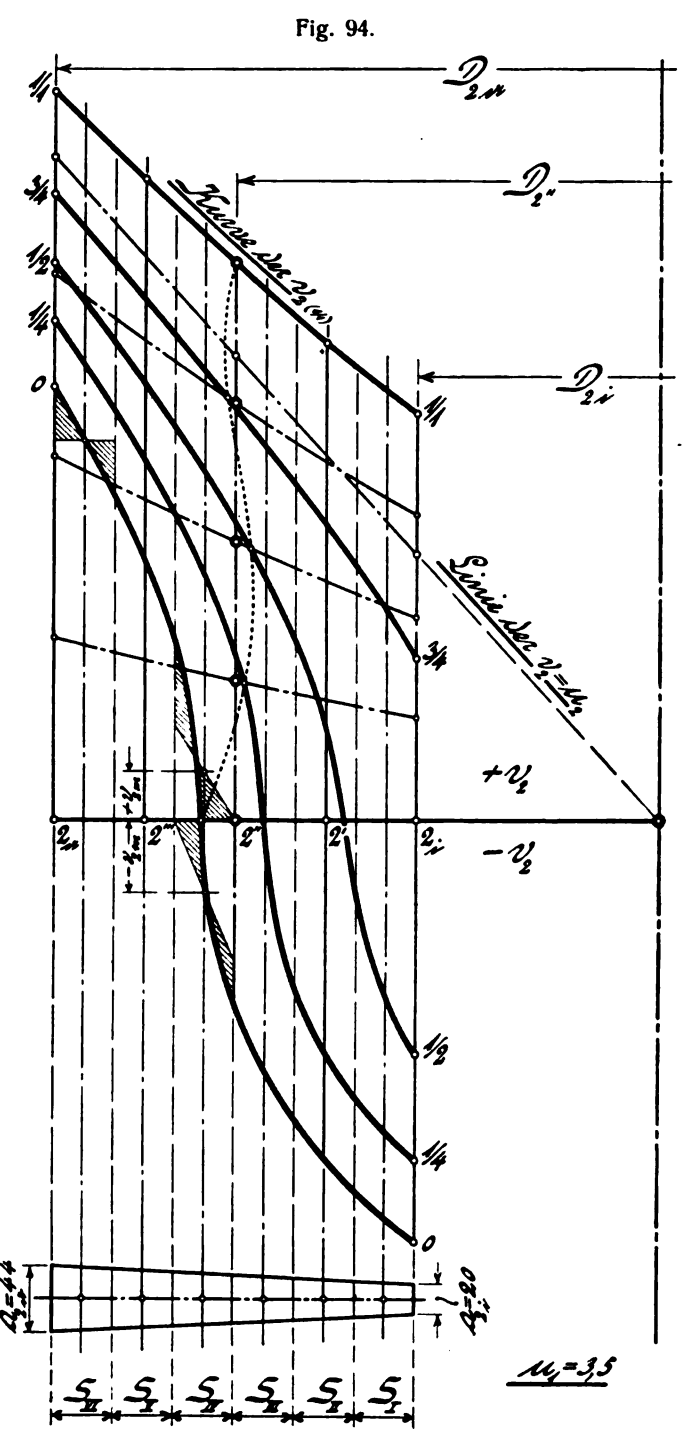
**) Es zeigt sich in Fig. 92 die Linie der $v_2 = u_2$ wesentlich über $\lambda = {}^3/_4$ liegend, ein Beweis dafür, daß die grundlegende Annahme $v_2''_{(1/1)} = c_e{}'_2{}''$ am Platze war.

zu beschaffenden tatsächlichen Eintrittskurve der leicht und bequem zu ermittelnden Eintrittsparabel bedienen, zumal wenn wir wieder bedenken, daß die Eintrittsverhältnisse in Wirklichkeit ja günstiger ausfallen müssen, als wir sie durch die Parabel erhalten.

Fig. 92.

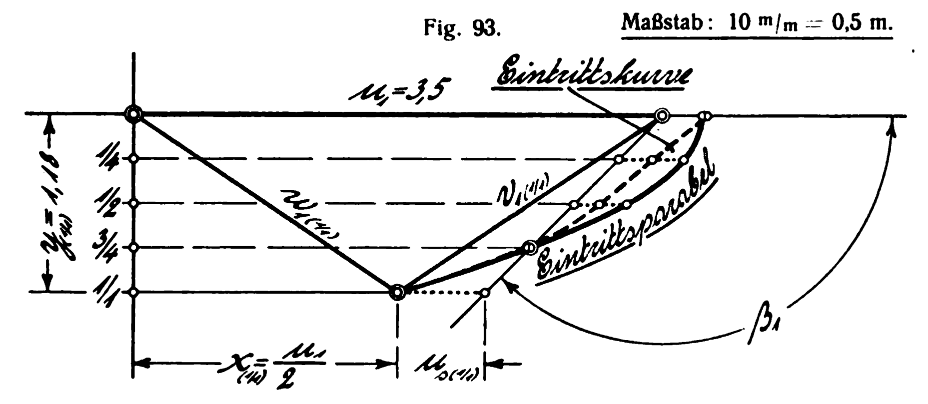
Bisher haben wir stets angenommen, daß die Austrittsweite a_2 des Laufrades konstant sei*), was jedoch bei Laufrädern mit so großer Verschiedenheit von D_{2a} und D_{2i} wie in Fig. 88 für gewöhnlich nicht zutreffen dürfte. Je nachdem nämlich beim Entwurf eines Laufrades die mit grundlegende Annahme eines, meist für eine bestimmte Beaufschlagung konstanten senkrechten Austrittsverlustes ge-

Fig. 94.



troffen wird, ergibt sich eine größere oder kleinere Abweichung der Austrittsweiten a_2 untereinander über die Austrittsbreite b_2. Haben wir z. B. ein Laufrad, für welches $v_{2(3/4)} = u_2$, und gleichzeitig die Normalkomponente $w_{n(3/4)}$ konstant sein soll, so ergibt sich auf analytischem Wege ein $a_2 =$ konst. (Siehe § 17 Rechnungsbeispiel A.) Für Laufräder, bei welchen die Durchmesser D_{2a} und D_{2i} ihrer

Fig. 93. Maßstab: 10 m/m = 0,5 m.



*) Wir setzten ja in der Fußnote auf Seite 55 rechnerisches a_2 = konst. für $\lambda = {}^3/_4$ voraus.



Größe nach stark von einander abweichen, wird meist ein konstantes $w_{n(1/1)}$*) angenommen, wodurch die a_2 mehr oder weniger stark verschieden von einander sich ergeben und zwar nehmen dieselben dann mit kleiner werdendem D_2 ab.

In Fig. 94 sind nun beispielsweise die v_2 Kurven für das Laufradprofil Fig. 88 unter denselben Voraussetzungen wie in Fig. 92, also für $u_1 = 3{,}5$; $v_{2''(1/1)} = c'_{o\,2''}$ und $\varphi = 0{,}86$, aufgezeichnet unter Zugrundelegung des unter das Diagramm gezeichneten trapezförmigen Austrittsquerschnittes mit $a_{2a} = 44$ und $a_{2i} = 20$ m/m.

Die Bestimmung der v_2 Kurven gestaltet sich hierbei etwas umständlicher und schwieriger als in den vorigen Fällen für $a_2 =$ konst., weil der „Maßstab a_2" (Siehe Seite 55) jetzt nicht mehr konstant ist und deshalb die Fläche $2_i \div 2_a \div {}^1/_1 \div {}^1/_1 \div 2_i$ kein direktes Maß mehr für die Wassermenge $q_{(1/1)}$ darstellt. Es müssen vielmehr hier die jeweils zu einer Beaufschlagung gehörigen Produkte $\Delta q = a_2 \cdot \Delta b_2 \cdot v_2$ in Tabellen zusammengestellt und solange die Kurve der v_2 dem Gesetz $v_{2a}^2 - v_{2i}^2 = u_{2a}^2 - u_{2i}^2 =$ konst. entsprechend in bekannter Weise geändert werden, bis für die betreffende Beaufschlagung $\Sigma \Delta q_{(\lambda)} = q_{(\lambda)}$ sich ergibt.

Die zur Bestimmung der v_2 Kurven benützten Werte sind in den folgenden 5 Tabellen zusammengestellt, wobei die Austrittsbreite $2_i \div 2_a$ in 6 gleiche Stufen S_I; S_{II} u. s. w. geteilt und der Einfachheit halber die konstante Stufenbreite Δb_2 gleich 1 dm angenommen wurde, indem die Größe der Turbine bezw. das sich ergebende $q_{(1/1)}$ weiter keine Rolle spielt.

Berechnung der v_2 Kurven für $u_1 = 3{,}5$ und trapezförmigen Austrittsquerschnitt.

1.) $\lambda = {}^1/_1$.

Austritts-stufe	Δf_2 qdm	v_2 dm	Δq ltr	$\Sigma \Delta q$
S_{VI}	0,42	46,3	19,45	$Q_{(1/1)} = 73{,}77$ ltr
S_V	0,38	42,5	16,15	
S_{IV}	0,34	38,75	13,18	
S_{III}	0,30	35,1	10,52	
S_{II}	0,26	31,6	8,22	
S_I	0,22	28,4	6,25	

2.) $\lambda = {}^3/_4$.

Austritts-stufe	Δf_2 qdm	v_2 dm	Δq ltr	$\Sigma \Delta q$	$Q_{(3/4)}$
S_{VI}	0,42	39,2	16,45	55,25 ltr	$^3/_4\, Q_{(1/1)} = 55{,}3$ ltr
S_V	0,38	34,5	13,10		
S_{IV}	0,34	29,7	10,10		
S_{III}	0,30	24,8	7,44		
S_{II}	0,26	19,6	5,10		
S_I	0,22	13,9	3,06		

*) Siehe hierwegen auch § 16 Seite 69 und 70.

3.) $\lambda = {}^1/_2$.

Austritts-stufe	Δf_2 qdm	v_2 dm	Δq ltr	$\Sigma \Delta q$	$Q_{(1/2)}$
S_{VI}	0,42	34,5	14,5	36,89 ltr	$^1/_2\, Q_{(1/1)} = 36{,}89$ ltr
S_V	0,38	28,9	11,0		
S_{IV}	0,34	23,0	7,82		
S_{III}	0,30	15,8	4,74		
S_{II}	0,26	4,8	1,25		
S_I	0,22	— 11,0	— 2,42		

4.) $\lambda = {}^1/_4$.

Austritts-stufe	Δf_2 qdm	v_2 dm	Δq ltr	$\Sigma \Delta q$	$Q_{(1/4)}$
S_{VI}	0,42	30,3	12,73	18,40 ltr	$^1/_4\, Q_{(1/1)} = 18{,}45$ ltr
S_V	0,38	23,8	9,05		
S_{IV}	0,34	15,9	5,41		
S_{III}	0,30	— 0,2	— 0,06		
S_{II}	0,26	— 15,8	— 4,11		
S_I	0,22	— 21,0	— 4,62		

5.) $\lambda = 0$.

Austritts-stufe	Δf_2 qdm	v_2 dm	Δq ltr	$\Sigma \Delta q$	$Q_{(0)}$
S_{VI}	0,42	25,2	10,59	0,000 ltr	$0 \cdot Q_{(1/1)} = 0$ ltr
S_V	0,38	16,9	6,42		
S_{IV}	0,34	— 0,165	— 0,56		
S_{III}	0,30	— 16,4	— 4,92		
S_{II}	0,26	— 22,2	— 5,77		
S_I	0,22	— 26,2	— 5,76		

Wie bereits erwähnt, sind bei Berechnung der v_2 Kurven sechs Stufen $S_I \div S_{VI}$ über die Breite $2_i \div 2_a$ angenommen worden und das mittlere v_2 für irgend eine Beaufschlagung einer Stufe wurde immer durch Ziehen einer Ausgleichslinie bestimmt. Dieser Vorgang ist in Fig. 94 für $\lambda = 0$ und die Stufen S_{IV} und S_{VI} durchgeführt, wobei die inhaltsgleichen, überschießenden bezw. unterschießenden Flächen jeweils durch Schraffur hervorgehoben wurden. Es ergibt sich so für die Stufe S_{IV}, innerhalb welcher die Kurve der $v_{2(0)}$ die Abszissenachse schneidet, ein mittleres positives und ein mittleres negatives v_2. Das tatsächliche v_2 wird demnach in der algebraischen Summe beider erhalten und muß nach Fig. 94 negativ sein, weil das $-v_{2m}$ größer ist als das $+v_{2m}$. Es ist nach Tabelle 5.): $v_{2m\,IV(0)} = -0{,}165$.

Wir kehren zu unseren eigentlichen Betrachtungen zurück und sehen aus Fig. 94, daß nunmehr infolge des veränderlichen a_2 die Proportionalitätskurve einen ganz anderen Charakter zeigt als in Fig. 87 und 92. Sie wandert zunächst zwischen $\lambda = {}^1/_1$ und $\lambda = {}^3/_4$, wieder von $D_{2''}$ ausgehend, auf größere Durchmesser, kehrt jedoch zwischen $\lambda = {}^1/_1$ und $\lambda = {}^3/_4$ um und überschreitet den mittleren Durchmesser $D_{2''}$ zwischen $\lambda = {}^3/_4$ und $\lambda = {}^1/_2$. Die Wanderung geht von da aus weiter auf kleinere Durchmesser, bis etwas unterhalb $\lambda = {}^1/_2$ der kleinste Durchmesser erreicht wird. Nunmehr wandert die Kurve wieder weiter auf größere Durchmesser, überschreitet $D_{2''}$ unterhalb $\lambda = {}^1/_4$ zum zweitenmal und erreicht mit $\lambda = 0$ den größten Durchmesser. Für diese, durch veränderliches a_2 gekennzeichneten Verhältnisse windet sich somit gewissermaßen die Proportionalitätskurve um den mittleren Durchmesser $D_{2''}$. Wir kommen also der Proportionalität zwischen $v_{2''}$ und λ viel näher und es ist vorauszusehen, daß infolgedessen die Abweichung der tatsächlichen Eintrittskurve von der angenäherten Parabel jetzt eine weit geringere sein muß als früher in Fig. 91 und 93 für konstantes a_2.

In Fig. 95, welche wieder unter Verwendung eines $y_{(1/1)} = 1{,}18$ auf bekannte Weise nach vorausgegangener Bestimmung der Werte $x_{(\lambda)}$ (Siehe Seite 58 und 59) konstruiert wurde, finden wir diese Vermutung auch bestätigt. Die tatsächliche Eintrittskurve windet sich in derselben Weise und im gleichen Sinne um die Eintrittsparabel, wie vorhin die Proportionalitätskurve in Fig. 94 um den mittleren Austrittsdurchmesser $D_{2''}$.

Fig. 95. Maßstab: 10 m/m = 0,5 m.

Sieht man nun noch von den unter $\lambda = {}^1/_8$ liegenden, für praktische Zwecke absolut nicht mehr in Frage kommenden Verhältnissen ab, so ist hier die Abweichung beider Kurven von einander eine so minimale, daß die Eintrittsparabel jetzt als den tatsächlichen Verhältnissen gleichkommend und somit praktische Bedürfnisse vollkommen befriedigend bezeichnet werden darf.

Indem allgemein Eintrittskurve und Eintrittsparabel von $\lambda = {}^1/_1$ bis $\lambda = {}^3/_4$ beinahe zusammenfallen und erst von hier ab mit weiter abnehmendem λ stärker differieren, wie Fig. 91 und 93 und in gewissem Sinne auch Fig. 95 erkennen lassen, wird die Eintrittsparabel insbesondere ihrer einen Hauptaufgabe, nämlich der raschen und leichten Bestimmung des bleibenden Winkels β_1 in geradezu vollkommener Weise gerecht werden, so lange wir diesen dem theoretischen Eintrittsdreieck für $\lambda = {}^3/_4$ entnehmen. Aber auch dann, wenn der Winkel β_1 dem Eintrittsdreieck einer Beaufschlagung größer oder kleiner als ${}^3/_4$ entnommen wird, je nachdem die Eintrittsverhältnisse liegen (Siehe Fußnoten Seite 38 links und Seite 41 rechts) und selbst dann, wenn bei einer rasch laufenden Turbine von kleinem Verhältnis $\frac{D_{2m}}{D_1}$ Winkel β_1 einmal so klein gewählt wird, daß sämtliche Beaufschlagungen mit Stoß des Wassers der Drehrichtung des Laufrades entgegen behaftet sind, wie im Rechnungsbeispiel C des § 17, gibt die angenäherte Parabel ein so klares Bild der Eintrittsverhältnisse, daß die Wahl eines passenden Winkels β_1 unschwer getroffen werden kann, wie die Figuren 110; 115 und 117 sowie Fig. 123 deutlich erkennen lassen.

Wir werden uns also künftighin stets der angenäherten Eintrittsparabel bedienen, zu deren Bestimmung Proportionalität zwischen der Beaufschlagung der Turbine und dem, dem mittleren Austrittsdurchmesser $D_{2m} = \frac{D_{2a} + D_{2i}}{2}$ zugehörigen v_{2m} vorausgesetzt wird. Es muß deshalb natürlich auch die grundlegende Annahme für den Laufradaustritt auf $v_{2m(1/1)}$ bezogen werden, (Siehe Gl. IVa Seite 69) womit diese Geschwindigkeit neben dem $v_{2m(0)} = 0$ gegeben ist. Damit sind wir dann in der Lage, die Werte $x_{(1/1)}$ und $x_{(0)}$ zu berechnen, so daß im Verein mit dem anzunehmenden $y_{(1/1)}$ (Siehe Fig. 96 § 16 und zugehörigen Text) und dem $y_{(0)} = 0$ die Parabelpunkte $E_{(1/1)}$ und $E_{(0)}$ gegeben sind und die Eintrittsparabel festgelegt ist. Je nachdem dann durch die Annahme eines konstanten oder seltener eines veränderlichen $w_{n(1/1)}$ die a_2 mehr oder weniger variabel sich gestalten, werden wir nach dem Vorhergegangenen mehr oder weniger, immer jedoch praktisch genügend genau, den tatsächlichen Verhältnissen am Laufradeintritt nahe kommen. (Wegen $w_{n(1/1)}$ Siehe ebenfalls Fig. 96 in § 16 und den zugehörigen Text.)

Wir haben bereits in § 8 gefunden, daß die Eintrittsparabel praktisch nur Geltung hat bis zu dem Moment, in welchem bei abnehmender Beaufschlagung w_1 gleich c_e' geworden ist und daß von da ab der c_e'Kreis als Eintrittskurve Platz greift. Die ganze, aus Parabel und c_e'Kreis zusammengesetzte Eintrittskurve nannten wir Eintrittsstrecke und es erübrigt im Anschluß an unsere vorstehenden Betrachtungen noch, die Eintrittsstrecke für den allgemeinen Fall unseres Laufradprofiles Fig. 88 zu vervollständigen und den zu der angenäherten Eintrittsparabel gehörigen c_e'Kreis zu bestimmen. Diese angenäherte Eintrittsparabel war gegeben durch: $2\,u_1 \cdot x + v_{2m}^2 = c_e{}^2 + u_{2m}^2$ und setzte Proportionalität zwischen v_{2m} und λ voraus. Bedingung für $w_{1max} = c_e'$ war nun: $v_2 = v_1$ oder für unseren vorliegenden, allgemeinen Fall: $v_{2m} = v_1$ und es müssen sich diese beiden Größen aus der Hauptgleichung heben, welche alsdann lautet:

$$w_{1max}^2 = c_e{}^2 - (u_1{}^2 - u_{2m}^2) = c'^2_{e\,m} \quad \ldots\ldots \quad 12.)$$

Wir erhalten also unser praktisches w_{1max} in dem für den mittleren Austrittsdurchmesser D_{2m} giltigen c_{em}' und sind damit in der Lage, auch für den allgemeinen Fall die vollständige Eintrittsstrecke in einfacher Weise und mit für praktische Zwecke vollkommen ausreichender Genauigkeit zu bestimmen.

Zum Schlusse sei nochmals erwähnt, daß je mehr die extremen Austrittsdurchmesser D_{2a} bezw. D_{2i} ihrer Größe nach einander gleich kommen, desto mehr werden die Austrittsverhältnisse den durch die strichpunktierten idealen v_2Kurven in Fig. 87, 92 und 94 gekennzeichneten Verhältnissen sich nähern und desto vollkommener muß natürlich auch die Übereinstimmung der Eintrittsparabel mit der tatsächlichen Eintrittskurve sein. Mit $D_{2a} = D_{2i}$ fallen theoretisch beide Kurven zusammen und wir erhalten wieder die idealen Verhältnisse, welche unseren Betrachtungen in den vorhergehenden Paragraphen zu Grunde lagen, nämlich ein Laufrad, dessen Austrittsfläche eine zur Turbinenachse konzentrische Zylinderfläche ist.

§ 16.

Zusammenstellung der theoretischen Ergebnisse des Vorhergehenden, ergänzt durch Resultate praktischer Erfahrung.

Paragraph 15 brachte unsere seitherigen Betrachtungen zu einem gewissen Abschluß, indem nunmehr, abgesehen von den, Gegenstand des Heftes II bildenden Schaufelschnitten, das vollständige Rüstzeug zur theoretischen Bearbeitung auch schwierigerer Aufgaben aus dem Gebiete der Francis-Turbinen vorliegt. Es sollen jetzt die in den vorhergegangenen Paragraphen verstreuten Ergebnisse unserer theoretischen Untersuchungen übersichtlich und kurzgefaßt zusammengestellt werden. Diese Zusammenstellung soll dann im Weiteren durch Einflechten von Erfahrungsresultaten konstruktiv praktischer Natur an geeigneter Stelle ergänzt und für die Bedürfnisse des praktischen Konstrukteurs ausgestaltet werden.

Als das wichtigste, allumfassende Gesetz der Turbinentheorie erkannten wir unsere Grundgleichung 3.) Seite 16:

$$w_1^2 - v_1^2 + v_2^2 + u_1^2 - u_2^2 = c_e^2, \quad \ldots\ldots \quad \text{I.)}$$

aus welcher die nicht minder bedeutungsvolle, auf Seite 20 entwickelte Charakteristik:

$$2\,u_1 \cdot x + v_2^2 = c_e^2 + u_2^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{II.)}$$

hervorging.

Durch Einführung des Wertes $\frac{y}{\text{konst.}}$ an Stelle von v_2 in die Charakteristik erhielten wir auf Seite 21 die Gleichung 5.):

$$y^2 = C - 2\,\mathfrak{p} \cdot x$$

und damit den geometrischen Ort der, mit veränderlicher Beaufschlagung wandernden Ecke $E_{(\lambda)}$ des Eintrittsdreieckes als Parabel (Siehe Fig. 35, 36 und 40). Es gelang uns, diese Parabel aus zwei ihr angehörenden Punkten in einfacher Weise auch ohne Zuhilfenahme der Parabelgleichung, lediglich mit Hilfe der einfacheren Charakteristik zu konstruieren, (Siehe Seite 36 und Fig. 64 und 65) wie im Folgenden nochmals gezeigt werden soll.

Zur Konstruktion der Eintrittsparabel empfahl sich in erster Linie die Ermittlung ihres Scheitelpunktes $E_{(0)}$, wofür v_2 und natürlich auch y gleich 0 wurde. Die Charakteristik lautete alsdann:

$$2\,u_1 \cdot x_{(0)} = c_e^2 + u_2^2,$$

und hieraus kann $x_{(0)}$ berechnet werden, indem neben c_e und u_1 durch das Laufradprofil bezw. durch $\frac{D_2}{D_1}$ auch u_2 bestimmt ist. Der Scheitelpunkt $E_{(0)}$ ist so durch seine Koordinaten:

$$x_{(0)} = \frac{c_e^2 + u_2^2}{2\,u_1} \text{ und } y_{(0)} = 0$$

gegeben.

In § 9 haben wir gesehen, daß die grundlegende Konstruktionsregel für den Laufradaustritt: $v_{2(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_2$ solange Geltung behält, als $1{,}333 \cdot u_2$ nicht größer als c_e' wird. Im anderen Falle ist stets $v_{2(1/1)} = c_e'$ einzuhalten, wobei für volle Beaufschlagung ein gleichschenkliges Eintrittsdreieck sich ergibt. ($w_{1(1/1)} = v_{1(1/1)}$, Siehe Seite 29 und 36.) Es wird somit in jedem Falle durch die nicht zu umgehende grundlegende Annahme des $v_{2(1/1)}$ diese Geschwindigkeit von vorneherein gegeben sein, womit das $x_{(1/1)}$ aus der Charakteristik berechnet werden kann. Gleichzeitig wird aber beim Entwurf des vorläufigen Laufradprofiles, ohne welches eine rationelle Turbinenberechnung nicht denkbar ist, eine der ersten Maßnahmen die Wahl eines passenden Wertes von $y_{(1/1)}$ sein, womit dann die Koordinaten eines zweiten Parabelpunktes:

$$x_{(1/1)} = \frac{c_e^2 + u_2^2 - v_{2(1/1)}^2}{2\,u_1} \text{ und das gewählte } y_{(1/1)}$$

gegeben sind und die Eintrittsparabel auf bekannte Weise konstruiert werden kann.

Wir sehen also, die Eintrittsparabel kann stets ohne Zuhilfenahme der eigentlichen Parabelgleichung festgelegt werden, weshalb Letztere aus der Reihe der für den Konstrukteur wichtigsten, im vorliegenden Paragraphen mit römischen Ziffern bezeichneten Beziehungen ausscheidet.

Bezüglich der Umfangsgeschwindigkeit der Francis-Turbine haben wir in § 9 gesehen, daß dieselbe zwischen $u_{1min} = \frac{c_e^2}{2\,c_e' \cdot \cos\alpha_1}$ und $u_{1max} \cong 3{,}5 \div 3{,}8$ m gewählt werden kann. Für normale Verhältnisse wird sie zu etwa 2,9 m, (immer H = 1 m vorausgesetzt) entsprechend einem bleibenden Winkel $\beta_1 = 90^0$, angenommen. (Siehe auch Seite 68 und 69.)

Paragraph 10 brachte uns zunächst in Fig. 60 die Kurve der Durchflußkoeffizienten φ, welcher wir für unsere

Berechnungen das einer bestimmten Umfangsgeschwindigkeit jeweils zugehörige φ entnehmen werden. Ferner sehen wir in § 10, wie unter sonst gleichen Verhältnissen der effektive Spaltdruck $\mathfrak{h}_1$ von $\mathfrak{h}_1 = 0$ aus (entsprechend dem $u_{1\,min}$ der Turbinenstange) mit u_1 erst rasch, dann immer langsamer zunimmt, schließlich etwa bei $u_1 = 4{,}2$ einen Größtwert erreicht und dann mit weiter zunehmendem u_1 wieder abnimmt. (Siehe Fig. 61.)

In § 11 nahmen wir eine Spaltung der in § 10 gefundenen effektiven Spaltdrucke $\mathfrak{h}_1$ in wirksame Spaltdrucke $\mathfrak{h}_1'$ und von der Zentrifugalkraft herrührende Pressungen $\mathfrak{h}_\mathfrak{z}$, entsprechend der Beziehung: $\mathfrak{h}_1' = \mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h}_\mathfrak{z}$ vor, womit dann in Fig. 62 die Kurve der $\mathfrak{h}_1'$ erhalten wurde. Letztere ergab uns in ihren Schnittpunkten mit der Abszissenachse die beiden Grenzgeschwindigkeiten und zwar erhielten wir für das von uns angenommene Durchmesserverhältnis $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}7$ eine untere Grenzgeschwindigkeit von 2,32 und eine obere Grenzgeschwindigkeit von 4,65 m. Es zeigte sich, daß je größer der Wert $\frac{D_2}{D_1}$ ist, desto weiter liegen die Grenzgeschwindigkeiten auseinander, d. h. desto kleiner ist die untere und desto größer die obere Grenzgeschwindigkeit und umgekehrt. Die Letztere wird im Allgemeinen stets außerhalb des Rahmens praktischer Bedeutung fallen, wogegen die untere Grenzgeschwindigkeit eine sehr wichtige Rolle spielt, wenn es sich um Erzielung kleinstmöglicher Umfangsgeschwindigkeiten handelt. Bei Zugrundelegung der, für die $^3/_4$ Beaufschlagung einer Regulierturbine meist zu benutzenden Annahme: $v_2 = u_2$ wird die untere Grenzgeschwindigkeit nach Seite 27 Gl. 7: $u_{1\,min} = \frac{c_e^2}{2\,c_e' \cdot \cos\alpha_1}$ und es ergibt sich auch aus dem vom Durchmesserverhältnis $\frac{D_2}{D_1}$ beeinflußten c_e' im Nenner dieser Beziehung das uns bereits bekannte Resultat, daß $u_{1\,min}$ vom Verhältnis $\frac{D_2}{D_1}$ abhängig ist. Großes Verhältnis $\frac{D_2}{D_1}$ gibt großes c_e', also kleines $u_{1\,min}$ und es ist somit leicht einzusehen, daß unter Umständen zur Erreichung einer vorgeschriebenen, sehr geringen Drehzahl bezw. Umfangsgeschwindigkeit auf Kosten der Eintrittsverhältnisse ein größerer Wert $\frac{D_2}{D_1}$, als er sonst verwendet würde, zugelassen werden muß. Hierdurch wird aber die Korrosionsgefahr, die an und für sich bei geringer Umfangsgeschwindigkeit näher liegt, größer (Siehe Seite 39) und es muß deshalb die rechnerische und konstruktive Durchbildung von Laufrädern mit geringst möglichem u_1 mit ganz besonderer Vorsicht und großer Sorgfalt erfolgen.

Allgemein werden solche Laufräder eben wegen der größeren Korrosionsgefahr und der durchschnittlich geringeren Nutzeffekte (Siehe Fig. 116; 118 und 132 und zugehörigen Text) nach Möglichkeit vermieden und der erfahrene Konstrukteur greift bei Regulierturbinen nur ungern zu Umfangsgeschwindigkeiten, die kleiner sind als 2,5 m.

Indem nun obiger Beziehung für $u_{1\,min}$ die auf die $^3/_4$ Beaufschlagung einer Regulierturbine zutreffende Annahme $v_2 = u_2$ zu Grunde liegt, so ist klar, daß sie nur für $\lambda = {}^3/_4$ Geltung haben kann und somit gehört auch der im Nenner der Beziehung vorkommende Winkel α_1 dem $\lambda = {}^3/_4$ an. Das ebenfalls im Nenner stehende c_e' setzten wir auf Seite 27 an Stelle des, minimales u_1 bedingenden praktischen $w_{1\,max}$ und es liegt also der Beziehung $u_{1\,min} = \frac{c_e^2}{2\,c_e' \cdot \cos\alpha_1}$ als weitere Voraussetzung $v_1 = v_2$ zu Grunde. $v_1 = v_2$ ist aber das Kennzeichen unserer kritischen Beaufschlagung λ_k, welche somit bei $u_{1\,min}$ mit $\lambda = {}^3/_4$ zusammenfällt, wie wir im Rechnungsbeispiel B des § 17 noch sehen und weiter ausführen werden. Wir können also die Gleichung für $u_{1\,min}$ unter gleichzeitiger Einreihung in die Liste der für den Konstrukteur wichtigeren Beziehungen anschreiben wie folgt:

$$u_{1\,min} = \frac{c_e^2}{2\,c_e' \cdot \cos\alpha_{1(^3/_4)}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{III.)}$$

(Siehe auch Gleichung IIIa auf Seite 69.)

Die Wahl der stoßfreien Beaufschlagung λ_g bei kleinen und kleinsten Umfangsgeschwindigkeiten betreffend, darf hier auf die Fußnote links auf Seite 38 und auf das Rechnungsbeispiel B in § 17 verwiesen werden.

In § 12 lernten wir den bedeutenden Einfluß des Durchmesserverhältnisses $\frac{D_2}{D_1}$ auf die Eintrittsverhältnisse der Francis-Turbine kennen. Kleinere Werte von $\frac{D_2}{D_1}$ ergaben hierbei durchweg günstigere Eintrittsverhältnisse, insbesondere für kleinere und mittlere Umfangsgeschwindigkeiten, während für größere Umfangsgeschwindigkeiten auch größere Werte von $\frac{D_2}{D_1}$ noch günstige Eintrittsverhältnisse lieferten. (Vergl. die Fig. 66, 69 und 70.) Für den Fall einer Verwendung der Konstruktionsregel $v_{2(^1/_1)} = c_e'$ ergab sich dann noch, daß mit u_1 auch gleich c_e' ein ganz bestimmtes Verhältnis $\frac{D_2}{D_1}$ erhalten wird, welches in gewisser Hinsicht günstige Eintrittsverhältnisse zur Folge hat. (Siehe Seite 41 und 42.) Damit können wir die wichtige, neben der Annahme des Austrittsverlustes für die Turbinenberechnung mit grundlegende Annahme der relativen Austrittsgeschwindigkeit $v_{2(^1/_1)}$ zusammenfassen in folgende Beziehung:

$$v_{2(^1/_1)} = 1{,}333 \cdot u_2, \text{ höchstens aber } = c_e'$$
$$\text{und dann womöglich auch } = u_1 \ \ldots \quad \text{IV.)}$$

(Siehe auch die Beziehung IVa auf Seite 69.)

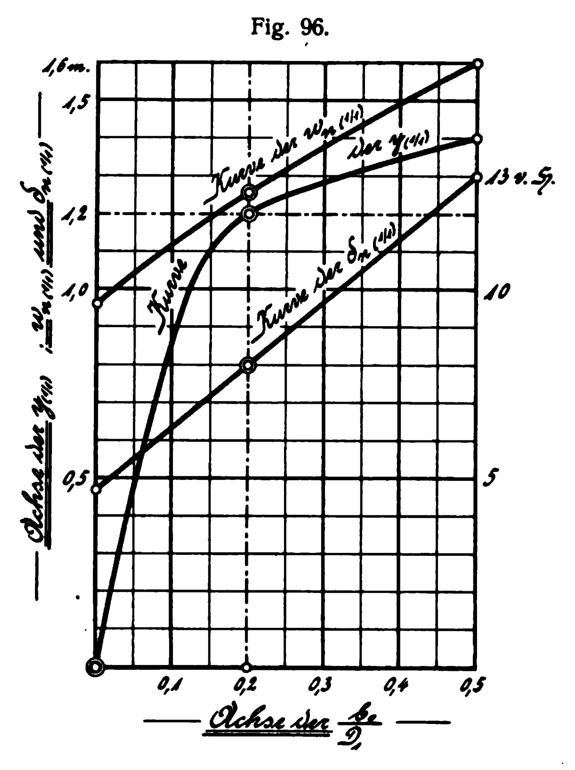
Der § 13 behandelte den Einfluß der Radialkomponente y auf die Eintrittsverhältnisse und es ergab sich allgemein, daß kleinere Werte von y vor größeren vorzuziehen sind. Es ist nun leicht einzusehen, daß sich bei Turbinen von größerer Schluckfähigkeit größere Werte von y empfehlen, um die bei solchen Turbinen relativ groß (im Vergleich mit D_1) sich ergebende Leitradbreite

b_0*) nach Möglichkeit in praktischen Grenzen zu halten. Umgekehrt wird man dann bei Turbinen von geringerer Schluckfähigkeit bei gleichbleibendem D_1 kleinere, also theoretisch günstigere Werte von y verwenden können und bei Turbinen von sehr kleiner Schluckfähigkeit werden kleinste Werte von y am Platze sein, um mittels derselben unpraktisch kleine Leitradbreiten b_0 zu vermeiden und dem in § 13 näher besprochenen, „praktisch idealen Laufradkanal" nach Möglichkeit nahe zu kommen. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei der Normalkomponente $w_{n(1/1)}$ der absoluten Austrittsgeschwindigkeit $w_{2(1/1)}$, welche, wie wir ebenfalls in § 13 gesehen haben, zur Erzielung eines günstigen Laufradkanales bezw. Profiles (insbesondere bei Turbinen mit im Vergleich zu D_1 kleinem b_0) innerhalb bestimmter, durch Erfahrung gegebener Grenzen gewählt werden muß. Aber nicht nur für Turbinen mit kleinen Werten $\frac{b_0}{D_1}$**), sondern für alle möglichen, praktisch in Frage kommenden Werte von $\frac{b_0}{D_1}$ haben sich zur Erzielung günstiger Laufradprofile bestimmte, innerhalb gewisser Grenzen veränderliche Erfahrungswerte von $y_{(1/1)}$ und $w_{n(1/1)}$ herausgebildet und es zeigt Fig. 96 eine graphische Darstellung guter praktischer Mittelwerte $y_{(1/1)}$ und $w_{n(1/1)}$, nach Verhältnissen $\frac{b_0}{D_1}$ geordnet. Es ist dazu Folgendes zu bemerken:

Jeweils zusammengehörige Werte $y_{(1/1)}$ und $w_{n(1/1)}$ bedingen ihrerseits innerhalb Grenzen wieder ein bestimmtes Verhältnis $\frac{D_{2m}}{D_1}$***), um mit diesem zusammen ein günstiges Laufradprofil ergeben zu können. In Fig. 98 sind solche, zu den Werten $y_{(1/1)}$ und $w_{n(1/1)}$ in Fig. 96 passende Mittelwerte von $\frac{D_{2m}}{D_1}$, ebenfalls nach Verhältnissen $\frac{b_0}{D_1}$ geordnet, graphisch dargestellt und wir werden uns später beim Entwerfen von Laufradprofilen der in Fig. 96 und 98 niedergelegten Werte mit Vorteil bedienen.

Die Grenzen des Verhältnisses $\frac{b_0}{D_1}$ sind praktisch etwa durch $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}05$ nach unten und $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}5$ nach oben gegeben. Laufräder mit kleinerem oder größerem $\frac{b_0}{D_1}$ sind nicht gut ausführbar. Als unterste Grenze ist jedoch in Fig. 96 ein $\frac{b_0}{D_1} = 0$ verwendet, weil dieser theoretisch denkbare Wert bei endlichem b_0 unendlich großes D_1, also ein $y_{(1/1)} = 0$ bedingt und dieses uns bei Bestimmung des Verlaufes der „Kurve der $y_{(1/1)}$" nach unten gute Dienste leistet.

Fig. 96.



Diese Kurve der $y_{(1/1)}$ ist uns somit nach Fig. 96 gegeben durch die den Verhältnissen:

$$\frac{b_0}{D_1} = 0;\ 0{,}2 \text{ und } 0{,}5 \text{ angehörigen Werte:}$$

$$y_{(1/1)} = 0;\ 1{,}2 \text{ und } 1{,}4 \text{ m.}$$

Das Verhältnis $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}2$, welches nach Fig. 96 offenbar besondere Bedeutung besitzt, gehört dem durch Fig. 84 gekennzeichneten Normaltypus der Francis-Turbine an, den wir in diesem Paragraphen und in Heft II noch näher kennen lernen werden. Wie aus Fig. 84 ersichtlich ist, besitzt dieser Laufradtypus als Außenbegrenzung einen Zylindermantel, dessen äußerer Durchmesser etwa gleich D_1 ist und es vollzieht sich die Schaufelentwicklung nach außen, abgesehen von der kurzen Partie von Punkt 1_a bis zur Überleitung in die achsiale Richtung, durchweg an der Zylinderfläche vom Durchmesser D_{2a} bezw. D_8, wie wir diesen sogenannten „Ausgußdurchmesser" der Laufräder am Übergang in das Saugrohr nennen wollen. Für

*) Wir benützten seither für unsere Betrachtungen am Laufradeintritt stets die Eintrittsbreite b_1 des Laufrades. Wie bereits mehrfach erwähnt, unterscheidet sich die Breite b_0 des Leitrades nur wenig von Letzterer, es ist jene stets und zwar je nach der Größe einer Turbine $1 \div 10$ m/m kleiner als diese. Der prozentuale Unterschied beider Größen ist jedoch in jedem Falle so klein, daß wir statt des, beim Entwurf einer Turbine eine untergeordnete Rolle spielenden, vielfach von Nebenumständen beeinflußten und nach b_0 sich richtenden b_1 stets das wichtigere, bestimmteres Wesen besitzende b_0 bei den folgenden Betrachtungen benützen wollen. Wo wir also seither mit b_1 rechneten, wollen wir künftig mit b_0 rechnen und erst später bei der konstruktiven Behandlung der Schaufelschnitte wird b_1 neben b_0 wieder eine weniger nebensächliche Rolle spielen.

**) Das hervorstechendste, bestimmtes Wesen besitzende Merkmal einer Turbine hinsichtlich ihrer größeren oder kleineren Schluckfähigkeit bei gegebenem D_1 ist offenbar ihr Verhältnis $\frac{b_0}{D_1}$ und wir werden mit dessen Hilfe im Folgenden eine Klassifikation unserer Laufräder vornehmen. Die in den Fig. 96 und 98 dargestellten Erfahrungswerte sind deshalb auch nach Verhältnissen $\frac{b_0}{D_1}$ geordnet.

***) Wir lernten das Verhältnis $\frac{D_{2m}}{D_1}$ bereits in § 15 kennen und es war: $D_{2m} = \frac{D_{2a} + D_{2i}}{2}$.

mittlere Verhältnisse ergibt sich der Kreisinhalt $\frac{\pi \cdot D_s^2}{4}$ ungefähr zu 0,9 des Kreisinhaltes $\frac{\pi \cdot D_1^2}{4}$ und außerdem beträgt der, nach Abzug des, durch die Schaufelstärke s_2 am Laufradaustritt entstehenden Querschnittsverlustes, für den Wasseraustritt noch verbleibende Querschnitt durchschnittlich etwa das 0,88fache des ganzen Querschnittes $\frac{\pi \cdot D_s^2}{4}$.*) Wir setzen hierbei $w_{s(1/1)} \cong w_{n(1/1)}$ voraus, (Siehe Fig. 75 und 76) und es wird somit der für $w_{s(1/1)}$ in Frage kommende Querschnitt $0{,}9 \cdot 0{,}88 \cdot \frac{\pi \cdot D_1^2}{4}$ oder rund $0{,}8 \frac{\pi \cdot D_1^2}{4}$ betragen. $y_{(1/1)} \cong w_{n(1/1)}$ angenommen, (was erfahrungsgemäß bei Laufrädern mittlerer Größe mit $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}2$ ein für die Schaufel- bezw. Kanalentwicklung günstiges Radprofil ergibt) und $b_0 = \text{konst.}\ D_1$ als Funktion von D_1 gesetzt, erhalten wir alsdann:

$$0{,}8 \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} = \pi \cdot D_1 \cdot \text{konst.} \cdot D_1$$

oder:

$$\text{konst.} = \frac{0{,}8}{4} = 0{,}2,$$

d. h. es ist:

$$b_0 = 0{,}2 \cdot D_1 \text{ oder } \frac{b_0}{D_1} = 0{,}2.$$

Es zeigt sich also, daß der Normaltypus eines beliebigen Durchmessers D_1 rationeller- und einheitlicherweise mit $b_0 = 0{,}2 \cdot D_1$ oder $\frac{D_1}{5}$ ausgeführt wird und deshalb, sowie infolge seiner zylindrischen Außenbegrenzung stellt er, lediglich als Turbinentype betrachtet, einen ganz bestimmten, ohne Weiteres gekennzeichneten Fall dar. Aus diesem Grunde wird auch der Normaltypus irgend eines Durchmessers D_1 als Norm, d. h. als Bezugseinheit für die Schluckfähigkeit aller, bezüglich des Verhältnisses $\frac{b_0}{D_1}$ möglichen Laufräder desselben Durchmessers D_1 benützt und man sagt dann, die Schluckfähigkeit eines Laufrades ist so und soviel mal so groß wie diejenige des betreffenden Normaltypes. Wenn man somit die Schluckfähigkeit eines Normaltypes als Einheit mit 1 bezeichnet, so können die auf dieselbe bezogenen Schluckfähigkeiten von Laufrädern gleichen Durchmessers D_1, jedoch aller möglichen Werte $\frac{b_0}{D_1}$ größer oder kleiner als 1 sein und wir nennen die betreffende Schluckfähigkeitsziffer die „relative Schluckfähigkeit" eines Laufrades. Es ist also die relative Schluckfähigkeit eines Normaltypes stets gleich 1 und wenn wir dieselbe allgemein mit S_r bezeichnen, so ist das größte S_r eines Laufrades mit demselben D_1 (welches also das Verhältnis $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}5$ besitzen muß) nach Fig. 96:

$$S_r = 1 \cdot \frac{0{,}5 \cdot 1{,}4}{0{,}2 \cdot 1{,}2} = \frac{0{,}7}{0{,}24} \cong 2{,}92$$

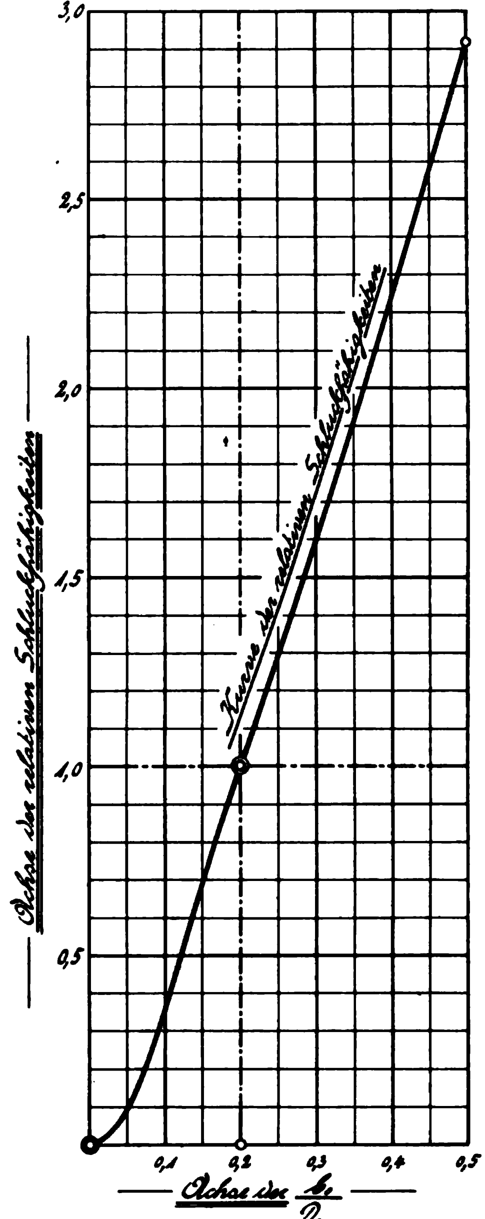
oder rund 3,0, während andererseits ein Laufrad mit gleichem D_1 und dem praktisch kleinstmöglichen Verhältnis $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}05$ die relative Schluckfähigkeit:

$$S_r = 1 \cdot \frac{0{,}05 \cdot 0{,}46}{0{,}2 \cdot 1{,}2} = \frac{0{,}023}{0{,}24} = 0{,}096,$$

also rund 0,1 besitzt.

Bezeichnen wir demnach alle zwischen $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}5$ einerseits und $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}05$ andererseits möglichen Laufräder eines gegebenen Durchmessers D_1 als einen „Laufradsatz", so liegen dieselben nach Fig. 96 bezüglich ihrer relativen Schluckfähigkeit innerhalb der Grenzen 2,92 und 0,096, d. h. das schluckfähigste Laufrad wird rund 30 mal so viel Wasser verarbeiten als das am wenigsten schluckfähige desselben Durchmessers D_1.

Fig. 97.



Zur besseren Veranschaulichung des Gesagten sind in Fig. 97 „relative Schluckfähigkeiten" nach Verhältnissen $\frac{b_0}{D_1}$ geordnet graphisch dargestellt, wobei die Werte der Ersteren unter Verwendung der $y_{(1/1)}$Kurve in Fig. 96 erhalten wurden aus der allgemeinen Beziehung:

$$S_r = 1 \cdot \frac{\frac{b_0}{D_1} \cdot y_{(1/1)}}{0{,}2 \cdot 1{,}2} = 4{,}166 \cdot \frac{b_0}{D_1} \cdot y_{(1/1)}.\text{*)}$$

---

*) Wir lernen diesen durchschnittlich 0,88 betragenden Koeffizienten k_2 in § 17 noch näher kennen und es ergibt sich derselbe nach Fig. 74 jeweils zu: $k_2 = \frac{a_2}{a_2 + s_2}$.

*) Für $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}2$ ist also die relative Schluckfähigkeit gleich 1 und es nimmt die Kurve der relativen Schluckfähigkeiten von hier ab nach unten wie nach oben beinahe geradlinigen Verlauf. Jedoch steigt die relative Schluckfähigkeit rascher an als das Verhältnis $\frac{b_0}{D_1}$, denn bei Proportionalität zwischen Ersterer und Letzterem müßte die Kurve der relativen Schluckfähigkeiten eine durch den Ursprung gehende Gerade sein, was nach der Beziehung $S_r = 4{,}166 \cdot \frac{b_0}{D_1} \cdot y_{(1/1)}$

Zwei nach Fig. 96 zusammengehörige Werte von $\frac{b_0}{D_1}$ und $y_{(1/1)}$ bedingen also ein bestimmtes S_r und es ist die „absolute Schluckfähigkeit" einer Turbine, d. h. die bei 1 m Gefälle und voller Beaufschlagung von dieser verarbeitete Wassermenge, welche wir mit Q_1 bezeichnen wollen, offenbar proportional der zu wählenden relativen Schluckfähigkeit S_r. Andererseits ist aber Q_1 auch proportional der Laufradeintrittsfläche $\pi \cdot D_1 \cdot b_0$ oder, wenn $b_0 = \text{konst.} \cdot D_1$ als Funktion von D_1 gesetzt wird, proportional dem Quadrat von D_1 und es kann somit geschrieben werden:

$$Q_1 = S_r \cdot D_1^2 \cdot \text{Konst.}$$

Die Konstante in dieser Gleichung muß aber offenbar das Q_1 der Normaltype vom Durchmesser $D_1 = 1$ m sein, denn für dieselbe lautet vorstehende Gleichung:

$$Q_1 = 1 \cdot 1^2 \cdot \text{Konst.} = \text{Konst.}$$

Nach Fig. 96 beträgt somit die Konstante:

$$\pi \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}2 \cdot 1{,}2 \cong 0{,}75,$$

womit wir ganz allgemein schreiben können:

$$Q_1 = S_r \cdot D_1^2 \cdot 0{,}75 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; \text{V.)}$$

Es ist nun ferner die Umfangsgeschwindigkeit einer Turbine bei $H = 1$ m:

$$u_1 = \frac{\pi \cdot D_1 \cdot n_1}{60}$$

und hieraus die für $H = 1$ m giltige Drehzahl:

$$n_1 = \frac{u_1}{D_1} \cdot 19{,}1 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; \text{VI.)}$$

In Gleichung V sowohl, als auch in Gleichung VI kommt D_1 vor und wenn für einen bestimmten Fall Q_1 und n_1 vorgeschrieben sind, was meist zutrifft, so hat man sich in erster Linie dahin zu entscheiden, in welcher Weise durch Wahl von zweien der drei noch Unbekannten S_r, D_1 und u_1 beiden Gleichungen genügt werden soll. Sobald wir also entweder S_r und D_1, oder S_r und u_1 oder D_1 und u_1 jeweils nach Bedarf gewählt haben, so ist damit u_1 bezw. D_1 bezw. S_r gegeben und ein bestimmter Laufradtypus nach Durchmesser und Verhältnis $\frac{b_0}{D_1}$ sowie nach seiner Umfangsgeschwindigkeit festgelegt. Es sind hierbei nur jeweils die Grenzen von S_r, D_1 und u_1 und das in § 9 und dem vorliegenden Paragraphen über diese Größen sonst noch Gesagte zu beachten. (Siehe hierwegen insbesondere Seite 68 und 69.)

Wenn dann beispielsweise der oft zutreffende Fall eintritt, daß bei vorgeschriebenem Q_1 und n_1 trotz Einhaltens der entsprechenden Grenzwerte zweier dieser drei Größen die dritte außerhalb der zulässigen Grenzen fällt, so bleibt nur übrig, auf Q_1 zurückzugreifen und, falls dieses zu groß sein sollte, eine Teilung desselben durch 2, 3 oder 4 vorzunehmen, wobei dann das gesamte Q_1 durch 2, 3 oder 4 Laufräder, entweder getrennt oder auf gemeinsamer Welle sitzend, verarbeitet wird. (Zwillingsturbine, Zwillingsturbine gekuppelt mit einfacher Turbine und Doppelzwillingsturbine.)

Erweist sich aber das Q_1 als zu klein, so muß statt der Francis-Turbine eine „Löffel-Turbine" (Peltonrad u. s. w.) oder eine „Schwamkrug-Turbine" gewählt werden, welche Systeme infolge ihrer teilweisen Beaufschlagung durch einen oder mehrere freie Wasserstrahlen und ihres frei zu wählenden Laufraddurchmessers sich zur Ausnützung auch sehr kleiner Wassermengen bei annehmbaren, d. h. nicht zu hohen Drehzahlen eignen.

Zur besseren Veranschaulichung des Gesagten mögen nachstehende zwei Rechnungsbeispiele dienen:

Beispiel I. Es sei gegeben eine auf 1 m Gefälle bezogene Wassermenge $Q_1 = 10{,}0$ cbm. Verlangt sei $n_1 = 55$. Örtliche und Betriebsverhältnisse lassen Turbine mit liegender Welle im offenen Schacht wünschenswert erscheinen und es sei deshalb $D_1 = 1{,}2$ m angenommen.

Nach Gleichung V wird:

$$S_r = \frac{10}{1{,}2^2 \cdot 0{,}75} = 9{,}26.$$

Es ist also ganz unmöglich, die gegebene Wassermenge mit einem Laufrad von 1,2 m Durchmesser zu verarbeiten, weil S_r nach Fig. 97 höchstens ungefähr gleich 3 sein kann. Wir wählen daher vier Laufräder und erhalten:

$$S_r = \frac{9{,}26}{4} = 2{,}315,$$

welcher Wert unterhalb der oberen Grenze ($S_r \cong 3$) liegt. Es soll auf $S_r = 2{,}5$ aufgerundet werden, womit eine bei technischen Rechnungen jederzeit vorzusehende Reserve von $\frac{(2{,}5 - 2{,}315)}{2{,}315} \cdot 100 = 8$ v. H. sich ergibt.

Aus Gleichung VI ergibt sich dann weiter:

$$u_1 = \frac{1{,}2 \cdot 55}{19{,}1} = 3{,}455,$$

also ebenfalls ein ausführbarer Wert.

Die vier Laufräder können alle auf derselben Welle Platz finden. (Doppelzwillingsturbine.) Doch wird man kaum mehr als vier Laufräder auf einer Welle unterbringen, weil der Wasserbau und die Lagerung der Welle zu Komplikationen führen, was nebenbei erwähnt sei.

Beispiel II. Gegeben sei ein $Q_1 = 0{,}002$ cbm bei beliebiger Tourenzahl.

Ein $D_1 = 0{,}2$ m angenommen wird nach Gleichung V:

$$S_r = \frac{0{,}002}{0{,}2^2 \cdot 0{,}75} = 0{,}066.$$

Wir erhalten also trotz eines Laufraddurchmessers von nur 200 m/m ein unterhalb der zulässigen Grenze: $S_r \cong 0{,}1$ liegendes S_r und indem $D_1 < 200$ m/m nicht gut ausführbar ist, (Siehe Seite 68 rechts oben) so muß im vorliegenden Falle an Stelle der Francis-Turbine eine Freistrahlturbine (Peltonrad oder dergl.) gewählt werden.

Die „Kurve der $\delta_{n(1/1)}$" in Fig. 96 ist eine Gerade, gegeben durch die beiden Werte: $\delta_{n(1/1)} = 8$ bezw. 13 v. H. für $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}2$ bezw. 0,5. Aus ihr ergibt sich alsdann die „Kurve der $w_{n(1/1)}$", ($w_{n(1/1)} = \sqrt{2g \cdot \delta_{n(1/1)}}$) welche nach Fig. 96 leicht nach oben gekrümmten Verlauf zeigt. Für

konstantes $y_{(1/1)}$ für alle Werte $\frac{b_0}{D_1}$ zur Voraussetzung hätte. Unsere $y_{(1/1)}$Kurve steigt aber in Wirklichkeit mit zunehmendem $\frac{b_0}{D_1}$ von 0 ausgehend erst rasch und dann immer langsamer, im Übrigen aber durchweg stetig an. Dem mit $\frac{b_0}{D_1} = 0$ ebenfalls zu Null werdenden $y_{(1/1)}$ entsprechend, verläuft auch die Kurve der relativen Schluckfähigkeiten mit zu Null werdendem $\frac{b_0}{D_1}$ nach dem Ursprung zu.

$\frac{b_0}{D_1} = 0{,}2$ nähert sie sich stark der Kurve der $y_{(1/1)}$, es ist hier mit ziemlicher Annäherung $w_{n(1/1)} \cong y_{(1/1)}$, wie auf Seite 66 links erwähnt. (Genau $w_{n(1/1)} = 1{,}255$ gegen $y_{(1/1)} = 1{,}2$.) Im Übrigen nehmen die Werte $y_{(1/1)}$ von $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}2$ ab nach oben langsamer zu als die Werte von $w_{n(1/1)}$, während von $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}2$ ab nach unten die $y_{(1/1)}$ rasch und rascher fallen und mit $\frac{b_0}{D_1} = 0$ auch gleich 0 werden, die $w_{n(1/1)}$ aber nur langsam kleiner werden und mit $\frac{b_0}{D_1} = 0$ den Wert 0,96 erreichen.

Wiederholt sei nun hervorgehoben, daß die $y_{(1/1)}$ und $w_{n(1/1)}$ in Fig. 96 nur praktisch erprobte Durchschnittswerte für Turbinen mittlerer Größe darstellen und gegebenenfalls natürlich nach Bedarf geändert werden können, nach Lage einer gegebenen Aufgabe unter Umständen sogar geändert werden müssen.*) Dasselbe gilt von den in Fig. 98 dargestellten Werten der $\frac{D_{2m}}{D_1}$, welche insbesondere bei Turbinen mit relativer Schluckfähigkeit gleich 1 und darüber einer entsprechenden Richtigstellung bedürfen, je nachdem eine Turbine mit sehr großem oder sehr kleinem D_1 entworfen werden soll. Bei großen Turbinen werden größere, bei kleinen kleinere Werte von $\frac{D_{2m}}{D_1}$ am Platze sein und dann wird man allgemein für Umfangsgeschwindigkeiten größer als 2,9 zur möglichsten Vermeidung der pumpenden Wirkung bei kleineren Beaufschlagungen durchweg größere Werte von $\frac{D_{2m}}{D_1}$ anstreben, weil, wie wir in § 12 gesehen haben, größere Umfangsgeschwindigkeiten bei gleich guten Eintrittsverhältnissen größere Werte von $\frac{D_{2m}}{D_1}$ zulassen. Nähres hierüber werden wir noch bei den Schaufelschnitten in Heft II erfahren.

Wir haben im Vorstehenden gesehen, daß ein sogenannter Laufradsatz alle möglichen Laufräder gleichen Durchmessers und zwischen den Grenzen 0,1 und 3 (genau zwischen 0,096 und 2,92) liegender relativer Schluckfähigkeit umfaßt. Dem muß nun noch hinzugefügt werden, daß Laufräder aller möglichen Durchmesser und derselben relativen Schluckfähigkeit eine sogenannte „Laufradserie“ bilden, wobei als praktische Ausführungsgrenzen $D_1 = 0{,}2$ m nach unten und $D_1 = 2{,}5$ m nach oben gelten können. Turbinen mit $D_1 < 0{,}2$ m erhalten unpraktisch kleine und solche mit $D_1 > 2{,}5$ m unpraktisch große Dimensionen und man geht deshalb nicht gerne über diese Grenzen hinaus.

Seither haben wir die Laufräder nur nach Durchmesser und relativer Schluckfähigkeit unterschieden und wir müssen dieselben nun auch noch hinsichtlich ihrer Umfangsgeschwindigkeit kennzeichnen, denn es ist klar, daß ein Laufrad beliebiger relativer Schluckfähigkeit theoretisch alle nach § 9 möglichen Umfangsgeschwindigkeiten besitzen kann. Es sind wieder rein praktische Verhältnisse, welche dazu Veranlassung geben, die Umfangsgeschwindigkeit in gewisse Beziehung zum Laufraddurchmesser und zur relativen Schluckfähigkeit zu bringen. In dieser Hinsicht haben sich der Hauptsache nach folgende Erfahrungsregeln herausgebildet:

I. Normaltypen,

also Laufräder mit relativer Schluckfähigkeit = 1 werden für $D_1 = 0{,}2$ bis 0,5 m nur für 2,9 m Umfangsgeschwindigkeit gebaut. (Bleibender Winkel $\beta_1 = 90^0$.) Von $D_1 = 0{,}6$ bis etwa 1,4 m dagegen baut man Normaltypen für Umfangsgeschwindigkeiten von 2,9 ÷ 3,5 m, während Normaltypen von $D_1 = 1{,}5$ bis 2,0 m für gewöhnlich Umfangsgeschwindigkeiten von 3,2 bis 3,5 m erhalten. Für $D_1 > 2{,}0$ m kommen Normaltypen heute nur noch selten zur Anwendung.

II. Laufräder mit relativer Schluckfähigkeit kleiner als 1.

Dieselben erhalten meist für alle zwischen 0,2 und 1,5 m möglichen Laufraddurchmesser Umfangsgeschwindigkeiten zwischen 2,5 und 3,5 m und zwar naturgemäß gewöhnlich kleinere Geschwindigkeiten für kleinere, größere für größere Laufraddurchmesser. Unter 2,5 m Umfangsgeschwindigkeit geht man (wie bereits mehrfach erwähnt) nur ungern herunter und wenn nicht zu umgehen, wird man bei kleineren Durchmessern noch Umfangsgeschwindigkeiten zwischen $u_{1\,min} = \frac{c_e^2}{2\,c_e' \cdot \cos \alpha_{1\,(3/4)}}$ und $u_1 = 2{,}5$ m zulassen. Derartige Laufräder, wenn für Regulierturbinen verwendet, gehören jedoch zu den heikelsten Problemen des modernen Turbinenbaues und es ist beim Entwurf solcher die größte Vorsicht zu gebrauchen. In dieser Hinsicht darf besonders auf den diesbezüglichen Inhalt der §§ 12 und 13, sowie auf Seite 64 und das Rechnungsbeispiel B in § 17 verwiesen werden. Laufräder mit relativer Schluckfähigkeit kleiner als 1 werden nur selten mit Durchmessern größer als 1,5 m gebaut.

III. Laufräder mit relativer Schluckfähigkeit größer als 1.

Solche Laufräder werden im Allgemeinen mit Durchmessern von 0,5 bis 2,5 m und Umfangsgeschwindigkeiten zwischen 2,9 und 3,5 m gebaut, wobei die kleinen Umfangsgeschwindigkeiten in der Hauptsache wieder für

---

*) Im Allgemeinen ist dringend zu empfehlen, zur Schaffung planmäßiger „Laufradsätze“ und „Laufradserien“, welch Letztere wir im Folgenden gleich kennen lernen werden, Kurven der $y_{(1/1)}$ und $w_{n(1/1)}$ gleich oder ähnlich denjenigen in Fig. 96 zur Nachachtung bei Neukonstruktionen aufzustellen, wobei die Werte $y_{(1/1)}$ zur Klassifizierung der Laufräder streng einzuhalten sind, während die $w_{n(1/1)} \cong w_{3(1/1)}$ als Mittelwerte gelten und nach Bedarf geändert werden können in der Weise, daß die Ausgußdurchmesser D_3 jeweils passende, runde Maße erhalten. Hierbei werden im Allgemeinen naturgemäß für große Laufräder kleinere und für kleine Laufräder größere Werte von $w_{n(1/1)}$ verwendet werden, entsprechend dem in der Natur der Sache begründeten Umstande, daß die auf Seite 66 angegebenen Durchschnittswerte $\frac{D_3^2}{D_1^2} \cong 0{,}9$ und $\frac{a_2}{a_2 + s_2} \cong 0{,}88$ mit kleiner werdendem D_1 abnehmen.

kleine, die großen für große Laufraddurchmesser in Frage kommen.

Umfangsgeschwindigkeiten zwischen 3,5 und 3,8 m verwendet man nur in Ausnahmsfällen, weil mit über 3,5 m hinaus zunehmendem u_1 die Austrittsverluste und die Verluste durch Pumpwirkung des Laufrades mit abnehmender Beaufschlagung rasch wachsen.

Bezüglich der Aufstellung eines Programmes zur Schaffung planmäßiger Laufradserien ist noch zu bemerken, daß aus naheliegenden Gründen wirtschaftlicher Natur weise Beschränkung der Zahl der Serien am Platze ist. Man wählt deshalb die Abstufungen der Serien nach relativer Schluckfähigkeit und Umfangsgeschwindigkeit möglichst groß etwa wie folgt:

$$S_r = 0{,}25;\ 0{,}5;\ 1{,}0;\ 1{,}6;\ 2{,}2 \text{ und } 3,$$
$$u_1 = 2{,}6;\ 2{,}9;\ 3{,}2 \text{ und } 3{,}5 \text{ m}.$$

Die Wahl zweier, zusammen eine Laufradserie bedingenden Werte von S_r und u_1 betreffend, darf auf das vorstehend unter I; II und III Gesagte verwiesen werden.

Um mit einer gegebenen Anzahl von Laufradserien ein möglichst weites Feld beherrschen und infolge der gegebenen Werte von S_r und u_1 unvermeidliche Sprünge in den Drehzahlen ausgleichen zu können, dürfen die Werte von u_1 um ± 5 v. H. variiert werden, ohne daß im Allgemeinen nennenswerte Unzuträglichkeiten hinsichtlich der Nutzeffekte und der Lebensdauer der Turbinen (Korrosion bei höheren Gefällen) zu erwarten wären und ohne daß deren Schluckfähigkeit wesentlich sich änderte. Manche Fabriken lassen u_1 sogar um 8 bis 12 v. H. variieren und machen dafür die Abstufungen von u_1 entsprechend größer.

Wir sehen also, daß der moderne Turbinenbauer seine Laufradtypen nach Durchmesser, relativer Schluckfähigkeit und Umfangsgeschwindigkeit unterscheidet. Laufräder gleichen Durchmessers, derselben Umfangsgeschwindigkeit und aller möglichen relativen Schluckfähigkeiten bilden zusammen einen Laufradsatz, während Laufräder gleicher relativer Schluckfähigkeit, derselben Umfangsgeschwindigkeit und aller möglichen Durchmesser eine Laufradserie darstellen. Für die Laufraddurchmesser werden stets runde Zahlen und gewöhnlich von 50 zu 50 m/m, bei größeren Durchmessern, etwa von $D_1 = 1000$ m/m ab von 100 zu 100 m/m steigend angenommen. Man baut also Laufräder von $D_1 = 200$; 250; 300 u.s.w. bis 2300; 2400 und 2500 m/m Durchmesser und benennt sie dann Größe 2 bezw. abgekürzt Gr. 2; Gr. 2,5 u.s.f. bis Gr. 24 und Gr. 25. Zur Kennzeichnung der relativen Schluckfähigkeit und der Umfangsgeschwindigkeit setzt man diese als Kennziffern in Bruchform hinzu, wobei die Ziffer der relativen Schluckfähigkeit in den Zähler und die Umfangsgeschwindigkeit in den Nenner geschrieben wird. Man bezeichnet also z. B. eine Normaltype von 1200 m/m Laufraddurchmesser und 2,9 m Umfangsgeschwindigkeit mit: Gr. $12\frac{1}{2,9}$ oder einen Schnellläufer von 1500 m/m Laufraddurchmesser, der relativen Schluckfähigkeit 2 und 3,5 m Umfangsgeschwindigkeit mit: Gr. $15\frac{2}{3,5}$.

Wir gehen nun weiter zu § 14 und sehen in demselben, wie der Übertritt des Wassers vom Leitapparat zum Laufrad, also von Punkt 0 zu Punkt 1 sich vollzieht und wir leiteten aus der gefundenen Bahn des Wassers, dem absoluten Wasserweg zwischen den Punkten 0 und 1, wichtige Grundsätze für die Formgebung und den Entwurf der drehbaren Leitschaufeln her. Auf die weitere Ausgestaltung der Leitapparate werden wir in Heft II zurückkommen.

Paragraph 15 brachte uns schließlich die Verallgemeinerung unserer Turbinentheorie und als wichtigstes Ergebnis zunächst die Erkenntnis, daß die Druck- und Geschwindigkeitsverhältnisse im Leitapparat jeder Francis-Turbine über die ganze Breite b_0 homogen (gleichartig) sind, wonach das Eintrittsdreieck und damit das Charakteristikum x für eine bestimmte Beaufschlagung als unveränderlich aufzufassen ist. (Siehe auch Fußnote Seite 79.) Damit ergab sich dann auf Seite 53 die Abhängigkeitsgleichung der v_2:

$$v_{2a(\lambda)}^2 - v_{2i(\lambda)}^2 = u_{2a}^2 - u_{2i}^2 = \text{konst.} \quad \ldots\ldots \quad \text{VII.)}$$

Mit Hilfe dieser Gleichung konnten wir für verschiedene Beaufschlagungen die relativen Austrittsgeschwindigkeiten über den ganzen Laufradaustritt bestimmen, womit die eigentliche Grundlage für den Entwurf des Laufrades gegeben war und worauf wir im Folgenden gleich weiter eingehen werden.

Ferner erkannten wir in § 15, daß die Bestimmung der Eintrittsverhältnisse von Francis-Turbinen im Allgemeinen unter der Annahme erfolgen darf, daß zwischen der Beaufschlagung der Turbine und dem v_2 des mittleren Austrittsdurchmessers $D_{2m} = \frac{D_{2a} + D_{2i}}{2}$ Proportionalität bestehe, wobei dann natürlich die grundlegende Annahme für den Laufradaustritt auf das dem Durchmesser D_{2m} zugehörige $v_{2m(1/1)}$ bezogen werden muß. (Siehe auch § 18. Nachträge.) Damit wird aber eine Richtigstellung der Beziehungen III und IV auf Seite 64 notwendig und wir müssen dieselben nunmehr schreiben:

$$u_{1\,min} = \frac{c_e^2}{2\,c'_{e\,m} \cdot \cos\alpha_{1\,(3/4)}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{IIIa.)}$$

und: $$v_{2m(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_{2m}, \text{ höchstens aber} = c'_{e\,m}$$
und dann möglichst auch $= u_1$ IVa.)

Haben wir also für einen gegebenen Fall mit Hilfe der Beziehung IVa) $v_{2m(1/1)}$ bestimmt, wobei natürlich auf Grund der Fig. 96 und 98 das Laufradprofil vorläufig festgelegt sein muß, so sind damit nicht nur die Eintrittsverhältnisse bedingt, sondern es kann weiter nach dem Vorgange in den Fig. 87, 92 und 94 die Kurve der $v_{2(1/1)}$ konstruiert werden. Es liegen alsdann für alle Austrittsdreiecke neben den Werten für u_2 die $v_{2(1/1)}$ fest, so daß zur Bestimmung dieser selbst nur noch $w_{n(1/1)}$ dem vorliegenden Werte von $\frac{b_0}{D_1}$ entsprechend aus Fig. 96 zu entnehmen ist. (Siehe auch die drei Rechnungsbeispiele des § 17.) Zumeist wird man $w_{n(1/1)}$ über die ganze Austrittsbreite konstant halten, je nachdem jedoch die Verhältnisse liegen und verschiedenes $w_{n(1/1)}$ gerechtfertigt erscheint, kann man von dieser Regel abweichen, wobei gewöhnlich für den mittleren Austrittsdurchmesser D_{2m} das betreffende $w_{n(1/1)}$ der Fig. 96 als Durchschnittswert beibehalten wird. Im Allge-

meinen greift man jedoch seltener zu dieser Maßregel und es sind diese Verhältnisse dann im Einzelnen von Fall zu Fall zu beurteilen, wobei praktische Erfahrungen unter Umständen eine große Rolle spielen. Für Turbinen mit kleinem $\frac{b_0}{D_1}$ nimmt man $w_{n(^3/_4)}$ als konstant an, womit sich konstantes a_2 ergibt. (Siehe Seite 74.)

Wie bereits auf Seite 64 erwähnt, haben wir in § 12 gesehen, welch bedeutenden Einfluß das Durchmesserverhältnis $\frac{D_2}{D_1}$ auf die Eintrittsverhältnisse der Francis-Turbine ausübt, und daß kleine Werte von $\frac{D_{2m}}{D_1}$ in dieser Hinsicht im Allgemeinen günstiger sind als große. Kleineres $\frac{D_{2m}}{D_1}$ bedingt aber, wie wir in § 15 gesehen haben, bei Turbinen mit hoher relativer Schluckfähigkeit nach Art der Normaltype Fig. 84 oder gar des erweiterten Laufradprofiles Fig. 85 relativ große Verschiedenheit von D_{2a} und D_{2i}, wodurch die in den meisten Fällen unvermeidliche und in keinem Falle günstige pumpende Wirkung des Laufrades bei kleinen Beaufschlagungen gefördert wird. Wir sehen also, daß bei Turbinen mit hoher relativer Schluckfähigkeit die anzustrebenden günstigen Eintrittsverhältnisse einerseits und die bei kleinen Beaufschlagungen sich einstellende, nach Möglichkeit zu vermeidende Pumpwirkung des Laufrades andererseits Gegensätze bilden, welche niemals zu vereinbaren sind.

Indem nun aber nach § 12 bei höheren Umfangsgeschwindigkeiten auch größere Werte von $\frac{D_{2m}}{D_1}$ noch günstige Eintrittsverhältnisse ermöglichen, so führt man Turbinen von hoher relativer Schluckfähigkeit meist mit möglichst geringer Laufradtiefe T, (Siehe Fig. 85) also größerem $\frac{D_{2m}}{D_1}$ und hohen Umfangsgeschwindigkeiten aus, wobei neben guten Eintrittsverhältnissen relativ geringe Pumpwirkung des Laufrades erzielt wird. —

Hierbei ist jedoch nicht außer Acht zu lassen, daß nach § 9 Fig. 56 die Verwendung höherer Umfangsgeschwindigkeiten mit abnehmender Beaufschlagung raschere Zunahme des Austrittsverlustes nach sich zieht, so daß Alles in Allem mit Turbinen von hoher relativer Schluckfähigkeit niemals so gute Durchschnittsnutzeffekte erreicht werden können als mit solchen von geringerer relativer Schluckfähigkeit.

Bei Turbinen mit geringer und kleinster relativer Schluckfähigkeit ist man dagegen in der Lage, D_{2a} und D_{2i} möglichst wenig verschieden von einander zu wählen. Man kann sich also bei solchen Turbinen dem idealen Falle einer zylindrischen Laufradaustrittsfläche mehr und mehr nähern, so daß eine pumpende Wirkung ausgeschlossen ist, oder aber erst bei Beaufschlagungen auftritt, welche unterhalb der praktisch unteren Beaufschlagungsgrenze liegen und somit belanglos sind. In solchen Fällen ist die Verwendung kleinster Werte von $\frac{D_{2m}}{D_1}$ zur Erzielung günstiger Eintrittsverhältnisse und durchschnittlich geringerer Austrittsverluste möglich und stets unter allen Umständen anzustreben. (Siehe auch Zeile 5 bis 9 vom Schluß des § 12.)

Es wird also hohe relative Schluckfähigkeit sowohl, als auch hohe Umfangsgeschwindigkeit den auf verschiedene Beaufschlagungen bezogenen Durchschnittsnutzeffekt herabmindern. Beide Prinzipien, Vielschlucken einerseits und Raschlaufen andererseits, sind aber Hilfsmittel, um eine gegebene Wassermenge mit möglichst hoher Drehzahl zu verarbeiten, und die Erfahrung lehrt, daß die durchschnittliche Herabminderung des Nutzeffektes infolge Vielschluckens bei gleicher Wirkung hinsichtlich hoher Drehzahl geringer ist als infolge entsprechenden Raschlaufens. Es muß deshalb Vielschlucken in erster Linie und als wichtigstes Prinzip zur Erreichung hoher Drehzahlen genannt werden und erst in zweiter Linie kommt hierfür das Raschlaufen, die hohe Umfangsgeschwindigkeit in Frage.

Zusammenfassend kann nach dem Vorhergehenden gesagt werden: Beste Nutzeffekte für alle Beaufschlagungen ergeben Laufräder mit normaler Umfangsgeschwindigkeit, ($u_1 \cong 2{,}9$) kleinsten Werten von $\frac{D_{2m}}{D_1}$ und größtmöglicher Annäherung von D_{2a} an D_{2i}. Die Richtigkeit dieses Satzes ist durch die Erfahrung vollauf bestätigt und es ist derselbe beim Entwerfen von Laufrädern als idealer Fall stets im Auge zu behalten.

Fig. 98.

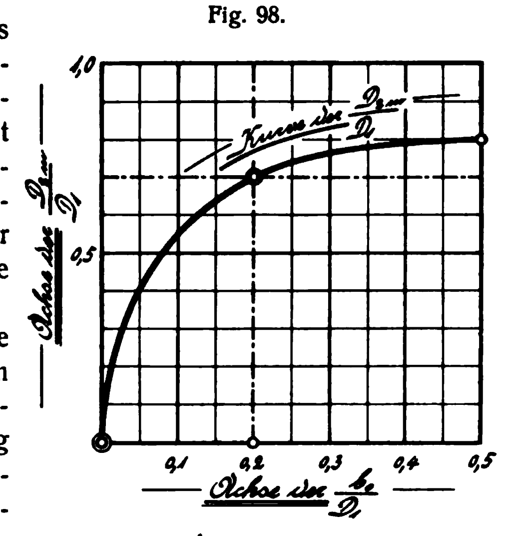


Fig. 98 zeigt die bereits mehrfach erwähnte graphische Darstellung guter Durchnittswerte des Durchmesserverhältnisses $\frac{D_{2m}}{D_1}$, nach Verhältnissen $\frac{b_0}{D_1}$ geordnet. Für Normaltypen $\left(\frac{b_0}{D_1} = 0{,}2\right)$ ist demnach $\frac{D_{2m}}{D_1} \cong 0{,}7$, während für $\frac{b_0}{D_1} = 0$ auch $\frac{D_{2m}}{D_1} = 0$ ist. Denn $\frac{b_0}{D_1} = 0$ bedingt unendlich großes D_1, also auch $\frac{D_{2m}}{D_1} = 0$. Für $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}5$ ist $\frac{D_{2m}}{D_1} \cong 0{,}8$. Im Übrigen darf bezüglich der Wahl anderweitiger, von den Werten in Fig. 98 abweichender Verhältnisse $\frac{D_{2m}}{D_1}$ auf Seite 68 links und auf das Heft II verwiesen werden.

Zum Schluß mögen noch einige Aufklärungen bezüglich der durch den Stoß des Wassers am Laufradeintritt verursachten Energieverluste und der mit diesen Verhält-

nissen zusammenhängenden Wahl des bleibenden Winkels β_1 gegeben werden.

Die Stoßverhältnisse bei Umfangsgeschwindigkeiten kleiner, gleich oder größer als 2,9 sind in erschöpfender Weise ohne Weiteres nicht gut zu behandeln und es wurde daher vorgezogen, deren eingehenderes Studium einer getrennten Behandlung in den drei Rechnungsbeispielen des § 17 vorzubehalten.

Wie bereits in der Fußnote auf Seite 38 rechts bemerkt, zeigt es sich in diesen drei Beispielen, daß die volle Geschwindigkeitshöhe $\frac{u_s^2}{2g}$ als Verlust in Rechnung zu stellen ist:

1.) bei Winkel $\beta_1 = 90^0$ für alle Beaufschlagungen
2.) „ „ $\beta_1 < 90^0$ „ Beaufschlagungen $> \lambda_g$
3.) „ „ $\beta_1 > 90^0$ „ „ „ $< \lambda_g$.

Bei Winkeln β_1 kleiner als 90° und Beaufschlagungen kleiner als λ_g, sowie bei Winkeln β_1 größer als 90° und Beaufschlagungen größer als λ_g tritt dagegen nur die Geschwindigkeitshöhe $\frac{u_{sn}^2}{2g}$ als Stoßverlust auf, während die Geschwindigkeitshöhe $\frac{u_{st}^2}{2g}$ nutzbar gemacht wird, weil u_{st} im Sinne des Wasserdurchflusses wirksam ist. (Siehe Fig. 114 und 127.) Im Übrigen darf in dieser Hinsicht auf § 17 verwiesen werden.

In den Fußnoten Seite 38 links und Seite 41 rechts wurde bereits darauf hingewiesen, daß bei Umfangsgeschwindigkeiten kleiner oder größer als 2,9 der bleibende Winkel β_1 dem theoretischen Eintrittsdreieck einer Beaufschlagung größer oder kleiner als $^3/_4$ entnommen werde und daß bei raschlaufenden Turbinen mit kleinem $\frac{b_0}{D_1}$ unter Umständen sogar β_1 so klein gewählt werde, daß für sämtliche Beaufschlagungen Stoß des Wassers der Drehrichtung des Laufrades entgegen sich ergibt. Auch hierüber findet sich Näheres in den drei Beispielen des folgenden § 17.

---

§ 17.

Rechnungsbeispiele.

Wir stellten im vorhergehenden Paragraphen die wichtigsten Ergebnisse unserer seitherigen Untersuchungen in kurzer, übersichtlicher Form zu einer, den Bedürfnissen des praktischen Konstrukteurs entsprechenden Rechnungsgrundlage zusammen und es sollen als deren Anwendung im Nachstehenden noch drei Rechnungsbeispiele durchgeführt werden.

Zunächst werde in einem einfachen Beispiel für $u_1 \cong 2,9$ ($\beta_1 = 90^0$) das Laufradprofil bestimmt und die Berechnung der Nutzeffekte für die vier charakteristischen Beaufschlagungen $\lambda = {}^1/_1$; $^3/_4$; $^1/_2$ und $^1/_4$ durchgeführt, zu welchem Zwecke die Verhältnisse am Eintritt wie am Austritt des Laufrades einer noch eingehenderen Behandlung unterzogen werden müssen als seither. Alsdann wird noch je ein Beispiel einer langsamer und einer rascher laufenden Turbine folgen, wobei insbesondere die Beurteilung der Eintrittsverhältnisse bei $u_1 <$ oder $> 2,9$ die nötige Beachtung finden soll. In Heft II werden dann an erster Stelle die Schaufelschnitte für die im vorliegenden Paragraphen behandelten Rechnungsbeispiele durchgeführt werden, wodurch diese die erwünschte konstruktive Ergänzung erfahren.

Hierzu ist zu bemerken, daß es ohne Kenntnis der, Gegenstand des Heftes II bildenden Schaufelschnitte nicht gut möglich ist, weniger einfache Beispiele, wie etwa Normaltypen, also Laufräder mit $\frac{b_0}{D_1} = 0,2$ und darüber, für verschiedene Beaufschlagungen nachzurechnen und wir wollen unsere Betrachtungen daher auf einfachere Beispiele, also auf Laufräder mit unter 0,2 liegenden Werten von $\frac{b_0}{D_1}$ beschränken. Die Eintrittsverhältnisse solcher Turbinen unterscheiden sich gegenüber denen von Turbinen mit $\frac{b_0}{D_1} = 0,2$ und darüber prinzipiell in keiner Weise, wogegen die Verhältnisse am Laufradaustritt bei Turbinen der letztgenannten Art ungleich verwickelter sich gestalten und es muß deshalb die Nachrechnung derartiger Turbinen für verschiedene Beaufschlagungen der Behandlung in Heft II vorbehalten werden.

Wir haben im Verlauf unserer bisherigen Betrachtungen bereits erkannt, daß es rationell und unbedingt zu empfehlen ist, alle Turbinenberechnungen auf einheitlicher Grundlage durchzuführen, d. h., denselben ein Gefälle von 1 m zu Grunde zu legen und es soll dieses Prinzip für unsere künftigen Betrachtungen ein für allemal beibehalten werden.

Die sec. Wassermenge, welche eine für 1 m Gefälle berechnete Turbine verarbeitet, bezeichneten wir mit Q_1 und deren entsprechende Drehzahl mit n_1. Findet eine solche Turbine dann für ein beliebiges Gefälle H Verwendung, so wird sie die Wassermenge:

$$Q = Q_1 \cdot \sqrt{H} \text{ cbm.}$$

verarbeiten und hierbei:

$$n = n_1 \cdot \sqrt{H}$$

Umdrehungen in der Minute machen müssen.

Während nun die Leistung der Turbine bei 1 m Gefälle unter Voraussetzung eines Wirkungsgrades $\eta = 75$ v. H.:

$$N_1 = \frac{1000 \cdot Q_1 \cdot 1}{75} \cdot 0,75 = 10 \cdot Q_1 \text{ P.S.}$$

beträgt, wird dieselbe bei H m Gefälle:

$$N = \frac{1000 \cdot Q_1 \cdot \sqrt{H} \cdot H}{75} \cdot 0,75 = 10 \cdot Q_1 \cdot H^{\frac{3}{2}}$$

oder:

$$N = N_1 \cdot H^{\frac{3}{2}} \text{ P.S.}$$

betragen. Wir geben also den für 1 m Gefälle geltenden Konstruktionsdaten den Index 1 und erhalten so die Wassermenge Q_1, die Drehzahl n_1 und die Leistung N_1.

Rechnungsbeispiel A:

Gegeben sei eine Wassermenge $Q = 0{,}80$ cbm und ein Nettogefälle $H = 9{,}3$ m. Verlangt sei die minutliche Drehzahl $n = 170$ und beste Nutzeffekte für alle zwischen $\lambda = {}^1/_1$ und $\lambda = {}^1/_4$ liegenden Beaufschlagungen.

Es soll das Laufrad in seinen Hauptabmessungen berechnet und dessen Profil aufgezeichnet werden; ferner soll das vollständige Geschwindigkeitsdiagramm für die in verschiedene „Teilturbinen" zerlegte Turbine entworfen werden. Auf Grund dieses Geschwindigkeitsdiagrammes sind alsdann die Nutzeffekte und Leistungen für $\lambda = {}^1/_1$; ${}^3/_4$; ${}^1/_2$ und ${}^1/_4$ zu ermitteln.

Wir bestimmen in erster Linie Q_1 und n_1.

Es wird:
$$Q_1 = \frac{Q}{\sqrt{H}} = 0{,}2625 \text{ cbm}$$

$$n_1 = \frac{n}{\sqrt{H}} = 55{,}75.$$

Wir wählen nun zur Erzielung bester Nutzeffekte innerhalb der vorgeschriebenen Grenzen $u_1 = 2{,}9$ und erhalten damit nach Gleichung VI:

$$D_1 = \frac{2{,}9}{55{,}75} \cdot 19{,}1 = 0{,}994 \text{ m.}$$

D_1 auf 1,0 m aufgerundet ergibt alsdann ein genaues:

$$u_1 = \frac{1{,}0 \cdot 55{,}75}{19{,}1} = 2{,}92 \text{ m.}$$

Nunmehr führen wir $D_1 = 1{,}0$ in Gleichung V ein und erhalten:
$$S_\tau = \frac{0{,}2625}{1^2 \cdot 0{,}75} = 0{,}35.$$

Nach Fig. 97 gehört dieses S_τ einem Verhältnis $\frac{b_0}{D_1} \cong 0{,}1$ an und wir legen:

$$b_0 = 0{,}1 \cdot D_1 = 0{,}1 \text{ m}$$

fest, womit:
$$y_{(^1/_1)} = \frac{Q_{1\,(^1/_1)}}{\pi \cdot D_1 \cdot b_0} = \frac{0{,}2625}{\pi \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}1} = 0{,}836 \text{ m}$$

sich ergibt. Für $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}1$ entnehmen wir dann ferner der Fig. 98 ein Verhältnis: $\frac{D_{2m}}{D_1} = 0{,}55$ m und als weitere wichtige Größe zur Bestimmung des Laufradprofiles benötigen wir nun noch den Durchmesser D_3 des Laufrades am Ausguß. Es wurde bereits früher erwähnt, daß die für den Ausgußquerschnitt $\frac{\pi \cdot D_3^2}{4}$ in Frage kommende Geschwindigkeit $w_{3\,(^1/_1)}$ etwa gleich der Normalkomponente $w_{n\,(^1/_1)}$ gesetzt werde, so daß, wenn analog dem auf Seite 66 links Gesagten der Koeffizient $k_2 = \frac{a_2}{a_2 + s_2}$ den infolge der Schaufelstärke am Laufradaustritt entstehenden Querschnittsverlust berücksichtigt, die Beziehung bestehen muß:

$$\frac{\pi \cdot D_3^2}{4} \cdot k_2 \cdot w_{3\,(^1/_1)} = Q_{1\,(^1/_1)}.$$

Nach Fig. 96 ist für unser $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}1$ das $w_{n\,(^1/_1)} = 1{,}115$ und wenn wir jetzt noch den Koeffizienten k_2 kennen würden, so läge der Bestimmung von D_3 nichts mehr im Wege. Indem nun aber das $w_{3\,(^1/_1)}$ natürlich nur annähernd gleich $w_{n\,(^1/_1)}$ zu setzen ist, so genügt es, wenn wir vorläufig für k_2 einen durchschnittlichen Erfahrungswert setzen und wir wählen $k_2 = 0{,}88$. Damit wird dann:

$$D_3 = \sqrt{\frac{Q_{1\,(^1/_1)} \cdot 4}{\pi \cdot k_2 \cdot w_{3\,(^1/_1)}}} = \sqrt{\frac{0{,}2625 \cdot 4}{\pi \cdot 0{,}88 \cdot 1{,}115}} = 0{,}583 \text{ m}$$

und wir runden ab auf:

$$D_3 = 580 \text{ m/m.}$$

Mit, für die vorläufige Bestimmung des Laufradprofiles genügender Annäherung muß nun auch mit Bezug auf Fig. 99 für unseren Fall eines Laufrades mit dem verhältnismäßig kleinen $b_0 = 0{,}1 \cdot D_1$ die Beziehung:

$$\pi \cdot D_{2m} \cdot k_2 \cdot b_2 \cdot w_{n\,(^1/_1)} = Q_{1\,(^1/_1)}$$

zutreffen und es ergibt sich hieraus:

$$b_2 = \frac{0{,}2625}{\pi \cdot 0{,}55 \cdot 0{,}88 \cdot 1{,}115} = 0{,}155 \text{ m} = 155 \text{ m/m.}$$

Damit sind wir in der Lage, das Laufradprofil zunächst skizzenhaft zu entwerfen wie Fig. 99 zeigt. Es sind in derselben die mit Maßen versehenen, gegebenen Größen ausgezogen gezeichnet, während das aus denselben ergänzte Profil punktiert eingezeichnet ist.

Es ist hierzu noch zu bemerken, daß zur genaueren Bestimmung der inneren Profilbegrenzung $i \div i$ ein für die vorliegenden Verhältnisse passender Wellendurchmesser $d = 120$ m/m angenommen wurde, indem ja der durch die Welle verdrängte Querschnitt für die Abführung des Wassers aus dem Laufrade nicht in Frage kommen kann und somit die Laufradbegrenzung $i \div i$ an die Welle anschließen muß.*)

Wenn wir jetzt nach Fig. 100 in den Berührungspunkten 2_i, 2_a des Kreises vom Durchmesser b_2 mit den Profillinien $i \div i$ und $a \div a$ Tangenten an Letztere legen, so erhalten wir im Schnittpunkt P dieser Tangenten einen

---

*) Nachdem bereits vorhin durch Abrundung des D_3 von 583 auf 580 m/m die Ausgußfläche F_3 des Laufrades vermindert wurde, tritt hier infolge der bei Turbinen mit liegender Welle (stehende Welle ist im vorliegenden Fall bei 9,3 m Gefälle ausgeschlossen) nicht zu umgehenden Durchführung der Welle, durch Ausgußfläche und Saugrohrkrümmer hindurch ins Freie eine weitere Querschnittsverminderung hinzu. Die für den Wasserablauf noch verbleibende Fläche ist somit:

$$F_3 = \frac{\pi}{4} \cdot (0{,}58^2 - 0{,}12^2) = 0{,}2530 \text{ qm.}$$

Mit $k_2 = 0{,}88$ gerechnet würde somit:

$$w_{3\,(^1/_1)} = \frac{0{,}2625}{0{,}2530 \cdot 0{,}88} = 1{,}18 \text{ m,}$$

während $w_{n\,(^1/_1)}$ nur 1,115 m beträgt. Wenn wir aber bedenken, daß die aus den Laufradkanälen austretenden Wasserstrahlen auf ihrem Wege bis zum Ausgußquerschnitt F_3 Gelegenheit finden werden, die vorher durch die Laufradschaufeln ausgefüllten Räume zwischen den einzelnen von ihnen wieder auszufüllen, d. h. sich bis zu einem gewissen Grade wieder zu einem geschlossenen Wasserkörper zu vereinigen, so ist wohl einleuchtend, daß der Koeffizient k_3 für die Fläche F_3 in Wirklichkeit größer als 0,88 sein und zwischen 0,88 und 1,0 liegen muß. Nehmen wir $k_3 = 0{,}94$ an, so wird:

$$w_{3\,(^1/_1)} = \frac{0{,}2625}{0{,}2530 \cdot 0{,}94} = 1{,}104 \text{ m,}$$

welcher Wert geringer als der in Fig. 96 gegebene, also zulässig ist.

brauchbaren Krümmungsmittelpunkt für unsere Austrittskurve, welche demnach als Kreisbogen mit P als Mittelpunkt und durch die Punkte 2_i, 2_a gehend, angenommen werden kann.*)

Durch die Punkte 2_i, 2_a sind uns nun die extremen Austrittsdurchmesser D_{2i} und D_{2a} vorläufig gegeben, während deren halbe Differenz:

$$\frac{D_{2a} - D_{2i}}{2} = 92 \ {}^{m}/_{m}$$

beibehalten werden kann. Wenn wir somit $D_{2m} = 550 \ {}^{m}/_{m}$ festhalten wollen, so ergibt sich:

$D_{2i} = 550 - 92 = 458$ und $D_{2a} = 550 + 92 = 642 \ {}^{m}/_{m}$ und unter Beibehaltung dieser Werte zeichnen wir nunmehr die Kurve der $v_{2(^1/_1)}$ auf, wie Fig. 101 zeigt. Zu diesem Zwecke ziehen wir erst unter Zugrundelegung von

$u_{2m} = u_1 \cdot \frac{D_{2m}}{D_1} = 2{,}92 \cdot \frac{0{,}55}{1{,}0} = 1{,}606$ die Linie der $v_2 = u_2$, worauf in bekannter Weise die Werte $c_{2m \cdot 2i}$ und $c_{2m \cdot 2a}$ graphisch bestimmt werden, wie aus Fig. 101 zu ersehen ist. Nachdem dann noch $v_{2m(^1/_1)} = v_{2m(4 \div 4)} = 1{,}333 \cdot u_{2m} = 2{,}14$ m bestimmt wurde, ist es ein Leichtes mit Hilfe der beiden in Fig. 101 links daneben gezeichneten rechtwinkligen Dreiecke $v_{2i(^1/_1)}$ bezw. $v_{2a(^1/_1)}$ und damit die Kurve der $v_{2(^1/_1)}$, in Fig. 101 mit $4 \div 4$ bezeichnet, zu bestimmen.**)

Nunmehr sind wir in der Lage, mittels der Werte der $v_{2(^1/_1)}$ bezw. $v_{2(4 \div 4)}$ unseren vorläufig nur in Bausch und Bogen festgelegten Laufradaustritt rechnerisch genau zu bestimmen und damit das Laufradprofil endgiltig festzulegen. Zu diesem Zweck teilen wir die Turbine in vier Schichten, sogenannte „Teilturbinen“, deren jede $^1/_4\, Q_{1(^1/_1)}$ verarbeiten soll. Der Berechnung legen wir hierbei natürlich nur einen Laufradkanal zu Grunde und müssen deshalb die Schaufelzahl z_2 des Laufrades wählen. Wir nehmen $z_2 = 17$ an und erhalten so die von einem Laufradkanal der Gesamtturbine zu verarbeitende Wassermenge:

$$q_{1(^1/_1)} = \frac{Q_{1(^1/_1)}}{z_2} = \frac{262{,}5}{17} = 15{,}45 \text{ ltr}$$

und die pro Laufradkanal und Teilturbine zu verarbeitende Wassermenge:

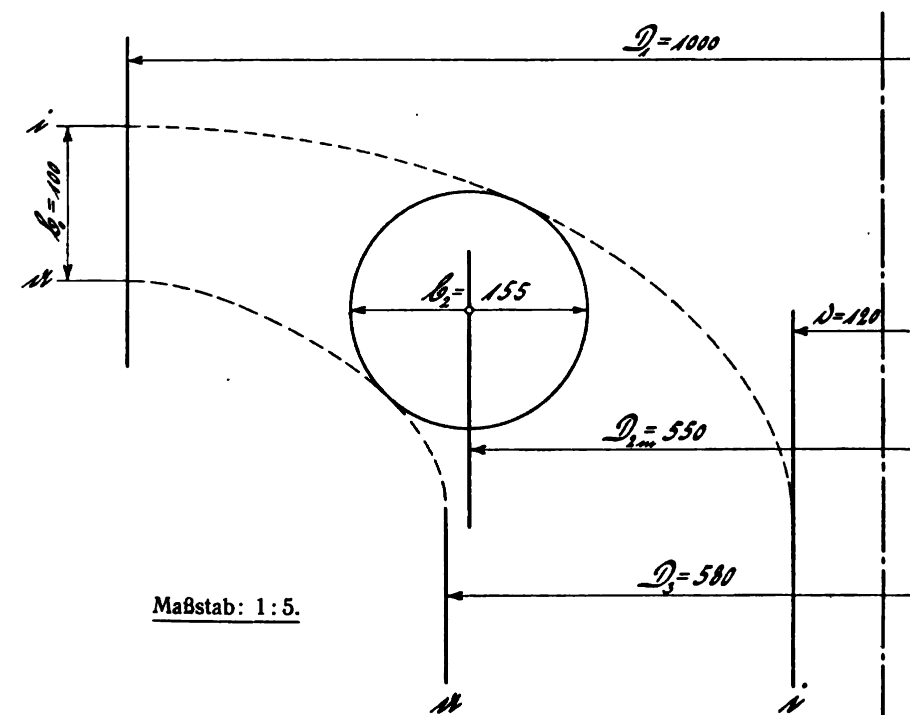
$$^1/_4\, q_{1(^1/_1)} = 3{,}8625 \text{ ltr.}$$

Wenn wir alsdann die Austrittsbreite einer Teilturbine mit Δb_2 und das $v_{2(4 \div 4)}$ des mittleren Austrittsdurchmessers derselben mit $v_{2m(4 \div 4)I}$; $v_{2m(4 \div 4)II}$ u.s.f. bezeichnen, so muß beispielsweise für die Teilturbine I die Beziehung bestehen:

$a_2 \cdot \Delta b_{2I} \cdot v_{2m(4 \div 4)I} = {}^1/_4\, q_{1(^1/_1)} = 3{,}8625$ ltr.

Hierin sind a_2, Δb_{2I} und $v_{2m(4 \div 4)I}$ unbekannt ($v_{2m(4 \div 4)I}$ ist jedoch gegeben, sobald Δb_{2I} bestimmt ist und kann alsdann der Fig. 101 entnommen werden, wie wir später sehen werden) und wir müssen uns zunächst Ersteres verschaffen. Der Einfachheit halber, und da wir es im vorliegenden Beispiel mit einer Turbine von kleinem $\frac{b_0}{D_1}$ zu tun haben, wählen wir a_2 = konstant und erhalten damit

Fig. 99.



*) Die Austrittskurve nehmen wir im Interesse eines einfachen Rechnungs- und Konstruktionsvorganges als in einer, durch die Turbinenachse gehenden Ebene, in Fig. 100 und 101 also in der Zeichenebene liegend an.

Es ist zu empfehlen, diese grundlegende Annahme beim Berechnen und Entwerfen von Laufrädern wenn irgend möglich beizubehalten, was bei rationeller Wahl der in Frage kommenden Konstruktionsgrößen in den meisten Fällen auch möglich ist. Nur bei Turbinen von großer relativer Schluckfähigkeit wird man im Interesse einer rationellen Laufradkonstruktion unter Umständen von dieser Annahme abweichen, doch lassen sich Regeln in dieser Hinsicht nicht aufstellen.

**) Diese Bezeichnung der $v_{2(^1/_1)}$ Kurve mit $4 \div 4$ hat folgende Begründung. Wir haben in § 15 gesehen, daß es eine sehr umständliche und zeitraubende Arbeit ist, die zu einer bestimmten, gegebenen Beaufschlagung gehörige v_2 Kurve zu bestimmen. Statt deshalb zur Berechnung der Austrittsverluste für die charakteristischen Beaufschlagungen $^1/_1$; $^3/_4$; $^1/_2$ und $^1/_4$ die Kurven der $v_{2(^1/_1)}$; $v_{2(^3/_4)}$; $v_{2(^1/_2)}$ und $v_{2(^1/_4)}$ mühsam festzulegen, bedient man sich der ungleich rationelleren Methode, $v_{2m(^1/_1)}$ in vier gleiche Teile zu teilen, für die so erhaltenen vier verschiedenen v_{2m} (deren zugehörige Beaufschlagungen uns vorläufig gleichgültig sind) die v_2 Kurven $4 \div 4$; $3 \div 3$; $2 \div 2$ und $1 \div 1$ zu konstruieren und für dieselben die zugehörigen Wassermengen und Austrittsverluste zu bestimmen, was, wie wir im Folgenden gleich sehen werden, ohne jede Schwierigkeit auf direktem Wege geschehen kann. Wenn man alsdann die gefundenen Austrittsverluste, nach Wassermengen geordnet, graphisch darstellt, so erhält man eine „Kurve der Austrittsverluste“, welcher ohne Weiteres die den charakteristischen Beaufschlagungen zugehörigen Austrittsverluste entnommen werden können, wie Fig. 105 erkennen läßt.

Wir werden uns also an Stelle der Kurven $v_{2(^1/_1)}$; $v_{2(^3/_4)}$ u.s.w. sowie der Geschwindigkeiten $v_{2(^1/_1)}$; $v_{2(^3/_4)}$ u.s.w. künftig stets der v_2 Kurven $4 \div 4$; $3 \div 3$ u.s.w. sowie der Geschwindigkeiten $v_{2(4 \div 4)}$; $v_{2(3 \div 3)}$ u.s.w. bedienen.

allgemein nach Fig. 74:

$$\frac{a_2 + s_2}{t_2} = \sin \beta_2{}^{*})$$

oder mit $t_2 = \frac{\pi \cdot D_2}{z_2}$:

$$\frac{a_2 + s_2}{\pi \cdot D_2} \cdot z_2 = \sin \beta_2.$$

Nach Fig. 102 ist ferner auch:

$$\frac{w_n}{v_2} = \sin \beta_2,$$

oder wenn wir im Hinblick auf unser grundlegendes

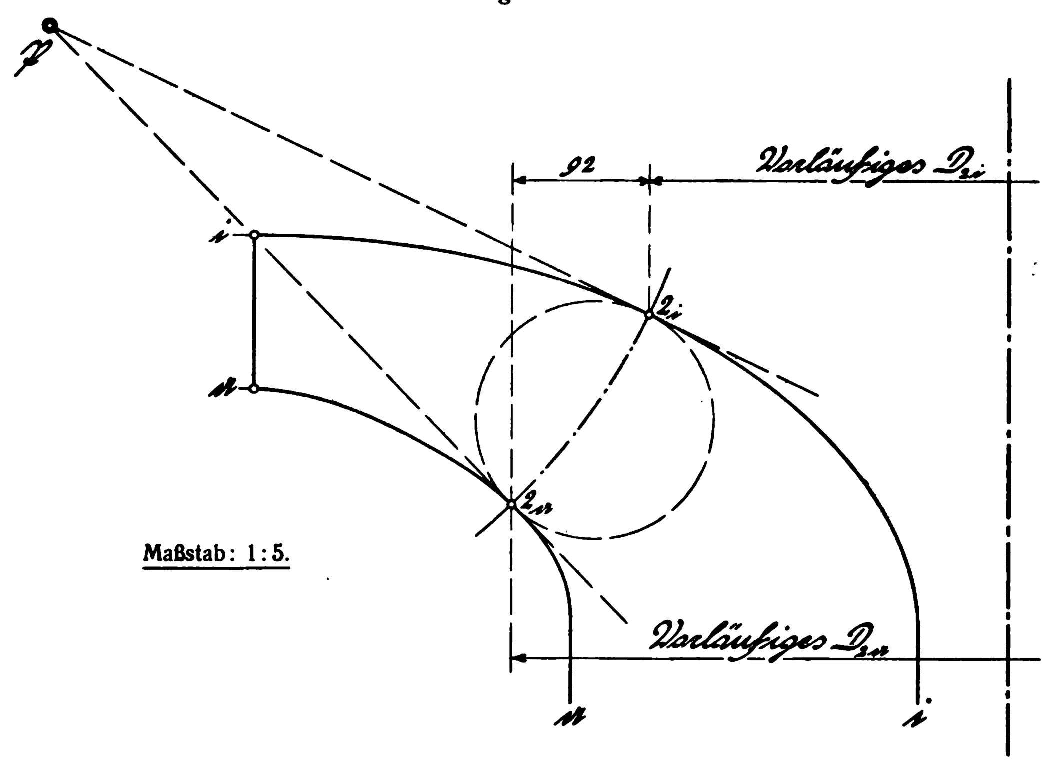
In dieser Gleichung ist aber die ganze rechte Seite konstant und wir erhalten somit infolge des konstanten a_2 ein konstantes $w_{n(3/4)}$, worauf bereits in der Fußnote Seite 55 hingewiesen wurde.

Es wird sich nun um Bestimmung des a_2 mittels vorstehender Gleichung 13) handeln. Der konstante Wert $w_{n(3/4)}$ ergibt sich zu $0{,}75 \cdot w_{n(1/1)} = 0{,}75 \cdot 1{,}115 = 0{,}836$ und damit erhalten wir zunächst:

$$a_2 + s_2 = \frac{0{,}836 \cdot 60}{17 \cdot 55{,}75} = 0{,}0529 \text{ m}$$

und wir runden ab auf 52 m/m, womit sich $w_{n(3/4)}$ korrigiert zu:

Fig. 100.



$v_{2m(3/4)} = u_{2m}$ diese Beziehung für $\lambda = {}^3/_4$ anschreiben und statt $v_{2m(3/4)}$ das gleichwertige u_{2m} einsetzen:

$$\frac{w_{n(3/4)}}{u_{2m}} = \sin \beta_{2m}.$$

Wir wissen aber, daß $v_2 = u_2$ gleichzeitig für alle möglichen Durchmesser D_2 zutrifft, (Siehe Seite 56 rechts oben) so daß wir allgemein setzen können:

$$\frac{w_{n(3/4)}}{u_2} = \sin \beta_2.$$

u_2 ist aber gleich $\frac{\pi \cdot D_2 \cdot n_1}{60}$, (worin n_1 die Drehzahl der Turbine für $H = 1$ m) und wir können somit, die beiden vorstehenden Werte von $\sin \beta_2$ einander gleichgesetzt, schreiben:

$$\frac{a_2 + s_2}{\pi \cdot D_2} \cdot z_2 = \frac{60 \cdot w_{n(3/4)}}{\pi \cdot D_2 \cdot n_1}.$$

$\pi \cdot D_2$ fällt heraus und wir erhalten unter gleichzeitiger Umstellung:

$$w_{n(3/4)} = \frac{z_2 \cdot n_1}{60} \cdot (a_2 + s_2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 13.)$$

$$w_{n(3/4)} = \frac{0{,}052 \cdot 17 \cdot 55{,}75}{60} = 0{,}821 \text{ m}$$

und: $w_{n(1/1)} = 1{,}095$ m.

s_2 wählen wir zu 6 m/m und so ergibt sich schließlich:

$$a_2 = 46 \text{ m/m}.$$

Lediglich des Interesses halber sei nun noch das genaue k_2 bestimmt und es wird:

$$k_2 = \frac{46}{52} = 0{,}885,$$

welcher Wert natürlich auch konstant ist und sich mit dem für die vorläufige Bestimmung unseres Laufradprofiles benutzten Wert $k_2 = 0{,}88$ gut deckt.

Nachdem nunmehr das a_2 vorliegt, kann die genaue Nachrechnung des Laufradaustrittes gemäß der Beziehung:

$$a_2 \cdot \Delta b_2 \cdot v_{2m(4 \div 4)} = 3{,}8625 \text{ ltr}$$

erfolgen, wobei wir unter Bezugnahme auf Fig. 101 folgendermaßen verfahren:

Durch die Austrittsdurchmesser $D_{2i} = 458$ und $D_{2a} = 642$ sind uns die Punkte 2_i und 2_a, sowie die Austrittskurve $\widehat{2_i 2_a}$ als Kreisbogen durch diese Punkte mit dem in Fig. 100 gefundenen Radius $2_i \div P$ bezw. $2_a \div P$

*) Hierin ist neben a_2 natürlich auch s_2 konstant.

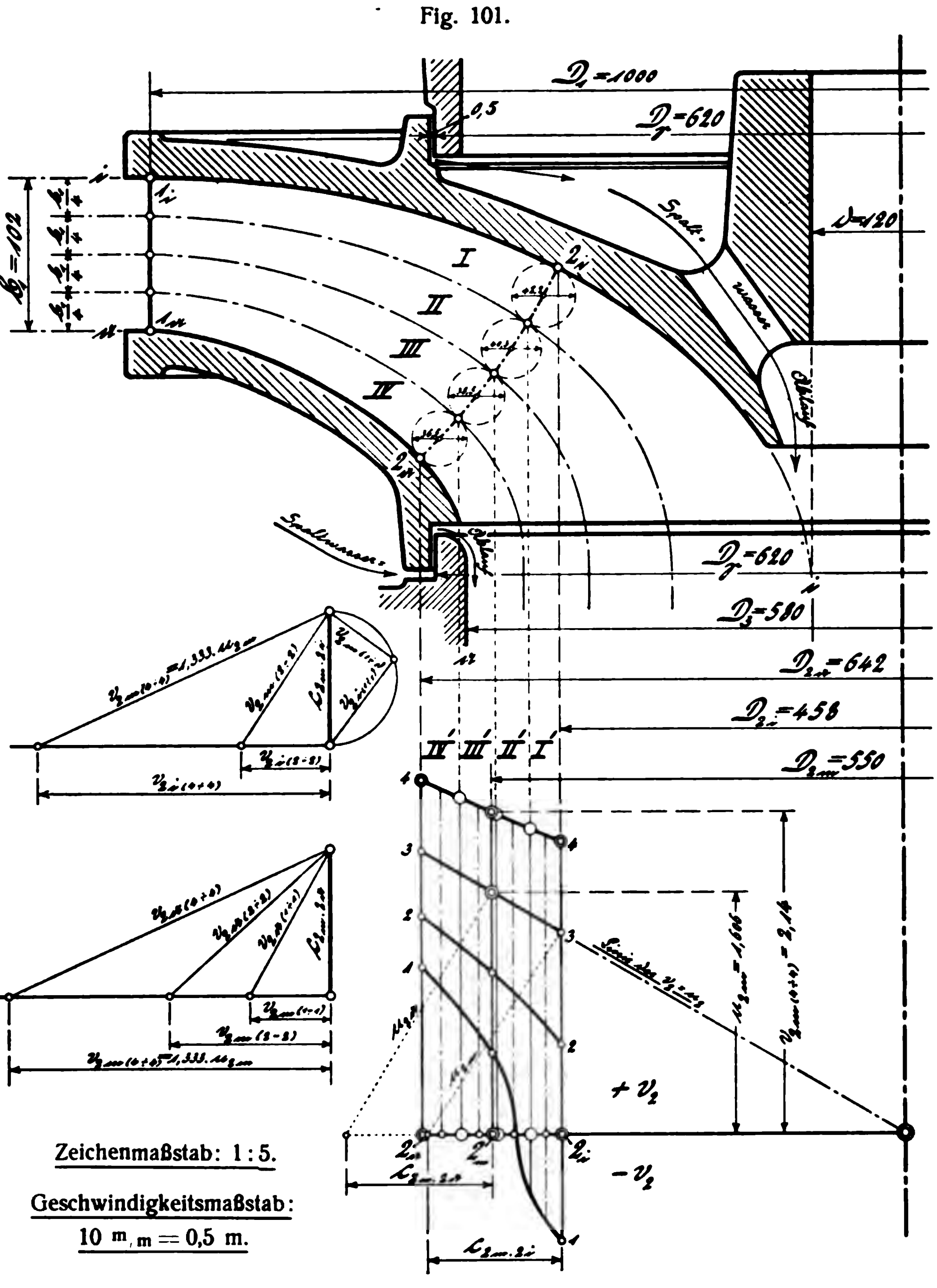
gegeben. Die Nachrechnung kann nun von Punkt 2_i oder von Punkt 2_a ausgehend erfolgen und indem eine nach derselben etwa notwendige Profillinienkorrektur an der Profillinie $i \div i$ leichter vorgenommen werden kann als an der, in den Durchmesser D_3 überführenden, kürzere und schärfere Krümmungen aufweisenden Profillinie $a \div a$, so nehmen wir Letztere als festliegend an und gehen also von Punkt 2_a aus.

Wir wählen zunächst ein passend scheinendes Δb_{2IV} und schlagen einen Kreis mit Δb_{2IV} als Durchmesser, welcher die Profillinie $a \div a$ im Punkt 2_a berührt und dessen Mittelpunkt auf der Austrittskurve $\widehat{2_a 2_i}$ liegt. Alsdann projizieren wir den, dem Punkt 2_a gegenüberliegenden Schnittpunkt des Δb_{2IV} Kreises mit der Austrittskurve in das darunterliegende Diagramm der v_2 Kurven und erhalten so in demselben die äußerste „Austrittsstufe" IV'. Nachdem wir deren mittleres $v_{2(4 \div 4)}$ aus Fig. 101 entnommen haben, setzen wir dieses, sowie das angenommene Δb_{2IV} in die Gleichung:

$$a_2 \cdot \Delta b_2 \cdot v_{2m(4 \div 4)} = 3{,}8625$$

ein und da behufs Erlangung handlicher Zahlen die Wassermenge in Liter angenommen wurde, müssen wir alle übrigen Größen in dm ausdrücken. Falls dann die Gleichung nicht befriedigt sein sollte, muß Δb_{2IV} und damit auch $v_{2m(4 \div 4)IV}$ so lange entsprechend geändert werden, bis dies der Fall ist, worauf weiter gegangen und der Vorgang für Schichte III analog dem eben für Schichte IV beschriebenen wiederholt wird u. s. w., bis schließlich alle Schichten durchgerechnet sind und damit der genaue Punkt 2_i der Austrittskurve festgelegt ist, wie Fig. 101 zeigt. Je nachdem muß nunmehr die Profillinie $i \div i$, sowie der innerste Austrittsdurchmesser D_{2i} der Lage des gefundenen Punktes 2_i entsprechend, und im Zusammenhang damit auch das Diagramm der v_2 Kurven richtig gestellt und eine nochmalige Kontrollrechnung durchgeführt werden, oder es wird die Lage des neuen Punktes 2_i unter Beibehaltung der gefundenen Länge $\widehat{2_a 2_i}$ der Austrittskurve so gewählt, daß er auf den gegebenen Durchmesser D_{2i} zu liegen kommt, worauf ebenfalls eine nochmalige Kontrollrechnung des Austrittes aller vier Stufen durchgeführt und nach Richtigbefinden die Profillinie $i \div i$, durch den endgiltigen Punkt 2_i gehend, richtig gestellt wird.

Fig. 101.



Für unser Beispiel in Fig. 101 wurde der letztere Vorgang eingehalten, weshalb auch das $D_{2i} = 458$ beibehalten werden konnte. Es sind die bei der Rechnung gefundenen Werte in nachstehender Tabelle I zusammengestellt und die Δb_2 in Fig. 101 eingeschrieben.

Im Übrigen wurde dann in Fig. 101 das Laufradprofil noch konstruktiv ergänzt und die, die einzelnen Schichten oder Teilturbinen I, II, III und IV trennenden Schichtlinien strichpunktiert eingezeichnet. Diese schneiden die Austrittskurve senkrecht, was nach der auf S. 72 u. 73 gegebenen Konstruktion des Krümmungsmittelpunktes P der Letzteren in Fig. 100 zu erwarten war.

Wir führen nunmehr die Teilung des $v_{2m(4 \div 4)}$ der Gesamtturbine in vier gleiche Teile durch und bestimmen auf Grund der so erhaltenen $v_{2m(2 \div 2)}$ und $v_{2m(1 \div 1)}$ mit Hilfe der beiden Nebendiagramme in Fig. 101 die noch fehlenden v_2 Kurven $2 \div 2$ und $1 \div 1$. Wenn wir dann die durch die v_2 Kurven $4 \div 4$, $3 \div 3$ und $2 \div 2$ gegebenen mittleren v_2 der einzelnen Teilturbinen oder Austrittsstufen aus Fig. 101 herausgreifen und mit den bereits in Kolonne 4 der Tabelle I niedergelegten Werten der zugehörigen Δf_2 multiplizieren, so erhalten wir die, den betreffenden v_2 Kurven entsprechenden Wassermengen pro Teilturbine und Laufradkanal. Die Summe dieser Wassermengen

jeweils mit der Schaufelzahl $z_2 = 17$ multipliziert ergibt alsdann die von der Gesamtturbine verarbeitete Wassermenge für die betreffende v_2 Kurve.

Tabelle I:

1	2	3	4	5	6	7
Austrittsstufe	$a_2 =$ konstant	Δb_2 in dm	$\Delta f_2 = a_2 \cdot \Delta b_2$ in qdm	$v_{2m(4 \div 4)}$ aus Fig. 101 in dm	$^1/_4 \cdot q_1(^1/_1) = v_{2m(4 \div 4)} \cdot \Delta f_2$ in ltr	$q_1(^1/_1) = \Sigma {}^1/_4 q_1(^1/_1)$ in ltr
I'	0,46 dm	0,422	0,1941	19,90	3,862	15,45 ltr
II'		0,403	0,1856	20,82	3,864	
III'		0,385	0,1771	21,80	3,861	
IV'		0,365	0,1680	23,00	3,863	

Die aus Fig. 101 herausgegriffenen Werte der v_{2m}, sowie die Ergebnisse der eben besprochenen Rechnungsvorgänge sind in den Kolonnen 1 ÷ 4 der Tabelle II für die v_2 Kurven 4 ÷ 4, 3 ÷ 3 und 2 ÷ 2 niedergelegt, wozu bemerkt sei, daß diese Vorgänge für die v_2 Kurve 1 ÷ 1 infolge der bei dieser auftretenden negativen v_2, also infolge der hier bereits vorhandenen pumpenden Wirkung des Laufrades auf Grund einer anderen, ganz bestimmten Einteilung des Laufradaustrittes in mehrere Stufen behandelt werden müssen, worauf wir im Folgenden zurückkommen.

Die mittleren v_2 der vier Teilturbinen für die v_2 Kurven 4 ÷ 4, 3 ÷ 3 und 2 ÷ 2 sind uns jetzt bekannt und wir wollen diese Werte nunmehr mit den zugehörigen Werten von $u_{2m\,I}$; $u_{2m\,II}$; $u_{2m\,III}$ und $u_{2m\,IV}$ und einem weiteren, dritten Dreiecksstück zu den Austrittsdreiecken zusammensetzen. Wenn wir so ein Austrittsdreieck für jede Teilturbine festgelegt haben, so ist für jede derselben der Winkel β_{2m}, welchen das jeweilige v_{2m} mit dem zugehörigen u_{2m} einschließt, gegeben und es bildet dieser Winkel alsdann für alle anderen Austrittsdreiecke der betreffenden Teilturbine neben dem gegebenen u_{2m} das zweite Dreiecksstück, so daß durch Eintragen der übrigen v_{2m} als dritte Dreiecksstücke in die Figur die betreffenden Austrittsdreiecke sich ohne Weiteres bestimmen lassen.*)

Wir nehmen wieder ein Achsenkreuz an (Fig. 102) und konstruieren zunächst auf der rechten Seite in bekannter Weise die Eintrittsverhältnisse, wobei:

$$x_{(0)} = \frac{0,87 \cdot 19,62 + 1,606^2}{2 \cdot 2,92} = 3,37$$

und:

$$x_{(^1/_1)} = \frac{0,87 \cdot 19,62 + 1,606^2 - 2,14^2}{2 \cdot 2,92} = 2,586$$

zu Grunde zu legen ist. Wir haben nun gesehen, daß $w_{n(^3/_4)}$

*) Bezüglich des Einflusses des mit der Beaufschlagung sich ändernden Verlaufes der Wasserwege oder Schichtlinien auf das für die Rechnung maßgebende, mit dem Winkel β_2 zusammenhängende a_2 darf auf die Fußnoten Seite 55 und 78 verwiesen werden.

Tabelle II:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Austrittsstufe	v_{2m} aus Fig. 101 in dm	$\Delta q_1 = v_{2m} \cdot \Delta f_2$ in ltr	$z_2 \cdot \Sigma \Delta q_1$ in ltr	w_{2m} aus Fig. 102 in m	$\delta = \frac{w_{2m}^2}{2g}$ in m	$\delta \cdot \Delta q_1$ in mkg	$\Sigma \delta \cdot \Delta q_1$ in mkg	$\delta_b = \frac{\Sigma \delta \cdot \Delta q_1}{\Sigma \Delta q_1}$ in m	δ_b in v. H.
v_2 Kurve 4 ÷ 4:									
I'	19,90	3,862	17 · 15,45 = 262,5 ltr	1,19	0,0723	0,2792	1,0047 mkg	$\frac{1,0047}{15,45} = 0,065$ m	6,50 v. H.
II'	20,82	3,864		1,145	0,0668	0,2578			
III'	21,80	3,861		1,105	0,0622	0,2402			
IV'	23,00	3,863		1,075	0,0589	0,2275			
v_2 Kurve 3 ÷ 3:									
I'	14,06	2,726	17 · 11,569 = 196,7 ltr	0,865	0,0382	0,1042	0,4310 mkg	$\frac{0,431}{15,569} = 0,0372$ m	3,72 v. H.
II'	15,30	2,838		0,858	0,0376	0,1067			
III'	16,68	2,955		0,850	0,0369	0,1090			
IV'	18,15	3,050		0,845	0,03645	0,1111			
v_2 Kurve 2 ÷ 2:									
I'	7,25	1,407	17 · 7,481 = 127,2 ltr	0,920	0,0432	0,0607	0,2920 mkg	$\frac{0,2920}{7,481} = 0,0390$ m	3,90 v. H.
II'	9,45	1,753		0,890	0,0404	0,0708			
III'	11,54	2,043		0,847	0,0366	0,0747			
IV'	13,56	2,278		0,860	0,0377	0,0858			

konstant und gleich 0,821 ist, es muß also eine Parallele zur Abszissenachse im Abstand 0,821 geometrischer Ort der Endpunkte der v_{2_m} für $\lambda = {}^3/_4$ sein. Wenn wir beachten, daß unsere v_2 Kurve $3 \div 3$ im vorliegenden Falle infolge der verhältnismäßig geringen Verschiedenheit der extremen Austrittsdurchmesser D_{2i} und D_{2a} praktisch genügend genau als mit der v_2 Kurve für $\lambda = {}^3/_4$ zusammenfallend gelten darf,*) (was auch aus Tabelle II sich ergibt, indem das $z_2 \cdot \Sigma \Delta q_1 = 196{,}7$ für die v_2 Kurve $3 \div 3$ tatsächlich das 0,75 fache des $z_2 \cdot \Sigma \Delta q_1 = 262{,}5$ der v_2 Kurve $4 \div 4$ bezw. der vollen Beaufschlagung ist) so erhalten wir die Endpunkte der u_{2_m} und der zugehörigen $v_{2m(3 \div 3)}$ im Diagramm Fig. 102, indem wir jeweils das $u_{2_m} = v_{2m(3 \div 3)}$ einer Teilturbine aus Fig. 101 in den Zirkel nehmen, in Fig. 102 aus dem Ursprung O einen Kreis schlagen, und mit der Parallelen im Abstand $w_{n(^3/_4)}$ zur Abszissenachse und mit Letzterer selbst zum Schnitt bringen. Die so erhaltenen Schnittpunkte sind also die gesuchten Ecken der Austrittsdreiecke für die v_2 Kurve $3 \div 3$ bezw. für $\lambda = {}^3/_4$, und die Austrittsdreiecke selbst können ergänzt werden, wie Fig. 102 zeigt. Das Ergänzen der Austrittsdreiecke für die v_2 Kurven $4 \div 4$ und $2 \div 2$ ist nach dem Vorhergehenden selbstverständlich und wenn jetzt noch die Endpunkte der zu einer v_2 Kurve gehörigen v_{2_m} miteinander verbunden werden, so erhalten wir die mit $4' \div 4'$, $3' \div 3'$ und $2' \div 2'$ bezeichneten Kurven. Sie sind jeweils geometrischer Ort der Endpunkte aller möglichen v_2 und der entsprechenden w_2 der zur betreffenden v_2 Kurve in Fig. 101 gehörigen Beaufschlagung.

Fig. 102.

Maßstab: 10 m/m = 0,5 m.

Die letzteren Geschwindigkeiten sind in Fig. 102 zur besseren Unterscheidung je nach ihrer Zugehörigkeit zur v_2 Kurve $4 \div 4$; $3 \div 3$ bezw. $2 \div 2$ strich 4 punktiert, strich 3 punktiert bezw. strich 2 punktiert eingezeichnet und es stellen die Werte $\frac{w_2^2}{2g}$ jeweils den Austrittsverlust für die betreffende Teilturbine und v_2 Kurve dar. Die aus Fig. 102 herausgegriffenen Werte der w_{2m} sind nun in Kolonne 5, die entsprechenden Werte der $\delta = \frac{w_{2m}^2}{2g}$ in Kolonne 6 der Tabelle II eingetragen und es ist wohl ohne Weiteres klar, daß für jede der vier Teilturbinen das mit der absoluten Austrittsgeschwindigkeit w_{2_m} als Verlust abgehende Arbeitsvermögen pro Laufradkanal in mkg erhalten wird, wenn δ in m mit dem zugehörigen Δq_1 in ltr bezw. kg multipliziert wird. Die Summe der $\delta \cdot \Delta q_1$ stellt dann das als Austrittsverlust abgehende Arbeitsvermögen pro Laufradkanal der Gesamtturbine dar und wenn wir das $\Sigma \delta \cdot \Delta q_1$ durch $\Sigma \Delta q_1$, also durch die pro Laufradkanal der Gesamtturbine verarbeitete Wassermenge dividieren, so erhalten wir in $\delta_b = \frac{\Sigma \delta \cdot \Delta q_1}{\Sigma \Delta q_1}$ den durchschnittlichen Gefällsverlust am Laufradaustritt, also den „durchschnittlichen Austrittsverlust der Gesamtturbine" für die der betreffenden v_2 Kurve zugehörige Beaufschlagung. Wir finden in Kolonne 7 der Tabelle II die Werte $\delta \cdot \Delta q_1$, in Kolonne 8 die $\Sigma \delta \cdot \Delta q_1$ und in Kolonne 9 die $\delta_b = \frac{\Sigma \delta \cdot \Delta q_1}{\Sigma \Delta q_1}$ für die v_2 Kurven $4 \div 4$; $3 \div 3$ und $2 \div 2$ der Fig. 101. In Kolonne 10 sind die δ_b in v. H. des Gefälles eingetragen.

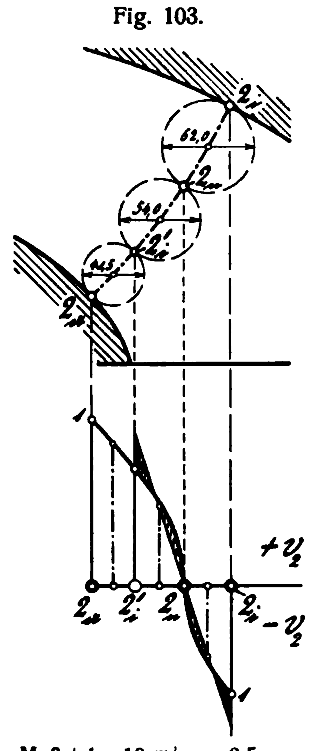
Es sollen jetzt die im Vorstehenden für die v_2 Kurven $4 \div 4$; $3 \div 3$ und $2 \div 2$ durchgeführten Rechnungen und Betrachtungen auch auf die v_2 Kurve $1 \div 1$ der Fig. 101 ausgedehnt werden und zu diesem Zwecke müssen wir, wie bereits erwähnt, eine andere, ganz bestimmte Einteilung des Laufradaustrittes in verschiedene Stufen vornehmen.

In Fig. 103 ist die v_2 Kurve $1 \div 1$ für sich herausgezeichnet und darüber die Austrittspartie des Laufrades gesetzt. Wir erhalten hier nun analog der Fig. 90 im Schnittpunkt der v_2 Kurve $1 \div 1$ mit der Abszissenachse den neutralen Austrittspunkt 2_n und es muß auf der Strecke $2_n \div 2_i$ der Austrittskurve infolge der negativen v_2 Wasser in das Laufrad eintreten, um an einer, vom Punkt 2_n aus nach außen zu messenden Austrittsstufe von noch unbekannter Breite wieder aus dem Laufrad auszutreten. Durch Heraufprojizieren des Punktes 2_n an die Austrittskurve erhalten wir also die Stufe $2_n \div 2_i$, welche Wasser ins Laufrad eintreten läßt, in einer Breite von 62,0 m/m. Wenn wir deshalb durch Ziehen einer Ausgleichlinie in Fig. 103 das für die Stufe $2_n \div 2_i$ in Frage kommende mittlere v_2 bestimmt haben und die mit genügender Genauigkeit zutreffende Annahme, daß das rechnerische a_2 nach wie vor gleich der meßbaren lichten Weite $a_2 = 46$ m/m sei, gemacht haben, so muß die wieder eintretende Wassermenge pro Laufrad-

*) In Fig. 87 beispielsweise trifft dies infolge der dort großen Verschiedenheit der extremen Austrittsdurchmesser D_{2i} und D_{2a} nicht zu, es weicht hier die Kurve der $v_{2(^3/_4)}$ nicht unerheblich von der Linie der $v_2 = u_2$ ab.

kanal sein: $0{,}46 \cdot 0{,}620 \cdot v_{2m(2n \div 2i)} = 0{,}2851 \cdot v_{2m(2n \div 2i)}$ ltr. Diese Wassermenge tritt nun an der Austrittsstufe $2_n \div 2_i'$ wieder aus und durch Probieren müssen wir die Breite dieser Stufe und das zugehörige, wieder durch Ausgleichlinie zu bestimmende $v_{2m(2n \div 2'i)}$ uns verschaffen derart, daß eben das Produkt $a_2 \cdot \Delta b_{2(2n \div 2'i)} \cdot v_{2m(2n \div 2'i)}$ als austretende Wassermenge gleich der zwischen 2_n und 2_i ins Laufrad eingetretenen $0{,}2851 \cdot v_{2m(2n \div 2i)}$ ist. Es ergibt sich so die Breite der Stufe $2_n \div 2_i'$ zu 54 m/m und die nunmehr übrig bleibende Stufe $2_i' \div 2_a$ mit 41,5 m/m Breite ist es,*) welche für den Austritt des aus dem Leitapparat kommenden Betriebswassers der Turbine noch übrig bleibt. Das $v_{2m(2'i \div 2a)}$ dieser Stufe ist natürlich ohne Weiteres durch Fig. 103 gegeben und so erhalten wir in den Kolonnen 1 bis 4 der Tabelle III die für die v_2 Kurve $1 \div 1$ maßgebenden Rechnungswerte am Laufradaustritt.

Fig. 103.

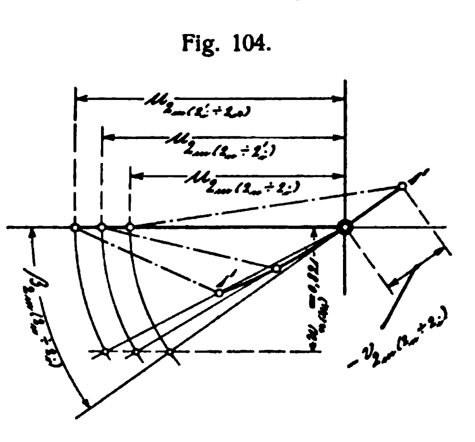


Maßstab: 10 m/m = 0,5 m.

Für die Stufe $2_n \div 2_i$ ist natürlich das v_{2m} und damit auch Δq_1 mit negativem Vorzeichen zu versehen und wir haben in $\mp 1{,}312$ ltr die Arbeit verzehrende Pumpwassermenge und in 1,80 ltr die Arbeit leistende Betriebswassermenge pro Laufradkanal der Turbine, während Pumpwassermenge + Betriebswassermenge = 3,112 ltr die pro Laufradkanal verarbeitete Gesamtwassermenge der Turbine ist. In Kolonne 5 der Tabelle III ist die Gesamtwassermenge, in Kolonne 6 die Betriebswassermenge für 17 Laufradkanäle, also für die ganze Turbine eingetragen.

Nachdem wir nun unter Benutzung der Linie der $v_2 = u_2$ in Fig. 101 und des konstanten $w_{n(3/4)} = 0{,}821$ die Winkel β_{2m} in Fig. 104 in bekannter Weise bestimmt haben, lassen sich die Austrittsdreiecke der v_2 Kurve $1 \div 1$ in einfacher Weise vollends zeichnen. Durch Verbinden der Endpunkte der v_{2m} erhalten wir dann in Fig. 104 die Kurve $1' \div 1'$, welche wieder der geometrischer Ort der Endpunkte aller möglichen v_{2m} und w_{2m} ist und es sind letztere Geschwindigkeiten strich 1 punktiert eingezeichnet. Infolge des negativen v_{2m} der Austrittsstufe $2_n \div 2_i$ tritt nun das zugehörige $w_{2m(2n \div 2i)}$ nicht mehr als absolute Austrittsgeschwindigkeit, sondern gewissermaßen als absolute Eintrittsgeschwindigkeit der Stufe $2_n \div 2_i$ am Laufradaustritt auf. Dieses sozusagen negative $w_{2m(2n \div 2i)}$ ist Resultierende aus $u_{2m(2n \div 2i)}$ und dem ebenfalls negativen $v_{2m(2n \div 2i)}$ und kann nur auf Kosten der Nutzleistung der Turbine erzeugt worden sein. Die relative Geschwindigkeit $v_{2m(2n \div 2i)}$ des an der Austrittsstufe $2_n \div 2_i$ wieder ins Laufrad eintreten-

Fig. 104.



Maßstab: 10 m/m = 0,5 m.

Tabelle III:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Austrittsstufe	v_{2m} aus Fig. 103 in dm	$\Delta f_2 = a_2 \cdot \Delta b_2$ in qdm	$\Delta q_1 = v_{2m} \cdot \Delta f_2$ in ltr	Gesamtwassermenge	Betriebswassermenge	Verluste am Laufradaustritt: Geschwindigkeiten aus Fig. 104 in m	Verluste am Laufradaustritt: Geschwindigkeitshöhen δ in m	$\delta \cdot \Delta q_1$ in mkg	$\Sigma \delta \cdot \Delta q_1$ in mkg	$\delta_b = \frac{\Sigma \delta \cdot \Delta q_1}{1{,}8}$ in m	δ_b in v. H.
$2_n \div 2_i$	— 4,60	0,2851	—1,312	$17 \cdot 3{,}112 = 52{,}8$ ltr	$17 \cdot 1{,}80 = 30{,}6$ ltr	$w_{2m(2n \div 2i)} = 1{,}82$ $u_{2m(2n \div 2'i)} = 1{,}61$	$\frac{1{,}82^2 - 1{,}61^2}{2g} = 0{,}0370$	0,0485	0,2445 mkg	$\frac{0{,}2445}{1{,}8} = 0{,}1359$	13,59 v. H.
$2_n \div 2'_i$	5,28	0,2483	+1,312			$w_{2m(2n \div 2'i)} = 1{,}19$	0,07225	0,0948			
$2'_i \div 2_a$	9,43	0,1909	1,80			$w_{2m(2'i \div 2a)} = 1{,}05$	0,05625	0,1012			

*) In Heft II bei den Schaufelschnitten wird sich zeigen, daß infolge der mit der Beaufschlagung sich ändernden Wasserwege neben den für die Rechnung in Frage kommenden Austrittsweiten auch die Austrittsbreiten (trotz gegebener Länge der Austrittskurve bezw. derer Teilstrecken) sich veränderlich gestalten. Rechnerische Austrittsweite gleich der meßbaren lichten Weite a_2 zwischen zwei Schaufeln, und rechnerische Austrittsbreite gleich der Länge der Austrittskurve bezw. derer Teilstrecke, trifft nur dann zu, wenn Wasserweg und Austrittskurve sich senkrecht schneiden, und die Abweichungen sind beiderseits um so größer, je weiter der Schnittwinkel von Wasserweg und Austrittskurve von 90° sich entfernt. Die rechnerische Austrittsweite ergibt sich dann stets größer als a_2, während die rechnerische, senkrecht zum mittleren Wasserfaden zu messende Austrittsbreite stets kleiner ausfällt als die Länge der Austrittskurve bezw. derer zugehöriger Teilstrecke.

Im vorliegenden Falle jedoch, wo wir es mit einer Turbine von relativ kleinem Verhältnis $\frac{b_0}{D_1}$ zu tun haben, erhalten wir auch für die in dieser Hinsicht ungünstigsten Verhältnisse der v_2 Kurve $1 \div 1$ hinreichend genaue Resultate, wenn wir nach wie vor neben dem $a_2 = 46$ die rechnerische Austrittsbreite gleich der Länge der betreffenden Teilstrecke der Austrittskurve annehmen.

den Wassers wird nun infolge der immer weiter werdenden Laufradkanäle, also infolge der fortwährend sich verschlechternden Wasserführung, wohl zum größten Teile durch Wirbelung im Laufradinnern aufgezehrt werden und wir dürfen annehmen, daß bei Ankunft des wieder austretenden Wassers an der Austrittsstufe $2_n \div 2'_i$ von der absoluten Eintrittsgeschwindigkeit $w_{2m(2n \div 2i)}$ nur noch die Umfangsgeschwindigkeit $u_{2m(2n \div 2'i)}$, welche das Wasser natürlich mit dem rotierenden Kanal gemein hat, vorhanden sei. Es ist also nicht etwa das ganze $\frac{w^2_{2m(2n \div 2i)}}{2g}$ als Verlust an der Austrittsstufe $2_n \div 2_i$ aufzufassen, sondern nur der Betrag: $\frac{w^2_{2m(2n \div 2i)}}{2g} - \frac{u^2_{2m(2n \div 2'i)}}{2g}$ kommt als Verlust, gerechnet vom Eintritt des Pumpwassers an der Stufe $2_n \div 2_i$, bis unmittelbar vor dessen Austritt an der Stufe $2_n \div 2'_i$ in Betracht. (Siehe Kolonne 7 und 8 der Tabelle III.)

An der Austrittsstufe $2_n \div 2'_i$ besitzt das Wasser außer der Umfangsgeschwindigkeit $u_{2m(2n \div 2'i)}$ noch die durch Zentrifugalwirkung erzeugte relative Austrittsgeschwindigkeit $v_{2m(2n \div 2'i)}$ und die Resultierende beider, die absolute Austrittsgeschwindigkeit $w_{2m(2n \div 2'i)}$ stellt für die Austrittsstufe $2_n \div 2_i'$ einen regulären Austrittsverlust von der Größe: $\frac{w^2_{2m(2n \div 2'i)}}{2g}$ dar.

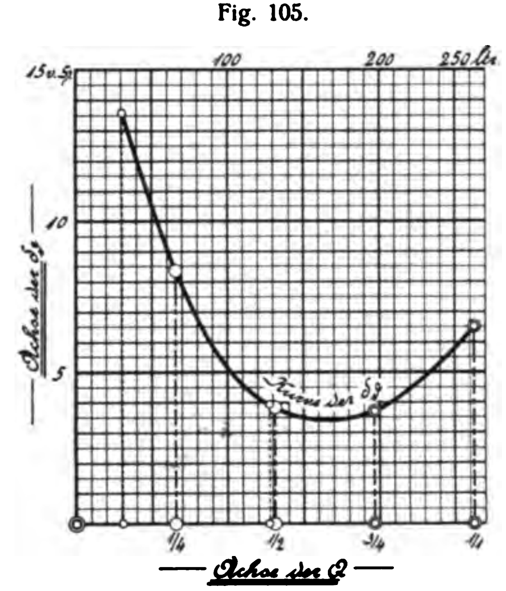
In Kolonne 7 der Tabelle III sind die nach Vorstehendem für Berechnung der Verluste am Laufradaustritt in Frage kommenden Geschwindigkeiten, in Kolonne 8 die entsprechenden, als Verluste aufzufassenden Geschwindigkeitshöhen δ, und in Kolonne 9 die Werte $\delta \cdot \Delta q_1$ eingetragen. Kolonne 10 enthält das $\Sigma \delta \cdot \Delta q_1$, Kolonne 11 das $\delta_b = \frac{\Sigma \delta \cdot \Delta q_1}{1{,}8}$ und endlich Kolonne 12 den durchschnittlichen Austrittsverlust unserer Turbine für die v_2 Kurve $1 \div 1$, δ_b in v. H. der Gefällseinheit.

Bevor wir weiter gehen, sei Folgendes bemerkt: Für die genaue Berechnung des Laufradaustrittes haben wir unsere Turbine in vier Teilturbinen gleicher Schluckfähigkeit (jede für $^1/_4\, Q_{1(^1/_1)}$) zerlegt und behielten die so für die v_2 Kurve $4 \div 4$ erhaltene, aus Fig. 101 ersichtliche Einteilung der Austrittskurve in vier Austrittsstufen auch für die Nachrechnung der Austrittsverhältnisse der v_2 Kurven $3 \div 3$ und $2 \div 2$ bei. Diese vier Austrittsstufen verarbeiten nun aber nur bei voller Beaufschlagung gleiche Wassermengen und es ergibt sich aus Tabelle II ohne Weiteres, daß für die v_2 Kurve $3 \div 3$ die von den einzelnen Austrittsstufen verarbeiteten Wassermengen bereits nicht unerheblich voneinander abweichen, wenn auch andererseits das $z_2 \cdot \Sigma \Delta q_1$ in diesem Falle genau das 0,75 fache des $z_2 \cdot \Sigma \Delta q_1$ der v_2 Kurve $4 \div 4$, also das 0,75 fache der vollen Wassermenge ausmacht. Noch viel größer ergeben sich natürlich die Abweichungen der Δq_1 untereinander für die v_2 Kurve $2 \div 2$ und es ist auch das $z_2 \cdot \Sigma \Delta q_1$ hier schon wesentlich kleiner als der Hälfte des $z_2 \cdot \Sigma \Delta q_1$ der v_2 Kurve $4 \div 4$ entsprechen würde. Schließlich bei der v_2 Kurve $1 \div 1$ finden wir sogar, daß bereits verarbeitetes Wasser an den innersten Partien des Laufradaustrittes wieder in das Laufrad eintritt, entsprechend unseren diesbezüglichen Betrachtungen in § 15.

Diese mit abnehmender Beaufschlagung zunehmende Verschiedenheit der Δq_1 genannter vier Austrittsstufen rührt von dem mit abnehmendem λ rascheren Abnehmen der v_2 für kleinere D_2 gegenüber dem weniger raschen Abnehmen der v_2 für größere D_2 her. Es ist diese mit abnehmendem λ zunehmende Verschiedenheit der Schluckfähigkeit der vier Austrittsstufen durch die v_2 Kurven in Fig. 101 deutlich illustriert und es nimmt also die Verschiedenheit der ursprünglich gleichen Schluckfähigkeiten bei kleiner werdendem λ in dem Maße zu, wie hierbei die v_2 Kurven nach innen gegen die Turbinenachse zu rasch und rascher abfallen. Hieraus erhellt auch deutlich die Veränderlichkeit der Wasserwege mit der Beaufschlagung, weil ja Stufen gleicher Breite am Laufradeintritt bei allen Beaufschlagungen stets gleiche Wassermengen verarbeiten*) und es würden sich somit die Eintrittsbreiten der durch die vier Austrittsstufen in Fig. 101 gegebenen Teilturbinen mit abnehmender Beaufschlagung immer mehr verschieben in der Weise, daß die zur Austrittsstufe IV' gehörige Teilturbine die größte, die zur Austrittsstufe I' gehörige die kleinste Eintrittsbreite Δb_0 besitzen würde.

Wir kehren zu unseren in Tabelle II und III berechneten Austrittsverlusten zurück und stellen diese nunmehr

Fig. 105.



nach Betriebswassermengen geordnet graphisch dar. Es ergibt sich so die Kurve der δ_b in Fig. 105 und es sind die

---

*) Hierzu sei bemerkt, daß ja nach Seite 52 rechts die Eintrittsdreiecke bei jeder Beaufschlagung über die ganze Eintrittsbreite b_0 kongruent sind und somit das $y_{(\lambda)}$ jeweils konstant sein muß. Eine Abweichung hiervon zeigt sich allerdings bei Turbinen mit großem Verhältnis $\frac{b_0}{D_1}$, wie wir in Heft II noch sehen werden. Es wird hierbei das y nicht nur seiner Größe nach, sondern auch seiner Richtung nach eine Änderung erfahren, während das x nach wie vor seinen konstanten Wert beibehält. Infolge der hier unvermeidlichen Einschnürung der Teilturbinen am Eintritt, also Verminderung der, senkrecht zur Richtung des mittleren Wasserfadens zu messenden Eintrittsbreiten Δb_1, wird dann das y (insbesondere gegen den Punkt 1_a zu) stets größer ausfallen und an Stelle der rein radialen eine entsprechend gegen den Laufradausguß geneigte Richtung annehmen.

beiderseits durch kleine Kreischen begrenzten Ordinaten die aus den Tabellen II und III entnommenen Werte der berechneten δ_b. Die durch größere Kreise begrenzten Ordinaten sind die δ_b für die vier charakteristischen Beaufschlagungen und es ist nach dem Vorhergehenden klar, daß die Ordinaten der δ_b für $\lambda = {}^1/_1$ und $\lambda = {}^3/_4$ mit den Werten der δ_b für die v_2Kurven $4 \div 4$ und $3 \div 3$ zusammenfallen müssen, woraus sich die Doppelkreise an beiden Enden dieser Ordinaten erklären.

Wir können jetzt die Werte der δ_b für die vier charakteristischen Beaufschlagungen der Fig. 105 entnehmen und in Kolonne 2 der nachstehenden Tabelle IV eintragen.

Zur Bestimmung der hydraulischen Wirkungsgrade benötigen wir aber außer den durchschnittlichen Austrittsverlusten nun noch die infolge des mit Stoß verknüpften Wassereintrittes in das Laufrad sich ergebenden Energieverluste, deren Wesen und innerer Zusammenhang uns im Folgenden beschäftigen soll.

Wie wir wissen, kommt das Wasser am Laufradeintritt mit der Geschwindigkeit $u_{s(\lambda)}$ zum Stoß gegen die Laufradschaufelanfänge und es erfolgt dieser Stoß der Drehrichtung des Laufrades entgegen oder im Sinne derselben, je nachdem wir es mit einer Beaufschlagung größer oder kleiner als λ_g zu tun haben. Im einen Falle wird das Wasser auf Kosten der Nutzarbeit des Laufrades von den Schaufelanfängen um $u_{s(\lambda)}$ beschleunigt, während es im anderen um $u_{s(\lambda)}$ durch sie verzögert wird und hierbei nutzbare Arbeit an das Laufrad abgibt. Infolge dieser Beschleunigung bezw. Verzögerung wird ein Druck am Laufradumfang wirksam sein, welcher sich nach der Mechanik pro 1 kg Wasser ergibt zu:

$$p_{s(\lambda)} = \frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)}; \text{ (Kraft = Masse} \times \text{Beschleunigung.)}$$

Dieser Druck wirkt bei Beaufschlagungen größer als λ_g dem Arbeit leistenden Laufrade entgegen und unterstützt es bei Beaufschlagungen kleiner als λ_g. Er leistet also im einen Falle negative, im anderen positive Arbeit und zur Bestimmung derselben müssen wir ihn mit der Umfangsgeschwindigkeit u_1*) des Laufrades multiplizieren. Die Änderung der Nutzarbeit des Laufrades infolge der mit $u_{s(\lambda)}$ zum Stoß kommenden Wassermenge von 1 kg Gewicht kann somit für Beaufschlagungen größer oder kleiner als λ_g durch folgende Beziehung zum Ausdruck gebracht werden.

$$A_{s(\lambda)} = \mp p_{s(\lambda)} \cdot u_1 = \mp \frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \quad . . . \quad 14.)$$

Nach dem Stoß besitzt das eintretende Wasser die durch den bleibenden Winkel β_1 gegebene Eintrittsrichtung und die notwendige, praktische Relativgeschwindigkeit $v_{1\beta_1}$. (Siehe Fig 102.) Es wird also das jeweils durch die Eintrittsparabel gegebene Charakteristikum $x_{(\lambda)}$ infolge des Stoßes eine Vergrößerung bezw. Verkleinerung erfahren, je nachdem wir es mit einer Beaufschlagung größer oder kleiner als λ_g zu tun haben. Die durch $x_{(\lambda)}$ repräsentierte, einen Teil des effektiven Gefälles ausmachende Geschwindigkeitshöhe $\frac{x_{(\lambda)}^2}{2g}$ wird somit durch den Stoß eine Vermehrung erfahren für $\lambda > \lambda_g$ und eine Verminderung für $\lambda < \lambda_g$**) und es kann allgemein die Änderung des $\frac{x_{(\lambda)}^2}{2g}$ infolge des Stoßes bei Beaufschlagungen größer oder kleiner als λ_g zum Ausdruck gebracht werden wie folgt:

$$h'_{s(\lambda)} = \frac{(x_{(\lambda)} \pm u_{s(\lambda)})^2}{2g} - \frac{x_{(\lambda)}^2}{2g}$$

$$= \frac{x_{(\lambda)}^2 \pm 2\,x_{(\lambda)} \cdot u_{s(\lambda)} + u_{s(\lambda)}^2 - x_{(\lambda)}^2}{2g}$$

oder:

$$h'_{s(\lambda)} = \pm \frac{1}{g} \cdot x_{(\lambda)} \cdot u_{s(\lambda)} + \frac{u_{s(\lambda)}^2}{2g} \quad . . . . \quad 15.)$$

Dem nach Gleichung 14 negativen $A_{s(\lambda)}$ für $\lambda > \lambda_g$ steht somit nach Gleichung 15 ein positives $h'_{s(\lambda)}$ gegenüber und umgekehrt für $\lambda < \lambda_g$. Es muß also der, infolge des mit $u_{s(\lambda)}$ zum Stoß kommenden Wassers sich einstellende tatsächliche Energieverlust resultieren, wenn die Gleichungen 14 und 15 addiert werden und wir erhalten:

$$h_{s(\lambda)} = A_{s(\lambda)} + h'_{s(\lambda)} = \mp \frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \pm \frac{1}{g} \cdot x_{(\lambda)} \cdot u_{s(\lambda)} + \frac{u_{s(\lambda)}^2}{2g}$$

$$= \pm \frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot (x_{(\lambda)} - u_1) + \frac{u_{s(\lambda)}^2}{2g}$$

Der Klammerausdruck $(x_{(\lambda)} - u_1)$ ist aber nichts anderes als unser $u_{s(\lambda)}$ und zwar ergibt sich nach Fig. 102 für Beaufschlagungen größer als λ_g ein $-u_{s(\lambda)}$, für solche kleiner als λ_g ein $+u_{s(\lambda)}$, so daß wir schreiben können:

$$h_{s(\lambda)} = -\frac{u_{s(\lambda)}^2}{g} + \frac{u_{s(\lambda)}^2}{2g}$$

oder:

$$h_{s(\lambda)} = -\frac{u_{s(\lambda)}^2}{2g} \quad . . . . \quad 16.)$$

Der Stoßverlust ist also stets gleich der Geschwindigkeitshöhe des $u_{s(\lambda)}$***) und wir können nunmehr die Nutzeffektsberechnung unseres Beispieles zu Ende führen.

---

*) Wir nehmen hier an, daß die Stoßvorgänge durchweg auf dem Kreis vom Durchmesser D_1 sich abspielen. Diese Annahme trifft, streng genommen, nur für unendlich viele Laufradschaufeln zu, es sind jedoch die Abweichungen von der Wirklichkeit bei deren Anwendung auf endliche Schaufelzahl völlig belanglos und dann bildet sie eben das einzige Mittel, die einschlägigen Vorgänge ohne große Umständlichkeit in allgemein giltiger Weise zu verfolgen.

**) Eine Vermehrung von $\frac{x_{(\lambda)}^2}{2g}$ ist natürlich gleichbedeutend einem Gewinn an Geschwindigkeitshöhe, also einer Vermehrung der effektiven Geschwindigkeitshöhe über $\frac{c_e^2}{2g}$ hinaus, ebenso wie eine Verminderung von $\frac{x_{(\lambda)}^2}{2g}$ einem Verlust, also einem Abstrich von der Geschwindigkeitshöhe $\frac{c_e^2}{2g}$ gleichkommt.

Die Vermehrung des $\frac{c_e^2}{2g}$ muß somit ebenso als Gewinn für unsere Turbine betrachtet werden, wie dessen Verminderung einen Verlust für sie bedeutet.

***) Hierzu ist zu bemerken, daß dies nur zutrifft für einen bleibenden Winkel $\beta_1 = 90°$. In den Rechnungsbeispielen B und C dieses Paragraphen werden wir finden, daß bei bleibenden Winkeln $\beta_1 <$ oder $>$ als $90°$ das vorstehende Ergebnis eine bestimmte Modifikation erfährt. (Siehe auch Fußnote Seite 38 rechts und Schluß des § 16.)

Wir tragen die aus Fig. 102 zu greifenden $u_{s(\lambda)}$ in Kolonne 3 der Tabelle IV ein. Kolonne 4 enthält die dar-

Tabelle IV:

1	2	3	4	5	6
λ	δ_b aus Fig. 105 in m	u_s aus Fig. 102 in m	$h_s = \frac{u_s^2}{2g}$ in m	$\eta_{\mathfrak{h}} = \varphi - \delta_b - h_s$ in m	$\eta_{\mathfrak{h}}$ in v. H.
$^1/_1$	0,0650	0,340	0,00589	0,79911	79,91
$^3/_4$	0,0372	0,000	0,00000	0,83280	83,28
$^1/_2$	0,0385	0,256	0,00334	0,82816	82,82
$^1/_4$	0,0835	0,406	0,00842	0,77808	77,81

aus berechneten Werte $h_{s(\lambda)}$ und es ist klar, daß der hydraulische Wirkungsgrad $\eta_{\mathfrak{h}}$ allgemein sich ergeben muß zu:*)

$$\eta_{\mathfrak{h}(\lambda)} = \varphi - \delta_{b(\lambda)} - h_{s(\lambda)}.$$ (Siehe auch Gl. 25, Seite 91.)

Die Werte der $\eta_{\mathfrak{h}(\lambda)}$ sind in Kolonne 5 in m und in Kolonne 6 in v. H. der Gefällseinheit eingetragen.

Wir tragen jetzt in Kolonne 2 der nachstehenden Tabelle V die tatsächlichen, d. h. die auf das 9,3 m betragende Gefälle unseres Beispieles bezogenen Wassermengen für die vier charakteristischen Beaufschlagungen und in Kolonne 3 das zugehörige Netto-Gefälle H = 9,3 m ein. In Kolonne 4 erhalten wir dann in bekannter Weise die absoluten Leistungen:

$$N_a = \frac{1000 \cdot Q \cdot H}{75}$$

in P.S. und durch Multiplikation mit den zugehörigen Werten von $\eta_{\mathfrak{h}}$ aus Tabelle IV in Kolonne 5 die hydraulischen Leistungen:

$$N_{\mathfrak{h}} = N_a \cdot \eta_{\mathfrak{h}}$$

Tabelle V:

1	2	3	4	5	6	7	8
λ	Q in cbm	H in m	$N_a = \frac{1000 \cdot Q \cdot H}{75}$ P.S.	$N_{\mathfrak{h}} = N_a \cdot \eta_{\mathfrak{h}}$ in P.S.	N_r in P.S.	$N_e = N_{\mathfrak{h}} - N_r$ in P.S.	$\eta = \frac{N_e}{N_a} \cdot 100$ in v. H.
$^1/_1$	0,8	9,3 m	99,20	79,20	0,4 P.S.	78,80	79,5
$^3/_4$	0,6		74,40	61,95		61,55	82,8
$^1/_2$	0,4		49,60	41,10		40,70	82,0
$^1/_4$	0,2		24,80	19,30		18,90	76,3

in P.S. Um nun die effektiven, an der Turbinenwelle verfügbaren Leistungen zu erhalten, muß von den Werten der $N_{\mathfrak{h}}$ jeweils noch ein konstanter Betrag für Reibung der Turbinenwelle in Lagern und Stopfbüchsen, für Reibung des Laufrades an den dasselbe umgebenden Wasserschichten u.s.w. abgezogen werden. Zur rechnerischen Bestimmung dieser Verluste müßte indessen die fertige Turbinenkonstruktion vorliegen und so bleibt nur übrig, die Reibungsarbeit der rotierenden Teile als Bruchteil der Größtleistung der Turbine schätzungsweise anzunehmen und es soll $N_r = 0{,}005 \cdot N_{\mathfrak{h}} = 0{,}005 \cdot 79{,}2 \cong 0{,}4$ P.S. gewählt werden.*) Diesen für alle Beaufschlagungen konstanten Betrag von den Werten in Kolonne 5 der Tabelle V abgezogen, erhalten wir in Kolonne 7 die effektiven Leistungen und in Kolonne 8 schließlich die totalen Wirkungsgrade oder Nutzeffekte:

$$\eta = \frac{N_e}{N_a} \cdot 100 \text{ in v. H. des Gefälles.}$$

Damit kann unsere Aufgabe in der Hauptsache als gelöst betrachtet werden und wir wollen der besseren Übersicht halber nun noch die Werte der N_e und η nach Wassermengen geordnet graphisch darstellen. Es ergibt sich so die Fig. 106, nach welcher die Kurve der N_e mit zunehmender Beaufschlagung erst beinahe geradlinig, dann aber langsam und stetig mehr der Abszissenachse zu sich neigend nach oben verläuft. Die effektive Leistung bei voller Beaufschlagung beträgt:

$$N_{e(^1/_1)} = 78{,}8 \text{ P.S.},$$

der zugehörige Nutzeffekt:

$$\eta_{(^1/_1)} = 79{,}5 \text{ v. H.}$$

Der beste Nutzeffekt wird zwischen $\lambda = {^3/_4}$ und $\lambda = {^1/_2}$ erreicht, wo er wenig mehr als 82,8, also etwa 83 v. H. beträgt. Er nimmt von hier aus mit weiter abnehmendem λ stetig ab, bis er mit $\lambda = {^1/_4}$ gleich 76,3 v. H. geworden ist.

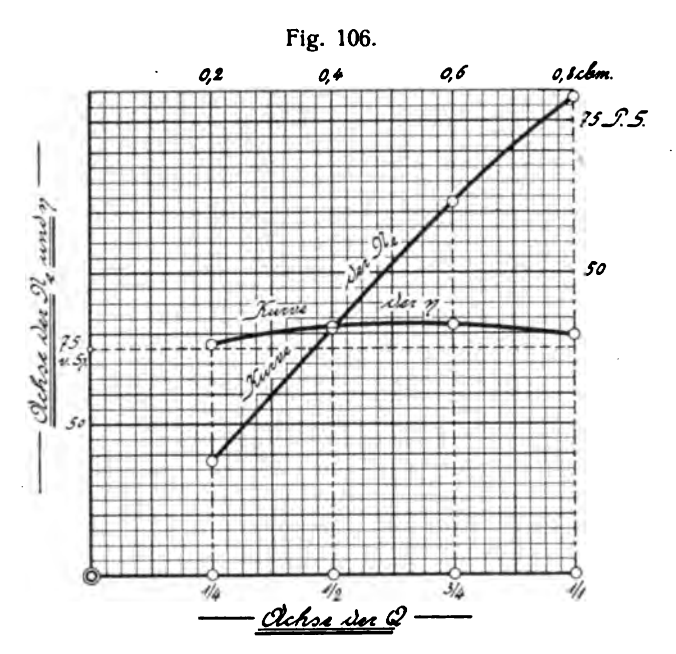
Die in Fig. 106 dargestellte η Kurve würde nun aber gegenüber der durch Bremsversuche ermittelten Nutzeffektskurve der Turbine unseres Beispieles aus verschiedenen Gründen nicht unerhebliche Abweichungen aufweisen.

*) Im Rechnungsbeispiel B wird sich zeigen, daß für Beaufschlagungen kleiner als λ_k noch ein weiterer Verlustposten als Folge der Unmöglichkeit, v_1 auf v_2 zu verzögern, in Rechnung gestellt werden muß. Dieser Posten fällt im vorliegenden Beispiel fort, weil λ_k etwa gleich $^1/_4$ und diese Beaufschlagung somit hierdurch noch unbeeinflußt ist. (Siehe Fig. 102.)

*) Streng genommen müßte bei Bestimmung der effektiven Leistungen der Turbine auch der Energieverlust infolge der im Spalt als sogenannter Spaltverlust verloren gehenden Wassermenge Berücksichtigung finden. Wir setzen aber kleinstmögliche Weite des Kranzspaltes $\mathfrak{S}_k$ unserer Turbine, etwa $\mathfrak{S}_k = 0{,}5$ m/m und kleinen Spaltdurchmesser ($D_{\mathfrak{S}} = 620$ gegen $D_1 = 1000$ m/m, Siehe Fig. 101) voraus und es kann der Spaltverlust deshalb, als sehr klein, unberücksichtigt bleiben. Er ist natürlich abhängig vom jeweiligen Spaltdruck $\mathfrak{h}_1$ und indem dieser mit der Beaufschlagung sich ändert, (Siehe Fig. 47) so ist dies auch hinsichtlich des Spaltverlustes der Fall, er nimmt mit der Beaufschlagung ab. Es darf diesbezüglich auf das Pfarr'sche Werk „Die Turbinen für Wasserkraftbetrieb" S. 258 und die Folgenden, sowie auf den betreffenden Abschnitt in der Hütte (18. Auflage S. 792 und 793 oder auch neuere Auflage derselben) verwiesen werden.

Hier ist in erster Linie zu erwähnen, daß vorstehende Nutzeffektsbestimmung mit keinem Gefällerückgewinn durch Saugrohrerweiterung rechnet, also ein Saugrohr von konstantem Querschnitt voraussetzt. In Wirklichkeit wird aber eine Turbine rationellerweise stets und unter allen Umständen mit einem erweiterten Saugrohr versehen werden, so daß infolge des hierdurch erzielten Saugrohrrückgewinnes höhere Nutzeffekte sich einstellen. (Siehe auch Fußnote Seite 47.) Dieser Saugrohrrückgewinn dürfte in unserem Falle bei voller Beaufschlagung 2 bis 3 v. H., bei $\lambda = {}^3/_4$ vielleicht gut 2 v. H.

Fig. 106.

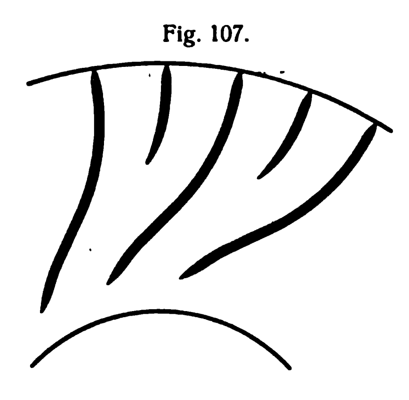


betragen. Für $\lambda = {}^1/_2$ ist ein nennenswerter Rückgewinn wohl kaum noch zu erwarten, weil mit abnehmendem λ die für Verzögerung des Wassers im Saugrohr allein in Frage kommende Normalkomponente w_n der absoluten Austrittsgeschwindigkeit w_2 kleiner und kleiner und die den Verzögerungsvorgang nur störende Tangentialkomponente w_t immer größer wird. (Siehe Fig. 102.)

Es dürfte somit infolge des Saugrohrrückgewinnes die η Kurve in Wirklichkeit gegenüber der Fig. 106 mit zunehmender Beaufschlagung etwa von $\lambda = {}^1/_2$ ab höheren Verlauf nach Maßgabe des Vorstehenden zeigen.

Als weiterer, eine Verschiebung der tatsächlichen η Kurve, gegenüber der in Fig. 106 dargestellten, bedingender Einfluß ist die, mit abnehmender Beaufschlagung von λ_g ab zunehmende Abweichung der theoretischen Eintrittsrichtung des Wassers vom bleibenden Winkel β_1 zu nennen. Nach Fig. 67 bildet sich infolge dieser Richtungsabweichung ein wirbelnder Wasserkörper am Rücken der Laufradschaufel und verursacht eine empfindliche Störung der Wasserführung in der weiten Anfangspartie des Laufradkanales. Dazu kommt, daß durch den Stoß des Wassers gegen die Laufradschaufeln ein ins Laufrad eintretender Wasserstrahl plötzlich abgelenkt, gewissermaßen geknickt wird, wodurch die einzelnen Wasserfäden in Unordnung geraten und die durch das Wirbelnest am Schaufelrücken bereits eingeleitete Störung des geordneten Wasserdurchflusses vermehrt wird. Es ist leicht einzusehen, daß in dieser Hinsicht ideale Verhältnisse nur bei Verwendung unendlich vieler Laufradschaufeln erzielt werden können *) und es darf deshalb im Interesse der kleinen Beaufschlagungen die Schaufelzahl des Laufrades nicht allzusehr vermindert werden. Andererseits kann natürlich dem Bestreben, zur möglichsten Verringerung der Reibungsflächen im Laufrad mit kleinsten Schaufelzahlen auszukommen, seine Berechtigung nicht abgesprochen werden. Um beiden Forderungen gerecht zu werden, kann man zwischen je zwei Schaufeln eine weitere Schaufel setzen, welche etwa in halber Kanallänge oder noch früher schlank ausläuft, wie Fig. 107 zeigt. Auf diese Weise werden die durch Wirbelbildung am Schaufelrücken verursachten Eintrittsverluste bei kleinen Beaufschlagungen wesentlich verringert, ohne daß die Reibungsflächen im Laufrad allzustarke Vermehrung erfahren. (Überdies herrschen auch am Kanalanfang noch kleine Geschwindigkeiten.)

Fig. 107.



Solche Laufräder kommen heute jedoch nur noch selten zur Ausführung, weil ihre Herstellung sich zu teuer stellt und meist in keinem Verhältnis zu dem erzielten Gewinn an Nutzeffekt steht. Zudem hat man sich eben mit Rücksicht auf die schlechteren Nutzeffekte mehr und mehr daran gewöhnt, die praktische untere Beaufschlagungsgrenze möglichst hoch zu legen, so daß die Viertelbeaufschlagung kaum noch und dann nur für kurze Zeit in Frage kommt und somit der eventuell auftretende Abmangel an Nutzeffekt bezw. an Kraft leicht zu verschmerzen ist.

Diese durch Wirbel stark beeinflußten Eintritts- und Durchflußverhältnisse im Laufradkanal haben zur Folge, daß die tatsächliche η Kurve gegenüber der errechneten in Fig. 106 mit von λ_g ab kleiner werdendem λ mehr und mehr der Abszissenachse zu verläuft. Es ergibt sich also ein rascherer Abfall der Nutzeffekte, welcher rechnerisch nicht zu verfolgen ist und die Ursache bildet, daß eine einigermaßen zuverlässige, rechnerische Vorausbestimmung des Nutzeffektes, auch für einfache Turbinentypen wie im vorliegenden Falle unseres Beispieles, günstigenfalls noch für $\lambda = {}^1/_2$ Aussicht auf Erfolg hat. Unterhalb dieser Beaufschlagung liegt der Nutzeffekt infolge der, durch die falsche Eintrittsrichtung verursachten Wirbel derart im Unsicheren, daß er z. B. für $\lambda = {}^1/_4$ in Wirklichkeit $3 \div 8$ v. H. tiefer sich ergeben kann als der Rechnung entsprechen würde. Es ist dies auch mit ein Grund, weshalb erfahrene Turbinenbaufirmen im Allgemeinen nur ungern eine Nutzeffektsgarantie für Beaufschlagungen unter ${}^1/_2$ abgeben.

---

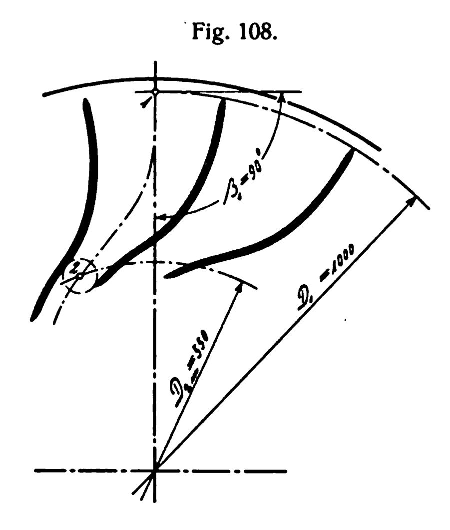
*) Bei unendlich vielen Schaufeln ist natürlich infolge der geringen Strahlstärke bezw. Schaufelweite die Bildung von Wirbeln am Anfang des Laufradkanales ausgeschlossen. Das Wasser bewegt sich daher, nachdem es mit $u_{s(\lambda)}$ zum Stoß gekommen ist, völlig ordnungsgemäß durch den Laufradkanal und es ergibt sich hier der Energieverlust am Kanaleintritt als reiner Stoßverlust $\frac{u_{s(\lambda)}^2}{2g}$.

Schließlich müssen als Ursache für rascheres Abnehmen der Nutzeffekte mit kleiner werdender Beaufschlagung gegenüber der Fig. 106 noch folgende Umstände erwähnt werden. Mit abnehmendem λ wird die Geschwindigkeit w_0 bezw. w_1 größer und das Verhältnis „$R =$ Querschnitt: benetzten Umfang" der Leitkanäle kleiner, also ungünstiger, während gleichzeitig der theoretische Spalt $\mathfrak{S}_t$ größer und der Winkel α_0 kleiner wird. (Siehe Fig. 31 und 32 bezw. 82 und 83.) Es ergibt sich also neben der Zunahme von w_0 und der Abnahme von R am Leitapparat eine Zunahme der Wegstrecke $0 \div 1$ des aus dem Leitapparat in das Laufrad übertretenden Wassers, alles Faktoren, welche eine Zunahme der Durchflußverluste im Leitapparat und im Schaufelspalt zur Folge haben müssen. Dem stehen jedoch die mit abnehmendem λ kleiner werdenden Geschwindigkeiten im Laufrad gegenüber, wodurch eine Abnahme der lediglich durch Reibung an den Kanalwänden verursachten Durchflußverluste in Letzterem bedingt ist.

Hierdurch dürften aber die betreffenden größeren Verluste im Leitapparat und im Schaufelspalt zum großen Teile wieder ausgeglichen werden, so daß in Wirklichkeit eine nennenswerte Verschiebung der η Kurve in Fig. 106 durch sie kaum eintreten wird.

In Fig. 108 ist schließlich noch die Laufradschaufelung für das vorliegende Beispiel schematisch dargestellt.

Fig. 108.



Nach unseren in § 16 angestellten Betrachtungen müßte das Laufrad als eine Gr. $10\frac{0{,}35}{2{,}92}$ bezeichnet werden und es wird der Entwurf des Schaufelschnittes dazu gleich am Anfang des Heftes II durchgeführt werden.

Rechnungsbeispiel B:

Gegeben sei eine Wassermenge $Q = 1{,}0$ cbm und ein Gefälle $H = 25{,}0$ m. Es soll das Laufradprofil und das Geschwindigkeitsdiagramm einer Francis-Turbine entworfen werden, für welche das $u_{1\,min} = \frac{c_e^2}{2 \cdot c'_{e\,m} \cos \alpha_{1\,(3/4)}}$ zutrifft und deren $D_1 = 1200$ m/m sei. Nutzeffekte und effektive Leistungen sind wieder für die vier charakteristischen Beaufschlagungen zu bestimmen, wobei einmal $\lambda_g = {}^3/_4$ und ein andermal $\lambda_g = {}^1/_1$ zu Grunde gelegt werden soll. (Siehe Fußnote Seite 38 links.) Die sich ergebende Drehzahl der Turbine sei gleichgiltig!

Zunächst ist wieder:

$$Q_1 = \frac{Q}{\sqrt{H}} = \frac{1{,}0}{\sqrt{25}} = 0{,}2 \text{ cbm}.$$

Nach Gleichung V wird alsdann:

$$S_t = \frac{0{,}2}{1{,}2^2 \cdot 0{,}75} = 0{,}1852,$$

welche relative Schluckfähigkeit nach Fig. 97 einem Verhältnis $\frac{b_0}{D_1} \simeq 0{,}072$ entspricht. Wir legen somit fest:

$$b_0 = 0{,}072 \cdot 1200 = 86{,}4 \text{ m/m}$$

oder rund: $b_0 = 90$ m/m.

Damit bestimmt sich:

$$y_{(1/1)} = \frac{0{,}2}{\pi \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}09} = 0{,}59 \text{ m}.$$

Nach Fig. 98 ergibt sich für $\frac{b_0}{D_1} = 0{,}072$ ein Verhältnis $\frac{D_{2m}}{D_1} \simeq 0{,}48$ und es wird:

$$D_{2m} = 0{,}48 \cdot 1200 \simeq 580 \text{ m/m}.$$

Für die Bestimmung des $u_{1\,min}$ entnehmen wir zunächst $\varphi \simeq 0{,}84$ aus Fig. 60. Zur vorläufigen Bestimmung des $c'_{e\,m} = \sqrt{c_e^2 - u_1^2 + u_{2m}^2}$ ist dann außer φ das $u_{2m} = u_1 \cdot \frac{D_{2m}}{D_1} = u_1 \cdot 0{,}483$ und zur Bestimmung des Winkels $\alpha_{1(3/4)}$ das $y_{(3/4)} = 0{,}75 \cdot 0{,}59 = 0{,}4425$ gegeben.

Wie bekannt, kann das genaue $u_{1\,min}$ nur durch Einsetzen eines angenommenen, passend scheinenden Wertes von $u_{1\,min}$ und der zugehörigen Werte von $c'_{e\,m}$ und $\alpha_{1(3/4)}$ in Gleichung IIIa näherungsweise bestimmt werden.

Es muß der wirkliche Wert $u_{1\,min}$ im Verein mit seinen zugehörigen Werten $c'_{e\,m}$ und $\alpha_{1(3/4)}$ diese Gleichung befriedigen. Es sei daher ein vorläufiger Wert $u_{1\,min} = 2{,}3$ angenommen, womit das vorläufige $u_{2m} = 0{,}483 \cdot 2{,}3 = 1{,}111$ und:

$$c'_{e\,m} = \sqrt{0{,}84 \cdot 19{,}62 - 2{,}3^2 + 1{,}111^2} = 3{,}52$$

wird.

Wir können also schreiben:

$$2{,}3 = \frac{16{,}5}{2 \cdot 3{,}52 \cdot \cos \alpha_{1(3/4)}}$$

und zur Auswertung der rechten Gleichungsseite fehlt nur noch der Wert für $\cos \alpha_{1(3/4)}$. Es ist nun:

$$\operatorname{tg} \alpha_{1(3/4)} = \frac{y_{(3/4)}}{x_{(3/4)}},$$

wofür das benötigte $x_{(3/4)}$ aus der Beziehung $2 u_1 \cdot x_{(3/4)} = c_e^2$ sich ermittelt zu:

$$x_{(3/4)} = \frac{16{,}5}{4{,}6} = 3{,}587$$

und womit: $\operatorname{tg} \alpha_{1(3/4)} = \frac{0{,}4425}{3{,}587} = 0{,}1234$ wird.

Der vorläufige Winkel $\alpha_{1(3/4)}$ beträgt also 7° 3′ und besitzt einen cosinus $= 0{,}9924$. Nunmehr kann versucht werden, ob Gleichung IIIa befriedigt wird:

$$2{,}3 = \frac{16{,}5}{2 \cdot 3{,}52 \cdot 0{,}9924} = 2{,}36.$$

Wir ersehen daraus, daß $u_{1\,min} = 2{,}3$ die Gleichung nicht befriedigt und es muß $u_{1\,min}$ offenbar höher als 2,36 liegen. Wir wählen $u_{1\,min} = 2{,}39$ und erhalten damit:

$u_{2m} = 1{,}155$; $c'_{e\,m} = 3{,}48$; $x_{(3/4)} = 3{,}45$; $\operatorname{tg} \alpha_{1(3/4)} = 0{,}1283$;
$\sphericalangle\, \alpha_{1(3/4)} \simeq 7^\circ 20'$; $\cos \alpha_{1(3/4)} \simeq 0{,}992$

und somit:

$$2{,}39 = \frac{16{,}5}{2 \cdot 3{,}48 \cdot 0{,}992} = 2{,}391.$$

$u_{1\,min}$ liegt also noch etwas höher als 2,391, es befriedigt jedoch der Wert 2,39 die Gleichung IIIa hinreichend und kann beibehalten werden.

Es wird alsdann:

$$n_1 = \frac{2{,}39 \cdot 60}{\pi \cdot 1{,}2} = 38$$

und die minutliche Drehzahl bei 25 m Gefälle:

$$n = n_1 \cdot \sqrt{H} = 190.$$

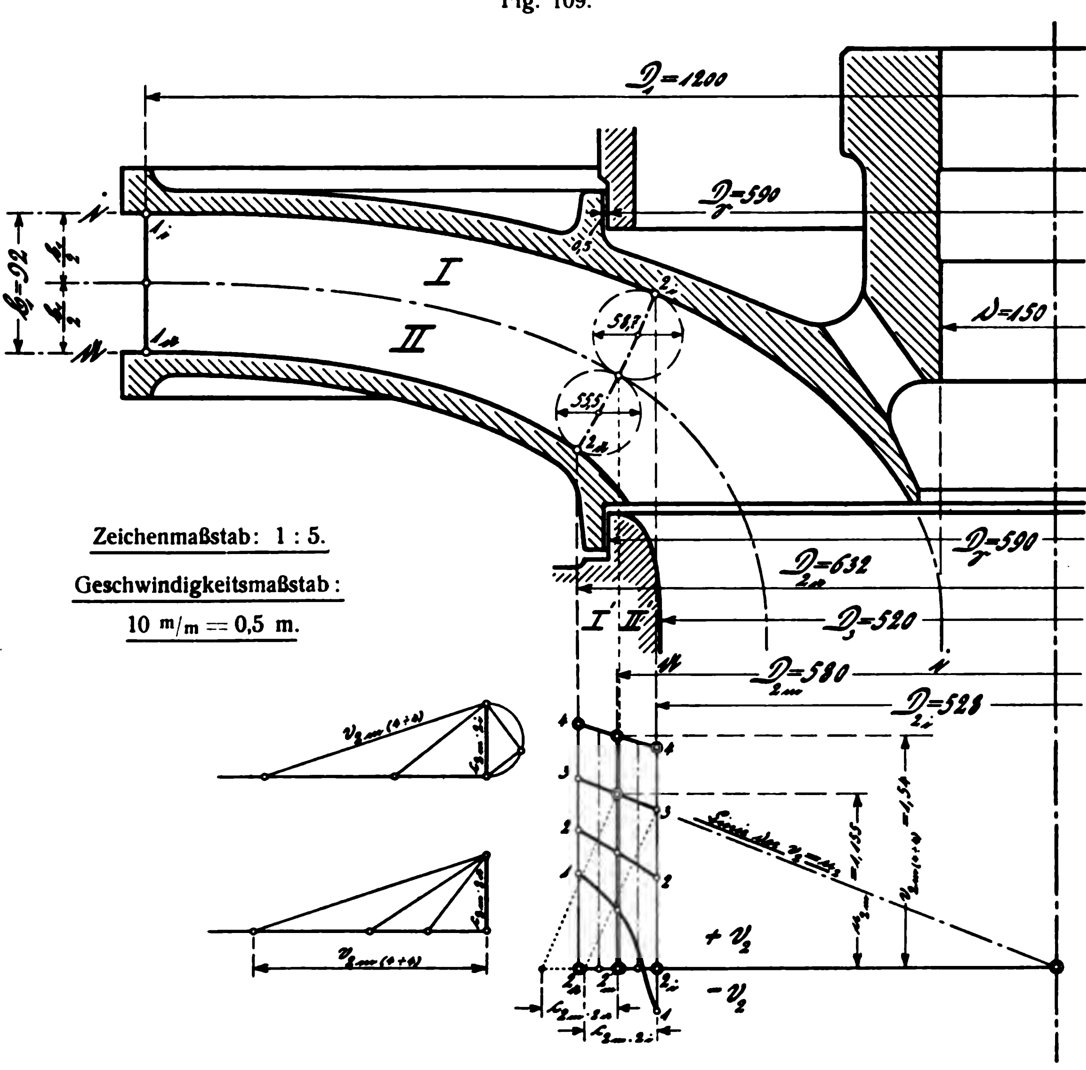
Wenn jetzt wieder das wahrscheinlichere $k_3 = 0{,}94$ gesetzt wird, so ergibt sich:

$$w_{3\,(^1/_1)} = \frac{0{,}2}{0{,}94 \cdot 0{,}195} = 1{,}09,$$

was wieder mit genügender Annäherung dem $w_{n\,(^1/_1)} = 1{,}08$ gleichkommt.

Wir kommen zum vorläufigen Entwurf des Laufradprofiles im Sinne der Figuren 99 und 100 des Rechnungsbeispieles A. Diese einfachen Vorgänge sollen übersprungen werden und wir nehmen deren Ergebnisse:

Fig. 109.



$D_{2a} = 632$ und $D_{2i} = 528$ sowie das Profil Fig. 109 als gegeben hin.

Zum Entwurf des Laufradprofiles fehlt noch der Ausgußdurchmesser D_3, welcher sich analog dem Rechnungsbeispiel A ergibt zu:

$$D_3 = \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}2}{\pi \cdot k_2 \cdot w_{n\,(^1/_1)}}}.$$

Für unser Verhältnis $\frac{b_0}{D_1} \cong 0{,}072$ ist nach Fig. 96 $w_{n\,(^1/_1)} \cong 1{,}08$ und setzen wir k_2 vorläufig wieder gleich 0,88, so wird: $D_3 = 0{,}518$ m und aufgerundet: $D_3 = 520$ m/m.

Nach Abzug des durch die Turbinenwelle von 150 m/m Durchmesser verdrängten Querschnittes verbleibt dann eine tatsächliche Ausgußfläche:

$$F_3 = \frac{\pi}{4} \cdot (0{,}52^2 - 0{,}15^2) = 0{,}195 \text{ qm}.$$

Es folgt jetzt die genaue rechnerische Bestimmung des Laufradaustrittes, wofür sich zunächst ergibt:

$$v_{2m\,(^1/_1)} = v_{2m\,(4 \div 4)} = 1{,}333 \cdot u_{2m} = 1{,}333 \cdot 1{,}155$$

oder:

$$v_{2m\,(4 \div 4)} = 1{,}54 \text{ m}.$$

Nunmehr legen wir in Fig. 109 die Linie der $v_2 = u_2$ fest, bestimmen mit deren Hilfe die Werte $c_{2m \cdot 2a}$ und $c_{2m \cdot 2i}$, worauf mittels der in Fig. 109 nebengezeichneten, rechtwinkligen Dreiecke die v_2 Kurven $4 \div 4$; $2 \div 2$ und $1 \div 1$ in bekannter Weise konstruiert werden können.

Infolge des sehr kleinen Verhältnisses $\frac{b_0}{D_1} \cong 0{,}072$ genügt für die Berechnung eine Teilung der Turbine in

zwei Teilturbinen, deren jede die halbe Wassermenge verarbeiten soll. $z_2 = 19$ Laufradschaufeln angenommen, ergibt sich die pro Laufradkanal verarbeitete Wassermenge zu: $q_{1(1/1)} = \frac{200}{19} = 10{,}52$ ltr, also pro Laufradkanal und Teilturbine: $\frac{1}{2}\, q_{1(1/1)} = 5{,}26$ ltr, und die Berechnung des Laufradaustrittes kann in bekannter Weise erfolgen. Die Rechnungsergebnisse sind in Tabelle I niedergelegt und

Tabelle I:

1	2	3	4	5	6	7
Austrittsstufe	$a_2 =$ konstant	Δb_2 in dm	$\Delta f_2 = a_2 \cdot \Delta b_2$ in qdm	$v_{2m(4\div4)}$ aus Fig. 109 in dm	$^1/_2\, q_{1(1/1)} = v_{2m(4\div4)} \cdot \Delta f_2$ in ltr	$q_{1(1/1)} = \Sigma\, ^1/_2\, q_{1(1/1)}$ in ltr
I'	0,6 dm	0,587	0,352	14,95	5,26	10,52
II'		0,555	0,333	15,80	5,26	

es ist dazu Folgendes zu bemerken:

a_2 wird bei dem kleinen Wert $\frac{b_0}{D_1}$ natürlich wieder konstant gehalten und ergibt sich aus:

$$a_2 + s_2 = \frac{w_{n(3/4)} \cdot 60}{z_2 \cdot n_1} = \frac{0{,}75 \cdot 1{,}08 \cdot 60}{19 \cdot 38} = 0{,}0673\,\text{m} = 67{,}3\,\text{m/m}.$$

s_2 wählen wir zu 7 m/m und runden a_2 auf 60 m/m ab, womit:

$$w_{n(3/4)} = \frac{0{,}067 \cdot 19 \cdot 38}{60} = 0{,}806 \text{ und: } w_{n(1/1)} = 1{,}075 \text{ m wird.}$$

Es folgt jetzt die Berechnung der Δq_1 für die v_2Kurven $3 \div 3$ und $2 \div 2$, wozu die konstanten Werte von Δf_2 aus Tabelle I entnommen werden. Die v_2Kurve $1 \div 1$ weist bereits wieder negative v_2 auf, weshalb die Δq_1 und δ_b für dieselbe getrennt zu berechnen sind.

In Kolonne 2 der Tabelle II sind die aus Fig. 109 entnommenen Werte der v_{2m} und in Kolonne 3 die Produkte $v_{2m} \cdot \Delta f_2 = \Delta q_1$ niedergelegt. Die Werte v_{2m} und Δq_1 der v_2Kurve $4 \div 4$ in Tabelle II wurden direkt aus Tabelle I übernommen. Kolonne 4 enthält die $z_2 \cdot \Sigma \Delta q_1$, d. h. die von sämtlichen Laufradkanälen der Gesamtturbine verarbeiteten Wassermengen in ltr.

Um nun die für den weiteren Rechnungsvorgang benötigten Werte der w_{2m} zu erhalten, muß das Geschwindigkeitsdiagramm aufgezeichnet werden.

In der Fußnote Seite 38 links wurde bereits darauf hingewiesen, daß bei Eintrittswinkeln $\beta_1 < 90^0$ und $\lambda_g = {}^3/_4$ für Beaufschlagungen größer als λ_g der Leitapparat zur Verarbeitung der betreffenden Wassermengen „übergeöffnet“ werden müsse, aus welchem Grunde von λ_g bis $\lambda = {}^1/_1$ nicht mehr die Parabel als Eintrittskurve fungiert und größere Stoßkomponenten sich ergeben. Es wurde weiter gesagt, daß diese Verhältnisse unter Umständen Veranlassung geben, λ_g höher zu legen als $^3/_4$ und wir wollen zur besseren Klarstellung des Gesagten die Eintrittsverhältnisse unseres vorliegenden Beispieles einmal für $\lambda_g = {}^3/_4$ und dann noch für $\lambda_g = {}^1/_1$ bearbeiten, wie bereits eingangs erwähnt wurde.

Wir nehmen wieder ein Achsenkreuz an und legen zunächst rechts auf Grund der Werte:

$$x_{(0)} = \frac{c_e^2 + u_{2m}^2}{2\, u_{1\,min}} = \frac{16{,}5 + 1{,}155^2}{4{,}78} = 3{,}728$$

und:

$$x_{(1/1)} = \frac{c_e^2 + u_{2m}^2 - v_{2m(1/1)}^2}{2\, u_{1\,min}} = \frac{16{,}5 + 1{,}155^2 - 1{,}54^2}{4{,}78} = 3{,}232$$

die Eintrittsparabel fest. (Siehe Fig. 110.) $c_{e\,m}'$ ergibt sich in bekannter Weise und als Zeichenprobe muß der $c_{e\,m}'$Kreis die Parabel im Punkt $E_{(3/4)}$ schneiden, entsprechend der Voraussetzung des $u_{1\,min}$: $w_{1\,max} = c_{e\,m}'$ bezw. $v_1 = v_2$ für $\lambda = {}^3/_4$. Wenn wir also später die Eintrittsverhältnisse für die eine Annahme: $\lambda_g = {}^3/_4$ festlegen, so darf hier schon darauf hingewiesen werden, daß dafür die Laufradkanäle

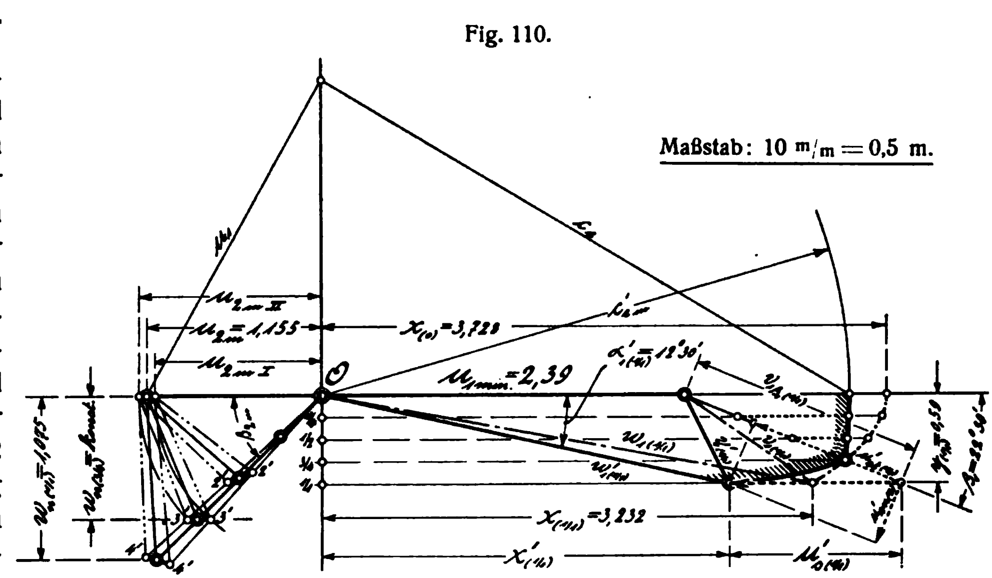
Tabelle II:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Austrittsstufen	v_{2m} aus Fig. 109 in dm	$\Delta q_1 = v_{2m} \cdot \Delta f_2$ in ltr	$z_2 \cdot \Sigma \Delta q_1$ in ltr	w_{2m} aus Fig. 110 in m	$\delta = \frac{w_{2m}^2}{2g}$ in m	$\delta \cdot \Delta q_1$ in mkg	$\Sigma \delta \cdot \Delta q_1$ in mkg	$\delta_b = \frac{\Sigma \delta \cdot \Delta q_1}{\Sigma \Delta q_1}$ in m	δ_b in v. H.
				v_2Kurve $4 \div 4$:					
I'	14,95	5,26	$19 \cdot 10{,}52 =$ 200 ltr	1,112	0,0630	0,3312	0,6352 mkg	$\frac{0{,}6352}{10{,}52} =$ 0,0604 m	6,04 v. H.
II'	15,80	5,26		1,065	0,0578	0,3040			
				v_2Kurve $3 \div 3$:					
I'	11,0	3,872	$19 \cdot 7{,}882 =$ 150 ltr	0,89	0,0403	0,1562	0,3124 mkg	$\frac{0{,}3124}{7{,}882} =$ 0,0396 m	3,96 v. H.
II'	12,02	4,010		0,875	0,0390	0,1562			
				v_2Kurve $2 \div 2$:					
I'	6,82	2,40	$19 \cdot 5{,}198 =$ 98,7 ltr	0,812	0,0336	0,0806	0,1746 mkg	$\frac{0{,}1746}{5{,}198} =$ 0,0336 m	3,36 v. H.
II'	8,40	2,798		0,812	0,0336	0,0940			

durchweg konstanten Querschnitt, das Merkmal der sogenannten „Grenzturbinen“, annehmen.

Bevor wir jedoch die Eintrittsverhältnisse für beide Annahmen, $\lambda_g = {}^3/_4$ einerseits und $\lambda_g = {}^1/_1$ andererseits erschöpfend behandeln, wollen wir erst auf der linken Seite von Fig. 110 die für beide Annahmen giltigen Austrittsverhältnisse festlegen und an Hand dieser, sowie der Fig. 111 und 112 die Berechnung der Wassermengen und Austrittsverluste für die v_2Kurven 4 ÷ 4; 3 ÷ 3; 2 ÷ 2 und 1 ÷ 1 vollends durchführen.

Fig. 110.



Wir konstruieren zunächst in Fig. 110 mit Hilfe des konstanten $w_{n(3/4)} = 0{,}806$ und der Kreise vom Radius $v_{2m(3/4)} = u_{2m}$ wieder die Austrittsdreiecke der v_2Kurve 3 ÷ 3*) und damit die Winkel β_{2m}, (welche für alle Austrittsdreiecke derselben Teilturbine Geltung haben) worauf in bekannter Weise die Austrittsdreiecke der v_2Kurven 4 ÷ 4 und 2 ÷ 2 ergänzt werden. Es können alsdann der Fig. 110 wieder die durch verschiedene Strichpunktiermanier unterschiedenen w_{2m} entnommen und in Kolonne 5 der Tabelle II eingetragen werden. Kolonne 6 enthält die zugehörigen Werte $\delta = \frac{w_{2m}^2}{2g}$, Kolonne 7 die $\delta \cdot \Delta q_1$ u.s.w., bis wir schließlich in Kolonne 10 die durchschnittlichen Austrittsverluste δ_b in v. H. der Gefällseinheit erhalten.

Wir kommen zur Berechnung der Austrittsverhältnisse für die v_2Kurve 1 ÷ 1. In Fig. 111 ist über die v_2Kurve 1 ÷ 1 wieder die Austrittspartie des Laufradprofiles gezeichnet und in den Kolonnen 2; 3; 4; 5 und 6 der Tabelle III sind die entsprechenden Rechnungsgrößen analog dem Vorgang im Rechnungsbeispiel A eingetragen. Darnach ergibt sich hier die Pumpwassermenge mit ∓ 0,2208 ltr pro Laufradkanal als relativ klein im Vergleich mit der Betriebswassermenge 1,942 ltr, was auf die nicht sehr bedeutende Verschiedenheit der extremen Austrittsdurchmesser D_{2a} und D_{2i} zurückzuführen ist.

*) Ein Vergleich der Werte $z_2 \cdot \Sigma \Delta q_1$ in Kolonne 4 der Tabelle II zeigt, daß auch hier die der v_2Kurve 3 ÷ 3 zugehörige Beaufschlagung mit $\lambda = {}^3/_4$ zusammenfällt wie im Beispiel A.

Diese geringe pumpende Wirkung kommt auch beim Vergleich der Fig. 111 mit der Fig. 103 des Rechnungsbeispieles A recht deutlich zum Ausdruck und es liegen in Fig. 111 die Austrittspunkte $2'_i$; 2_n und 2_i dicht beisammen.

Fig. 111.

Maßstab: 10 m/m = 0,5 m.

Fig. 112 gibt die zugehörigen Austrittsdreiecke wieder, über deren Konstruktion analog der Fig. 104 als selbstverständlich weggegangen werden darf. Wir entnehmen der Fig. 112 die strichpunktiert gezeichneten w_{2m}, sowie das $u_{2m(2n \div 2'i)} = 1{,}106$ und tragen diese Werte in Kolonne 7 der Tabelle III ein. Kolonne 8 enthält die Werte $\delta = \frac{w_{2m}^2}{2g}$ (für die

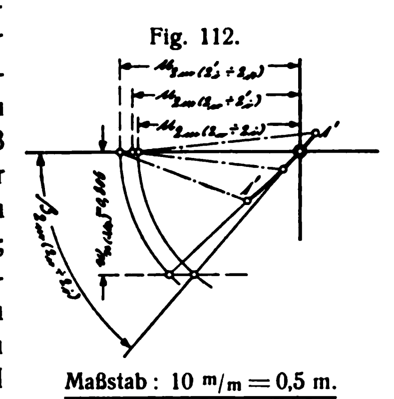
Tabelle III:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Austrittsstufe	v_{2m} aus Fig. 111 in dm	$\Delta f_2 \doteq a_2 \cdot \Delta b_2$ in qdm	$\Delta q_1 = v_{2m} \cdot \Delta f_2$ in ltr	Gesamtwassermenge	Betriebswassermenge	Verluste am Laufradaustritt: Geschwindigkeiten aus Fig. 112 in m	Verluste am Laufradaustritt: Geschwindigkeitshöhen δ in m	$\delta \cdot \Delta q_1$ in mkg	$\Sigma \delta \cdot \Delta q_1$ in mkg	$\delta_b = \frac{\Sigma \delta \cdot \Delta q_1}{1{,}942}$ in m	δ_b in v. H.
$2_n \div 2_i$	— 1,6	0,138	— 0,2208	$19 \cdot 2{,}1628 = 41{,}1$ ltr	$19 \cdot 1{,}942 = 36{,}9$ ltr	$w_{2m(2n \div 2i)} = 1{,}185$ $u_{2m(2n \div 2'i)} = 1{,}106$	$\frac{1{,}185^2 - 1{,}106^2}{2g} = 0{,}00924$	0,00204	0,09373	$\frac{0{,}09373}{1{,}942} = 0{,}0482$	4,82 v. H.
$2_n \div 2'_i$	+ 1,6	0,138	+ 0,2208			$w_{2m(2n \div 2'i)} = 1{,}005$	0,0516	0,01139			
$2'_i \div 2_a$	4,75	0,408	1,942			$w_{2m(2'i \div 2a)} = 0{,}900$	0,0413	0,0803			

Austrittsstufe $2_{II} \div 2_{i}$, an welcher die Pumpwassermenge eintritt, ist wieder: $\delta = \frac{w^2_{2m(2II \div 2i)} - u^2_{2m(2II \div 2i)}}{2g}$ u. s. w., bis schließlich in Kolonne 12 das δ_b mit 4,82 v. H. erhalten wird.

Damit liegen für alle vier v_2Kurven die Betriebswassermengen und die zugehörigen δ_b fest und wir können Letztere nach Ersteren geordnet graphisch darstellen, wie Fig. 113 zeigt. In dieser sind wieder die vier charakteristischen Beaufschlagungen $^1/_1$; $^3/_4$; $^1/_2$ und $^1/_4$ durch Ordinaten mit großen Kreischen markiert, während die den Werten von δ_b in Tabelle II und III entsprechenden Ordinaten durch kleine Kreischen begrenzt sind. Es zeigt sich hierbei, daß die Beaufschlagung $\lambda = {}^3/_4$ wieder, wie bereits erwähnt, mit der zur v_2Kurve $3 \div 3$ gehörigen Beaufschlagung zusammenfällt, welches Resultat umsomehr zu erwarten war, als wir es im vorliegenden Falle mit einem noch kleineren Verhältnis $\frac{b_0}{D_1}$ und deshalb auch mit einer kleineren Differenz $D_{2a} - D_{2i}$ zu tun hatten als im Rechnungsbeispiel A.

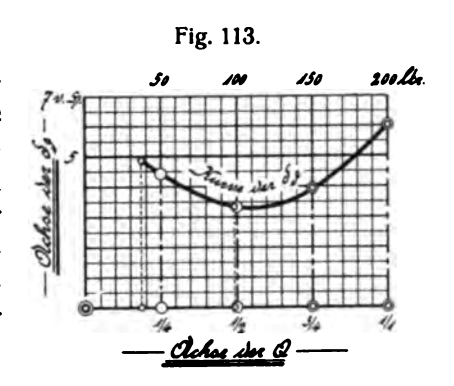
Fig. 112.



Maßstab: 10 m/m = 0,5 m.

Die Beaufschlagung $\lambda = {}^1/_2$ ist nur um wenig größer als die zur v_2Kurve $2 \div 2$ gehörige Beaufschlagung, wogegen $\lambda = {}^1/_4$ ziemlich höher liegt als die zur v_2Kurve $1 \div 1$ gehörige Beaufschlagung. Die der Fig. 113 entnommenen δ_b der vier charakteristischen Beaufschlagungen sind in Kolonne 2 der Tabelle IV niedergelegt und wir kommen zur Bestimmung der Stoßverluste am Laufradeintritt, welche wir, wie bereits erwähnt, für die zwei verschiedenen Annahmen $\lambda_g = {}^3/_4$ und $\lambda_g = {}^1/_1$ getrennt durchführen wollen.

Fig. 113.

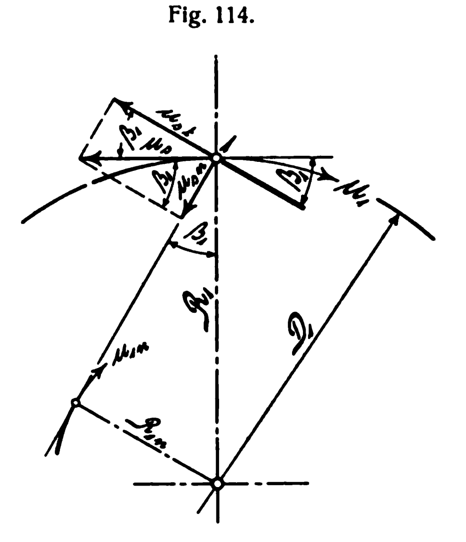


Wir vervollständigen zunächst die Eintrittsverhältnisse in Fig. 110 unter Annahme des $\lambda_g = {}^3/_4$, wodurch, wie im Rechnungsbeispiel A, bei Beaufschlagungen größer als λ_g die Wasserstöße der Drehrichtung des Laufrades entgegen, bei Beaufschlagungen kleiner als λ_g im Sinne derselben erfolgen. Im Übrigen sind in Fig. 110 die Eintrittsverhältnisse bereits für „Überöffnung" des Leitapparates bei Beaufschlagungen größer als λ_g vervollständigt, worauf wir später zurückkommen, nachdem im Folgenden die Stoßverhältnisse für $\beta_1 < 90^0$ im Allgemeinen erst Klärung gefunden haben werden.

In Fig. 114 ist die Zerlegung der Stoßgeschwindigkeit u_s einer Beaufschlagung größer als λ_g in zwei Komponenten für ein Laufrad mit Winkel $\beta_1 < 90^0$ dargestellt und zwar erfolgte die Zerlegung normal und tangential zu der durch β_1 gegebenen Eintrittsrichtung am Laufrad.

Es darf nun auch hier, wie im Beispiel A, ein für allemal angenommen werden, daß die folgenden Betrachtungen durchweg auf dem Kreis vom Durchmesser D_1, also auf dem geometrischen Ort der mittleren Eintrittspunkte 1 sich abspielen. (Siehe Fig. 119 und 120.)

Fig. 114.



Nach Fig. 114 trifft ein Wasserteilchen mit der Geschwindigkeitskomponente $u_{sn} = u_s \cdot \sin \beta_1$ auf das erste Element einer Laufradschaufel auf, d. h. das Schaufel-Element, welches mit der konstanten Geschwindigkeit u_1 um die Turbinenachse rotiert, erteilt dem Wasserteilchen eine Beschleunigung u_{sn} und übt somit einen Beschleunigungsdruck gleich der Masse des Wasserteilchens mal u_{sn} auf Letzteres aus. Dieser Beschleunigungsdruck besitzt pro 1 ltr Wasser die Größe: $p_{sn} = \frac{1}{g} \cdot u_{sn} = \frac{1}{g} \cdot u_s \cdot \sin \beta_1$ und es ist derselbe nach Fig. 114 am Radius $R_{1n} = R_1 \cdot \sin \beta_1$, der Drehrichtung des Laufrades entgegen, um die Turbinenachse kreisend zu denken. Er setzt somit dem arbeitenden Laufrad ein Arbeitsvermögen:

$$A_{sn} = p_{sn} \cdot u_1 \cdot \frac{R_{1n}}{R_1}$$

oder:

$$A_{sn} = \frac{1}{g} \cdot u_s \cdot \sin \beta_1 \cdot u_1 \cdot \sin \beta_1 = \frac{1}{g} \cdot u_s \cdot u_1 \cdot \sin^2 \beta_1 \text{ mkg}$$

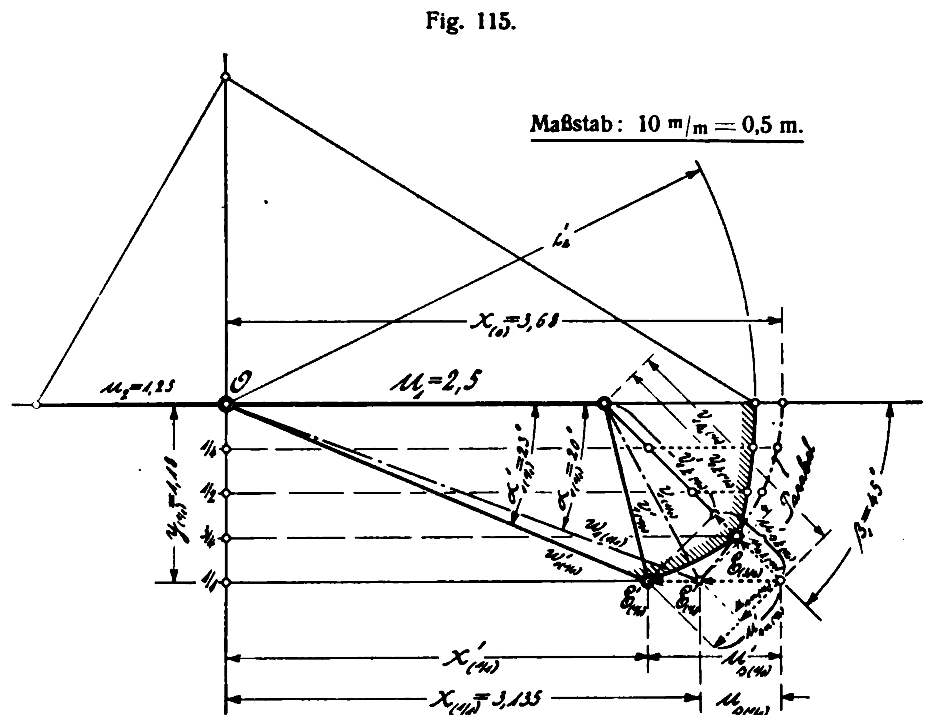
entgegen, welches als Verlust zu betrachten und mit negativem Vorzeichen zu versehen ist. Nach Fig. 114 ist nun leicht einzusehen, daß für eine Beaufschlagung kleiner als λ_g der Stoß des Wassers in umgekehrter Richtung erfolgen muß. Es kehren die Komponenten u_{sn} und u_{st} samt ihrer Resultierenden u_s die Richtung um und es muß somit vorstehender Ausdruck auch hierfür Geltung haben, wobei an Stelle des negativen das positive Vorzeichen tritt. Der Stoß des Wassers gegen die Laufradschaufeln erfolgt also jetzt im Sinne der Drehrichtung, das Wasser erfährt durch die Schaufeln eine Verzögerung und gibt nutzbare Verzögerungsarbeit an sie ab. Wir können somit den Einfluß der Komponente u_{sn} auf das rotierende Laufrad bei Beaufschlagungen größer oder kleiner als λ_g zum Ausdruck bringen wie folgt:

$$A_{sn(\lambda)} = \mp \frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \cdot \sin^2 \beta_1 \quad \ldots\ldots \quad 17.)$$

Je nachdem wir es also mit einer Beaufschlagung größer oder kleiner als λ_g zu tun haben, erteilen die Lauf-

radschaufelanfänge dem eintretenden Wasser eine Beschleunigung bezw. sie verzögern dasselbe, im einen Falle Energie abgebend, im anderen solche empfangend. Nach erfolgtem Stoß besitzt das Wasser die genaue, für den Eintritt in das Laufrad nötige Richtung β_1 und wenn wir jetzt wieder volle Beaufschlagung ins Auge fassen, so ergibt sich aus Fig. 115*), daß die durch den Punkt $E_{(1/1)}$ gegebene theoretische Eintrittsgeschwindigkeit $v_{1(1/1)}$ eine in Richtung β_1 fallende Komponente $v_{1t(1/1)}$ besitzt, welche sich von der benötigten praktischen Eintrittsgeschwindigkeit $v_{1\beta_1(1/1)}$ um den Betrag $u_{st(1/1)}$ unterscheidet, sie ist um diesen Betrag zu klein. Nachdem aber das ganze effektive Gefälle φ zur Erzeugung der Wassergeschwindigkeiten und zur Überwindung der Zentrifugalkraft aufgebraucht wurde, so ist klar, daß wir ohne Weiteres nicht in der Lage sind, diese in Richtung β_1 fallende Komponente der theoretischen Eintrittsgeschwindigkeit, das $v_{1t(1/1)}$ auf $v_{1\beta_1(1/1)}$ zu beschleunigen.

Fig. 115.



Wir können bei $\lambda > \lambda_g$ durch Stoß der Laufradschaufelanfänge gegen das eintretende Wasser diesem also wohl die Normalkomponente u_{sn} erteilen, niemals aber die zu kleine Komponente v_{1t} um u_{st} vergrößern.

Die Beschleunigung des Wassers auf $v_{1\beta_1(1/1)}$ ist also nicht durch Stoß zu erreichen, es muß zu diesem Zwecke vielmehr ein entsprechender Gefällebetrag frei gemacht werden, was wir durch die sogenannte „Überöffnung" des Leitapparates erzielen. Diese Überöffnung ist in Fig. 115 mit Winkel $\alpha'_{1(1/1)} = 23^0$ gegenüber dem durch die Eintrittsparabel gegebenen Winkel $\alpha_{1(1/1)} = 20^0$ gegeben und es muß der Endpunkt der, der Überöffnung angehörenden absoluten Eintrittsgeschwindigkeit $w'_{1(1/1)}$ auf der Parallelen zu u_1 im Abstand $y_{(1/1)} = 1{,}18$ liegen, indem dieses auf jeden Fall gleich geblieben ist. Die relative Austrittsgeschwindigkeit $v_{2(1/1)}$ ist natürlich ebenfalls gleich geblieben und wir erübrigen somit bei einem theoretischen Eintrittsdreieck: u_1; $v'_{1(1/1)}$; $w'_{1(1/1)}$ gegenüber dem durch die Parabel bezw. durch $x_{(1/1)} = 3{,}135$ gegebenen theoretischen Eintrittsdreieck: u_1; $v_{1(1/1)}$; $w_{1(1/1)}$ eine Geschwindigkeitshöhe:

$$h_{ref.} = \frac{w_{1(1/1)}^2 - w'^2_{1(1/1)}}{2g} = \frac{x_{(1/1)}^2 - x'^2_{(1/1)}}{2g}.*)$$

Diese Geschwindigkeitshöhe bleibt im Spalt gewissermaßen als Reserve verfügbar und wird in dem Moment, in welchem die Laufradschaufeln dem in das Laufrad eintretenden Wasser die Stoßkomponente $u'_{sn(1/1)}$ und damit die genaue Eintrittsrichtung β_1 erteilen, in Geschwindigkeit umgesetzt. Sie beschleunigt die in Richtung β_1 fallende Komponente $v'_{1t(1/1)}$ der theoretischen Eintrittsgeschwindigkeit $v'_{1(1/1)}$ **) auf das benötigte $v_{1\beta_1(1/1)}$.

Diesem

$$h_{ref.} = \frac{x_{(1/1)}^2 - x'^2_{(1/1)}}{2g}$$

fällt aber noch eine weitere Aufgabe zu, wie wir im Folgenden gleich sehen werden.

Die Tangentialkomponente:

$$u_{st} = u_s \cdot \cos \beta_1$$

in Fig. 114, einer Beaufschlagung größer als λ_g angehörend, ist dem aus dem Leitapparat kommenden Wasser entgegen gerichtet und es trifft ein Wasserteilchen mit der Geschwindigkeit u_{st} auf die ihm unmittelbar nachfolgenden auf in dem Moment, in welchem es am Laufradeintritt zum Stoß kommt. Es wird also infolge des Stoßes um den Betrag u_{st} verzögert. Nachdem es vor dem Stoß eine relative Anfangsgeschwindigkeit u_{st}, nach demselben aber eine relative Endgeschwindigkeit gleich 0 besaß, so ist klar, daß zur Berechnung der durch den Stoß vernichteten Energie eine mittlere Geschwindigkeit $\frac{u_{st}}{2}$ in Rechnung gestellt werden darf. Dieser Energiebetrag ergibt sich als das Produkt aus Verzögerungskraft und mittlerer Geschwindigkeit und Erstere ist natürlich wieder Masse $\times$ Verzögerung. Wir können somit pro 1 ltr Wasser schreiben:

$$A_{st} = \frac{1}{g} \cdot u_{st} \cdot \frac{u_{st}}{2} = \frac{u_{st}^2}{2g}.$$

*) Der Fig. 115 wurden die Eintrittsverhältnisse unserer Fig. 66 für $\frac{D_2}{D_1} = 0{,}5$ zu Grunde gelegt, weil sie infolge des größeren $y_{(1/1)}$ für die Darstellung der einschlägigen Verhältnisse geeigneter sind als Fig. 110.

*) Es ist: $w_{1(1/1)}^2 - x_{(1/1)}^2 = y_{(1/1)}^2 = w'^2_{1(1/1)} - x'^2_{(1/1)}$ also auch: $w_{1(1/1)}^2 - w'^2_{1(1/1)} = x_{(1/1)}^2 - x'^2_{(1/1)}$.

**) Infolge des übergeöffneten Leitapparates erhalten wir nach Fig. 115 statt der durch die Parabel gegebenen Stoßkomponente $u_{s(1/1)}$ eine größere $u'_{s(1/1)}$ und darin liegt ein Nachteil der Überöffnung des Leitapparates, welcher neben anderem unter Umständen dazu führt, λ_g höher zu legen als $^3/_4$, worauf in der Fußnote Seite 38 links bereits hingewiesen wurde. (Siehe auch Seite 90 links.)

Dies ist aber nichts anderes, als eine dem Wasserdurchfluß durch die Turbine entgegenwirkende Geschwindigkeitshöhe, welche analog der Zentrifugalwirkung einen ihrer Größe gleichen Betrag des effektiven Gefälles φ aufhebt, unwirksam macht. Wir bezeichnen diese Geschwindigkeitshöhe $\frac{u_{st}^2}{2g}$, welche ihrem Wesen und ihrer Wirkung auf den Wasserdurchfluß nach auf demselben Prinzip beruht wie die zur Bestimmung von Wassergeschwindigkeiten benützte „Pitot'sche Röhre", mit h_{st} und sie ist von der Zentrifugalwirkung $\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}$ grundsätzlich verschieden insofern, als sie als direkter Verlust aufzufassen ist, was nach Seite 17 von $\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}$ nicht gesagt werden kann. Dies gilt jedoch nur für Beaufschlagungen größer als λ_g, während nach Fig. 114 und 115 für Beaufschlagungen kleiner als λ_g sämtliche Stoßkomponenten ihre Richtung umkehren, so daß dafür u_{st} und damit auch h_{st} im Sinne des Wasserdurchflusses wirksam wird, also treibend auf das Wasser wirkt und deshalb für die Ausnützung durch die Turbine nicht verloren geht. Der Einfluß der Komponente u_{st} bei Beaufschlagungen größer oder kleiner als λ_g kommt demnach durch folgende Beziehung zum Ausdruck:

$$h_{st(\lambda)} = \mp \frac{u_{st(\lambda)}^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 18.)$$

Es ist nun leicht einzusehen, daß bei Beaufschlagungen größer als λ_g das h_{st} durch die im Spalt in Reserve gehaltene Druckhöhe $h_{ref.}$ überwunden werden muß und darin besteht deren andere Aufgabe. Wir können somit in Bezug auf Fig. 115 schreiben:

$$h_{ref.} = \frac{x^2 - x'^2}{2g} = \frac{v_{1\beta_1}^2 - v'^2_{1t}}{2g} + \frac{u'^2_{st}}{2g}$$ (u'_{st} ist größer als u_{st}, Siehe Fußnote **) Seite 88.)

$v_{1\beta_1}$ ist aber gleich $v'_{1t} + u'_{st}$ und damit wird:

$$\begin{aligned} x^2 - x'^2 &= v'^2_{1t} + 2v'_{1t} \cdot u'_{st} + u'^2_{st} - v'^2_{1t} + u'^2_{st} \\ &= 2v'_{1t} \cdot u'_{st} + 2u'^2_{st} \\ &= 2u'_{st} \cdot (v'_{1t} + u'_{st}) \\ &= 2v_{1\beta_1} \cdot u'_{st}, \end{aligned}$$

also allgemein für Beaufschlagungen größer als λ_g:

$$x_{(\lambda)}^2 - x'^2_{(\lambda)} = 2v_{1\beta_1(\lambda)} \cdot u'_{st(\lambda)} \quad \ldots\ldots \quad 19.)$$

In dieser Gleichung ist stets $x_{(\lambda)}$ und $v_{1\beta_1(\lambda)}$ bekannt, während für die beiden Unbekannten $x'_{(\lambda)}$ und $u'_{st(\lambda)}$ jeweils zusammengehörige Werte aus dem Geschwindigkeitsdiagramm entnommen und in Gleichung 19.) eingesetzt werden müssen, bis dieselbe befriedigt ist. Durch das so erhaltene $x'_{(\lambda)}$ ist dann die Überöffnung des Leitapparates gegeben und $u'_{st(\lambda)}$ sowohl, als auch $u'_{sn(\lambda)}$ bezw. $u'_{s(\lambda)}$ bestimmt.

Gleichung 17.) auf Seite 87 lautete:

$$A_{sn(\lambda)} = \mp \frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \cdot \sin^2 \beta_1$$

und gab uns einerseits die von den Schaufelanfängen an das Wasser abgegebene und andererseits das von Letzterem an Erstere abgegebene Arbeitsvermögen pro 1 ltr Wasser an. Wir wollen jetzt weiter untersuchen, wie hoch sich der, infolge des mit u_{sn} zum Stoß gekommenen Wassers ergebende tatsächliche Energieverlust beläuft.

Wir greifen zu diesem Zweck wieder eine Beaufschlagung größer als λ_g heraus und wissen, daß für dieselbe ein Energiebetrag $-\frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \cdot \sin^2 \beta_1$ von den Laufradschaufeln auf Kosten der Nutzarbeit der Turbine an das Wasser abgegeben wird. Nach dem Stoß besitzt das Wasser die genaue Eintrittsrichtung β_1 und damit auch die in Richtung von u_{sn} fallende Geschwindigkeit $u_{1n} = u_1 \cdot \sin \beta_1$, (Siehe Fig. 114) während es vor dem Stoß eine in diese Richtung fallende Geschwindigkeit besaß, welche um u_{sn} kleiner war als u_{1n}. Wir haben demnach als Folge des Stoßes einen Zuwachs, also einen Gewinn an Geschwindigkeitshöhe in Richtung von u_{sn} zu verzeichnen, welcher sich ergibt zu:

$$\begin{aligned} h'_{sn(\lambda)} &= \frac{u_{1n}^2}{2g} - \frac{(u_{1n} - u_{sn(\lambda)})^2}{2g} \\ &= \frac{1}{g} \cdot u_{1n} \cdot u_{sn(\lambda)} - \frac{u_{sn(\lambda)}^2}{2g}. \end{aligned}$$

Nach Fig. 114 ist: $u_{1n} = u_1 \cdot \sin \beta_1$ und $u_{sn(\lambda)} = u_{s(\lambda)} \cdot \sin \beta_1$ und damit:

$$h'_{sn(\lambda)} = \frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \cdot \sin^2 \beta_1 - \frac{u_{sn(\lambda)}^2}{2g}.$$

Für Beaufschlagungen kleiner als λ_g muß dieser Ausdruck natürlich ebenfalls gelten, es ändert sich nur das negative Vorzeichen des $u_{sn(\lambda)}$ in vorstehendem Klammerausdruck. Wir erleiden hier einen Verlust an Geschwindigkeitshöhe in Richtung u_{sn} und können demnach für Beaufschlagungen größer oder kleiner als λ_g schreiben:

$$h'_{sn(\lambda)} = \pm \frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \cdot \sin^2 \beta_1 - \frac{u_{sn(\lambda)}^2}{2g} \quad \ldots \quad 20.)$$

Auch hier, wie im Beispiel A, steht also dem nach Gleichung 17 für $\lambda > \lambda_g$ negativen $A_{sn(\lambda)}$ nach Gleichung 20 ein positives $h'_{sn(\lambda)}$ gegenüber und umgekehrt für $\lambda < \lambda_g$, so daß der, infolge des mit $u_{sn(\lambda)}$ zum Stoß kommenden Wassers sich einstellende tatsächliche Energieverlust erhalten werden muß, wenn die Gleichungen 17 und 20 addiert werden. Es ist also:

$$h_{sn(\lambda)} = A_{sn(\lambda)} + h'_{sn(\lambda)}$$

$$= \mp \frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \cdot \sin^2 \beta_1 \pm \frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \cdot \sin^2 \beta_1 - \frac{u_{sn(\lambda)}^2}{2g}$$

oder:

$$h_{sn(\lambda)} = -\frac{u_{sn(\lambda)}^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 21.)$$

Das negative Vorzeichen in dieser Gleichung sagt uns, daß $\frac{u_{sn(\lambda)}^2}{2g}$ für alle Beaufschlagungen, gleichviel ob diese größer oder kleiner als λ_g sind, als Verlust aufzufassen ist.

Nach Gleichung 18 ergibt sich für die Tangentialkomponente u_{st} nur dann ein, deren Geschwindigkeitshöhe h_{st} entsprechender Verlust, wenn u_{st} dem Durchfluß des Wassers entgegengerichtet ist, also nur bei Beaufschlagungen größer als λ_g. Der tatsächliche Energieverlust infolge des mit der Gesamtgeschwindigkeit u_s zum Stoß

kommenden Wassers ist somit bei Turbinen mit Winkel $\beta_1 < 90^0$ allgemein:

1.) Für Beaufschlagungen größer als λ_g:

$$h_{s(\lambda > \lambda_g)} = h_{sn(\lambda)} + h_{st(\lambda)} = \frac{-u^2_{sn(\lambda)} - u^2_{st(\lambda)}}{2g}$$

$$= -\frac{u^2_{s(\lambda)}}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 22.)$$

2.) Für Beaufschlagungen kleiner als λ_g:

$$h_{s(\lambda < \lambda_g)} = -\frac{u^2_{sn(\lambda)}}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 23.)$$

Es zeigt sich also, daß der tatsächliche Stoßverlust im ersteren Falle der gesamten Stoßkomponente u_s, im Letzteren jedoch nur deren Normalkomponente u_{sn} entspricht. Er muß somit im ersteren Falle, unter Voraussetzung eines in beiden Fällen gleichen u_s, unter Umständen erheblich größer ausfallen als im Letzteren und da infolge der notwendigen Überöffnung des Leitapparates bei Beaufschlagungen größer als λ_g überdies die Stoßkomponente u'_s wesentlich größer sich ergibt als die durch die Parabel gegebene Stoßkomponente u_s, (Siehe Fig. 110 und 115) so ist klar, daß bei Annahme des $\lambda_g = {}^3/_4$ für Turbinen mit Winkel $\beta_1 < 90^0$ die Eintrittsverhältnisse in zweifacher Hinsicht wesentlich zu Ungunsten der über λ_g liegenden Beaufschlagungen sich verschieben, was ein Vergleich der „ηKurven" in Fig. 116 und 118 noch bestätigen wird. Diese Umstände sind es, welche in vielen Fällen Veranlassung geben, λ_g höher zu legen als ${}^3/_4$ und unter Umständen sogar $\lambda_g = {}^1/_1$ zu wählen, für welche Annahme wir im Folgenden unser Rechnungsbeispiel noch durcharbeiten wollen. Hierbei ist jedoch nicht außer acht zu lassen, daß durch höher gelegtes λ_g bei kleineren Beaufschlagungen schlechtere Wasserführung am Eintritt ins Laufrad, also geringerer Nutzeffekt sich ergibt und die Korrosionsgefahr erhöht wird.

Bezüglich der Verhältnisse bei Beaufschlagungen kleiner als λ_g sind hier noch einige Aufklärungen am Platze. Wenn wir in der Lage wären, die so oft berührte Frage der Verzögerung des Wassers von v_1 auf v_2 praktisch zu lösen, so würde das im positiven Sinne tätige $\frac{u^2_{st}}{2g}$ einen fördernden Einfluß auch auf die absolute Eintrittsgeschwindigkeit w_1 besitzen. Infolgedessen würde alsdann zur Verarbeitung einer gegebenen Wassermenge eine geringere Öffnung des Leitapparates genügen und wir hätten im Gegensatz zur „Überöffnung" bei $\lambda > \lambda_g$, eine „Unteröffnung" bei $\lambda < \lambda_g$. Diese Unteröffnung wäre jedoch relativ bedeutend geringer als die Überöffnung auf der anderen Seite, weil Letztere ja nicht nur zur Überwindung des $\frac{u^2_{st}}{2g}$, sondern vielmehr noch zur Beschleunigung des Wassers von v'_{1t} auf $v_{1\beta_1}$ nötig war.

Es wurde seither stets betont, daß eine Verzögerung von v_1 auf v_2 praktisch kaum denkbar sei. Nichtsdestoweniger nahmen wir aber bei Bestimmung unserer Austrittsverhältnisse in Fig. 110 und 112 an, daß v_2 durchweg, also auch unterhalb λ_k proportional mit der Beaufschlagung abnehme, was im Widerspruch mit der stets verneinten Verzögerung des Wassers beim Durchfluß durch das Laufrad steht. Denn wenn eine Verzögerung des Wassers im Laufrad nicht möglich ist, so müßte mit von λ_k ab kleiner werdender Beaufschlagung stets $v_1 = v_2$ sein. Im Hinblick auf die proportional mit λ abnehmende und mit $\lambda = 0$ zu Null werdende Wassermenge ist aber klar, daß hierbei das die Laufradkanäle durchfließende Betriebswasser die Kanalquerschnitte nur teilweise ausfüllen kann. Es wird also bei, unter λ_k herab kleiner werdender Beaufschlagung das in Fig. 67 gezeichnete Wirbelnest zunächst sich einstellen, mit weiter abnehmendem λ eine fortschreitende Entwicklung und Ausbreitung erfahren, so daß schließlich über die ganze Kanallänge eine wirbelnde Wasserschicht am Schaufelrücken vorhanden ist. Diese Wirbelerscheinungen, welche durch die, infolge des Stoßes gegen die Schaufelanfänge sich ergebende Knickung der in das Laufrad eintretenden Wasserstrahlen noch vermehrt werden, haben zur Folge, daß der durch Verzögerung des Wassers nicht zu gewinnende Energiebetrag: $\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$ zum größeren oder kleineren Teile, vielleicht auch ganz im Laufradkanal aufgezehrt wird.

Der Einfachheit halber, und weil der beim Aufzeichnen der Austrittsdreiecke eventuell begangene Fehler ohne nennenswerten Einfluß auf die Rechnungsergebnisse ist, nimmt man Letzteres an und denkt sich das Wasser, nachdem es im Laufradkanal gewissermaßen ausgetobt und sich gegen den Austritt zu wieder beruhigt hat, die Austrittsquerschnitte voll anfüllend, sie also mit, auch dem theoretischen Verzögerungsvorgang entsprechender Geschwindigkeit v_2 verlassend. Der durch Wirbelung aufgezehrte Energiebetrag: $\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$ ist natürlich als Verlust aufzufassen, wie wir auf Seite 91 weiter sehen werden.

Nun noch einige Worte zu der durch die Überöffnung des Leitapparates über λ_g bedingten Änderung der Eintrittsverhältnisse. Wir wissen, daß die Ecken $E_{(\lambda)}$ unserer Eintrittsdreiecke über λ_g nicht mehr durch die Eintrittsparabel gegeben sind, daß vielmehr geometrischer Ort der mit der Beaufschlagung wandernden Ecke $E_{(\lambda)}$ des Eintrittsdreieckes das auf Grund der Gleichung 19.) bestimmte, in Fig. 115 neben der übrigen Eintrittsstrecke durch Schraffur hervorgehobene Kurvenstück $E_{(3/4)} \div E'_{(1/1)}$ ist. Dieses, im Punkt $E_{(3/4)}$ mit der Parabel zusammentreffend, weicht mit zunehmender Beaufschlagung immer mehr von Letzterer ab zu Gunsten größerer Werte von $u'_{s(\lambda)}$, also zu Ungunsten der Nutzeffekte der Turbine. Von der Parabel wird in Fig. 115 nur das sehr kurze Stück zwischen dem Punkt $E_{(3/4)}$ und dem Schnittpunkt der Parabel mit dem c'_eKreis als Eintrittskurve benützt und von hier ab nach unten fungiert wieder der c'_eKreis als Eintrittskurve.

Bevor wir jetzt zur Bestimmung der Stoßverluste für unser Rechnungsbeispiel schreiten, wollen wir die Eintrittsverhältnisse unterhalb der kritischen Beaufschlagung λ_k, welche im Falle unseres Beispieles ja mit $\lambda = {}^3/_4$ zusammenfällt, nochmal ins Auge fassen.

Wir wissen, daß wenn es möglich wäre den Eintrittswinkel β_1 am Laufrad den theoretischen Eintrittsdreiecken der verschiedenen Beaufschlagungen entsprechend zu verändern und das Wasser im Laufrad so zu führen, daß eine Verzögerung von $v_{1(\lambda)}$ auf $v_{2(\lambda)}$ stattfinden könnte, so würde an Stelle des c'_{em}Kreises die Parabel als geometrischer Ort der Ecken $E_{(\lambda)}$ der Eintrittsdreiecke treten. In diesem Falle würden sich somit die absoluten Eintrittsgeschwindigkeiten nach Fig. 110 wesentlich größer ergeben als das konstante c'_{em} im anderen Falle und es stand uns zur Erzeugung dieser größeren $w_{1(\lambda)}$ natürlich auch nur das effektive Gefälle φ zur Verfügung.

Wenn wir somit sehen, daß infolge der Unmöglichkeit einer Verzögerung des Wassers beim Durchfluß durch das Laufrad von $v_{1(\lambda)}$ auf $v_{2(\lambda)}$ statt der Parabel der c'_{em}Kreis geometrischer Ort der Ecken $E_{(\lambda)}$ der Eintrittsdreiecke wird, wir also mit dem konstanten, kleineren Wert c'_{em} als absolute Eintrittsgeschwindigkeit uns begnügen müssen, so ergibt sich auch aus dieser „Verkümmerung" der Eintrittsverhältnisse die unabweisbare Folgerung eines Energieverlustes:

$$h_{k(\lambda)} = -\frac{v_{1(\lambda)}^2 - v_{2(\lambda)}^2}{2g} = -\frac{w_{1(\lambda)}^2 - c'^2_{em}}{2g}.$$

Der Index k dieser verlorenen Geschwindigkeitshöhe soll andeuten, daß sie eine Folge der nur kümmerlich entwickelten Eintrittsverhältnisse ist. Statt der absoluten Eintrittsgeschwindigkeiten können wir wieder deren Projektionen auf u_1, die Charakteristika $x_{(\lambda)}$ einsetzen und wir wollen den zum c'_{em}Kreis gehörigen Werten den Index ' beifügen,*) womit wir erhalten:

$$h_{k(\lambda)} = -\frac{x_{(\lambda)}^2 - x'^2_{(\lambda)}}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \; 24.)$$

Es ergibt sich somit der hydraulische Wirkungsgrad allgemein zu:

$$\eta_{\mathfrak{h}(\lambda)} = \varphi - \delta_{\mathfrak{b}(\lambda)} - h_{s(\lambda)} - h_{k(\lambda)}. \quad \ldots\ldots \; 25.)$$

Hierin ist natürlich für λ_g das $h_{s(\lambda)}$ und für Beaufschlagungen größer als λ_k, welches im vorliegenden Falle ja mit λ_g zusammenfällt, das $h_{k(\lambda)}$ jeweils gleich 0.

Es steht jetzt der rechnerischen Bestimmung dieser Werte und mit deren Hilfe der der hydraulischen Wirkungsgrade für unser vorliegendes Beispiel nichts mehr im Wege. Die Ergebnisse dieser Rechnungen finden wir in der folgenden Tabelle IV in bekannter Weise zusammengestellt.

In Tabelle V finden sich die Ergebnisse der genau nach dem Vorgang im Beispiel A durchgeführten Berechnung der verlangten $N_{e(\lambda)}$ und $\eta_{(\lambda)}$, wobei für Reibung der Turbinenwelle in Lagern und Stopfbüchsen, des Laufrades an den umgebenden Wasserschichten u. s. w. wieder ein konstanter Betrag: $N_r = 0{,}005 \cdot N_{\mathfrak{h}(1/1)} \cong 1{,}2$ P.S. eingesetzt wurde. Der Energieverlust durch das im Spalt verloren gehende Wasser wurde als vollkommen belanglos wieder vernachlässigt.

In Fig. 116 sind die N_e und η wieder nach absoluten, d. h. auf das tatsächliche Gefälle H = 25 m bezogenen Wassermengen geordnet graphisch dargestellt und hier fällt in erster Linie der wesentlich andere Verlauf der „ηKurve" gegenüber demjenigen im Rechnungsbeispiel A (Fig. 106) in die Augen. Wir erreichen hier den höchsten Nutzeffekt mit knapp 80 v. H. etwas über $\lambda = {}^3/_4$ und es zeigt die Nutzeffektskurve am Scheitel eine viel energischere Krümmung als in Fig. 106. Sie fällt beiderseits vom Maximum aus rasch ab und insbesondere ist ihr Abfall nach oben gegen $\lambda = {}^1/_1$ geradezu jäh zu nennen. Es ist dies fast ausschließlich eine Folge der, durch das $\lambda_g = {}^3/_4$ nötig gewordenen Überöffnung des Leitapparates bei Beaufschlagungen größer als λ_g, welche die aus Fig. 110 ersichtlichen, großen Stoßkomponenten u'_s bedingt.*) Deren Einfluß spiegelt sich auch in der N_e Kurve wieder, welche über $\lambda = {}^3/_4$ hinaus augenfällig nach unten strebt. Wenn die Möglichkeit gegeben wäre, den Leitapparat über die in Fig. 110 durch Winkel $\alpha'_{1(1/1)} = 12^0\,30'$ gegebene Überöffnung hinaus noch weiter zu öffnen, so müßte die Turbine offenbar noch mehr Wasser schlucken und dementsprechend

Tabelle IV:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
λ	$\delta_{\mathfrak{b}}$ aus Fig. 113 in m	u'_s aus Fig. 110 in m	u_{sn} aus Fig. 110 in m	$h'_s = \frac{u'^2_s}{2g}$ in m	$h_{sn} = \frac{u^2_{sn}}{2g}$ in m	x aus Fig. 110 in m	x' aus Fig. 110 in m	$h_k = -\frac{x^2 - x'^2}{2g}$ in m	$\eta_{\mathfrak{h}} = \varphi - \delta_{\mathfrak{b}} - h_s - h_k$ in m	$\eta_{\mathfrak{h}}$ in v. H.
$^1/_1$	0,0604	1,13	—	0,0650	—	—	—	—	0,7146	71,46
$^3/_4$	0,0396	0,000	0,000	0,000	0,000	—	—	—	0,8004	80,04
$^1/_2$	0,0336	—	0,14	—	0,001	3,600	3,465	0,0482	0,7572	75,72
$^1/_4$	0,0440	—	0,28	—	0,004	3,690	3,470	0,0804	0,7116	71,16

*) Bei Bestimmung der Überöffnung des Leitapparates legten wir den nicht durch die Eintrittsparabel bestimmten Werten $w'_{1(\lambda)}$; $v'_{1(\lambda)}$ und $x'_{(\lambda)}$ ebenfalls den Index ' bei und es gehören somit allgemein die $w_{1(\lambda)}$; $v_{1(\lambda)}$ und $x_{(\lambda)}$ ohne den Index ' schlechtweg stets der Eintrittsparabel an. (Siehe Fig. 115.)

*) Wie aus Tabelle IV ersichtlich, beträgt der durch den größeren Austrittsverlust bei $\lambda = {}^1/_1$ bedingte Abfall des Nutzeffektes gegenüber $\lambda = {}^3/_4$ nur 6,04 — 3,96 = 2,08 v. H., während der aus dem Stoß resultierende Abfall 6,5 — 0,0 = 6,5 v. H. beträgt.

auch mehr Arbeit leisten. Infolgedessen müßte dann die durch Schraffur hervorgehobene Eintrittskurve in Fig. 110 sowohl, als auch die Kurve der N_e in Fig. 116 eine Verlängerung über $\lambda = {}^1/_1$ hinaus erfahren. Der Verlauf beider Kurven läßt aber leicht erkennen, daß diese Verlängerung in beiden Fällen bald eine horizontale Tangente ergeben würde, d. h. mit anderen Worten, die Turbine nähert sich über $\lambda = {}^1/_1$ hinaus bereits stark einem Zustande, der trotz beliebiger Weiteröffnung des Leitapparates eine Zunahme weder des y bezw. der Wassermenge, noch des N_e zuläßt.

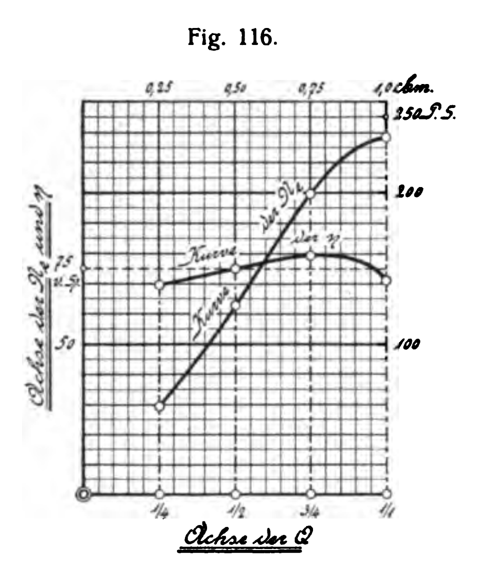
Tabelle V:

1	2	3	4	5	6	7	8
λ	Q in cbm	H in m	$N_a = \frac{1000 \cdot Q \cdot H}{75}$ in P.S.	$N_h = N_a \cdot \eta_h$ in P.S.	N_r in P.S.	$N_e = N_h - N_r$ in P.S.	$\eta = \frac{N_e}{N_a} \cdot 100$ in v. H.
$^1/_1$	1,00	25,00 m	333,33	238,0	1,20 P.S.	236,8	71,10
$^3/_4$	0,75		250,00	200,0		198,8	79,50
$^1/_2$	0,50		166,66	126,2		125,0	75,00
$^1/_1$	0,25		83,33	59,30		58,10	69,80

Im Allgemeinen wird das Maximum von N_e zuerst erreicht werden, worauf dann mit zunehmendem Weiteröffnen langsam das Maximum von y erreicht wird, während N_e bereits wieder abnimmt.

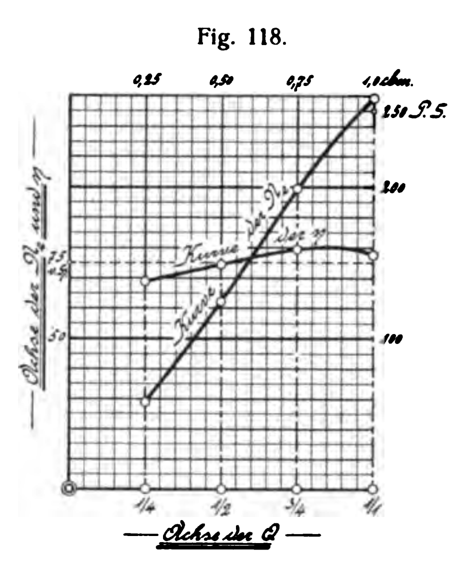
Der rasche Abfall der η Kurve in Fig. 116 bei Beaufschlagungen kleiner als λ_g ist in erster Linie den großen Werten von $h_{k(\lambda)}$ zuzuschreiben, wie ein Vergleich der verschiedenen Verlustposten in Tabelle IV ohne Weiteres erkennen läßt. Es zeigt sich somit, daß die mit kleiner werdendem u_1 und größer werdendem $\frac{D_2}{D_1}$ zunehmende Verkümmerung der Eintrittsverhältnisse unterhalb λ_k von sehr nachteiligem Einfluß auf die Nutzeffekte der Turbine ist, worauf am Schlusse des § 12 bereits hingewiesen wurde. (Vergleiche die Fig. 66, 69 und 70, insbesondere auch die dort eingezeichneten Kurven der y_k.) Dieser Umstand ist neben anderem namentlich dann wohl ins Auge zu fassen, wenn zur Erreichung kleinstmöglicher Umfangsgeschwindigkeit ein größerer Wert $\frac{D_2}{D_1}$, als er sonst verwendet würde, zugelassen werden soll.

Fig. 116.



Die durch Bremsversuche ermittelte Nutzeffektskurve der Turbine unseres Rechnungsbeispieles würde nun wieder bis zu einem gewissen Grade abweichend von Fig. 116 sich ergeben. Infolge des Saugrohrrückgewinnes wird der Nutzeffekt bei $\lambda = {}^1/_1$ wohl um einige v. H. höher liegen und auch für $\lambda = {}^3/_4$ darf ein kleiner Saugrohrrückgewinn erwartet werden. Für $\lambda = {}^1/_2$ und $\lambda = {}^1/_4$ dagegen ist ein nennenswerter Saugrohrrückgewinn kaum zu erwarten und indem bei diesen Beaufschlagungen die Richtung des ins Laufrad eintretenden Wassers bereits nicht unerheblich vom bleibenden Winkel β_1 abweicht, (Siehe Fig. 110) und somit mehr oder weniger starke Wirbelbildung mit ihren unangenehmen Folgeerscheinungen im Laufradkanal sich einstellt, so dürfte die Nutzeffektskurve, zwischen $\lambda = {}^3/_4$ und $\lambda = {}^1/_2$ beginnend, nach unten rascher abfallen als in Fig. 116. Die betreffenden Verluste sind jedoch hier wohl kaum so bedeutend wie bei den entsprechenden Beaufschlagungen des Rechnungsbeispieles A, weil die Abweichung des eintretenden Wassers vom bleibenden Winkel β_1 im ersteren Falle nicht so bedeutend ist wie im Letzteren, (Vergleiche die Eintrittsverhältnisse in Fig. 110 und 102 dahingehend.) und weil infolge des kleineren Winkels $\beta_1 = 22^0 30'$ (gegenüber $\beta_1 = 90^0$ im anderen Falle) eine kleinere Eintrittsweite des Laufradkanales sich ergibt. Infolgedessen findet der unter falscher Richtung eintretende Wasserstrahl nicht mehr den weiten, durch ihn nicht zu erfüllenden Raum am Kanalanfang vor und wird deshalb den Laufradkanal viel geordneter zu durchfließen in der Lage sein, als im anderen Falle bei $\beta_1 = 90^0$. Es werden daher auch die durch Rechnung nicht festzulegenden Wirbelverluste am Anfang des Laufradkanales hier wahrscheinlich geringer sein als dort.

Fig. 118.

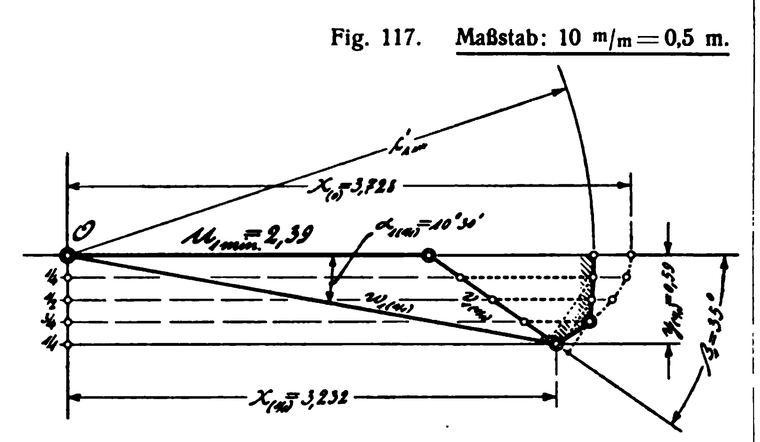


Das Gesagte leuchtet beim Vergleich der Fig. 108 mit Fig. 119 und 120 ohne Weiteres ein, weil infolge des viel geringeren Unterschiedes zwischen a_1 und a_2 und des allmählicher vor sich gehenden Überganges von a_1 auf a_2

in Fig. 119 und 120 die Vorbedingungen guter Wasserführung viel mehr erfüllt sein werden als in Fig. 108.

Zum Schluss sollen die Eintrittsverhältnisse unseres vorliegenden Rechnungsbeispieles noch für $\lambda_g = {}^1/_1$ und

Fig. 117. Maßstab: 10 m/m = 0,5 m.



deren Einfluß auf die Nutzeffekte bei verschiedenen Beaufschlagungen besprochen werden. Wir finden sie in Fig. 117 aufgezeichnet und es fällt uns zunächst der große bleibende Winkel $\beta_1 = 35^0$ gegenüber $\beta_1 = 22^0\,30'$ bei $\lambda_g = {}^3/_4$ in die Augen. (Siehe Fig. 110.)

Die Eintrittsparabel fungiert jetzt wieder von $\lambda = {}^3/_4$ bis $\lambda = {}^1/_1$ als Eintrittskurve und es ergibt sich der durch sie bezw. durch $x_{({}^1/_1)} = 3{,}232$ gegebene Winkel $\alpha_{1({}^1/_1)}$ zu $10^0 30'$ gegenüber $\alpha'_{1({}^1/_1)} = 12^0 30'$ bei $\lambda_g = {}^3/_4$. Die Normalkomponenten u_{sn} für $\lambda = {}^3/_4$; ${}^1/_2$ und ${}^1/_4$ sind in Fig. 117 eingezeichnet und wir finden die Ergebnisse der zur Bestimmung der $\eta_{\mathfrak{h}}$ für die vier charakteristischen Beaufschlagungen nötigen Rechnungsvorgänge in Tabelle VI niedergelegt.

In Tabelle VII ist dann wieder die Bestimmung der N_e und η in bekannter Weise durchgeführt und schließlich zeigt Fig. 118 diese Werte nach absoluten Wassermengen geordnet graphisch dargestellt. Wenn wir diese Darstellung mit der Entsprechenden in Fig. 116 vergleichen, so fällt uns in erster Linie der nur mäßige Abfall der „ηKurve" von $\lambda = {}^3/_4$ bis $\lambda = {}^1/_1$ auf. η beträgt hier für $\lambda = {}^1/_1$ 77,6 v. H. gegenüber 71,1 v. H. bei $\lambda_g = {}^3/_4$, ist also um 6,5 v. H. höher und es wird der höchste Nutzeffekt mit gut 80 v. H. etwa bei $\lambda = 0{,}85$ erreicht. Für $\lambda = {}^3/_4$; ${}^1/_2$ und ${}^1/_4$ sind die Nutzeffekte für $\lambda_g = {}^1/_1$ infolge der größeren Normalkomponenten u_{sn} (Vergleiche Fig. 117 mit Fig. 110) natürlich etwas geringer als für $\lambda_g = {}^3/_4$, jedoch sind diese kleinen, aus den Kolonnen 8 der Tabellen V und VII sich ergebenden Abmängel für $\lambda_g = {}^1/_1$ gegenüber dem Plus von 6,5 v. H. bei $\lambda = {}^1/_1$ als unbedeutend zu bezeichnen. (Siehe auch Fig. 132.)

Der Verlauf der „N_e Kurve" in Fig. 118 ist dem der ηKurve entsprechend und es fällt hier natürlich vor allem der über $\lambda = {}^3/_4$ hinaus nur mäßige Abfall gegenüber der energischen Abwärtskrümmung der „N_e Kurve" in Fig. 116 in die Augen. Alles in allem kann man wohl sagen, daß aus der Annahme $\lambda_g = {}^1/_1$ Nutzeffekte resultieren, welche durchschnittlich höher sind als die für $\lambda_g = {}^3/_4$ erhaltenen. Andererseits darf aber nicht außer Acht gelassen werden, daß letztere Annahme einen kleineren Winkel β_1 ergibt, wodurch bei kleineren Beaufschlagungen die infolge der

Tabelle VI:

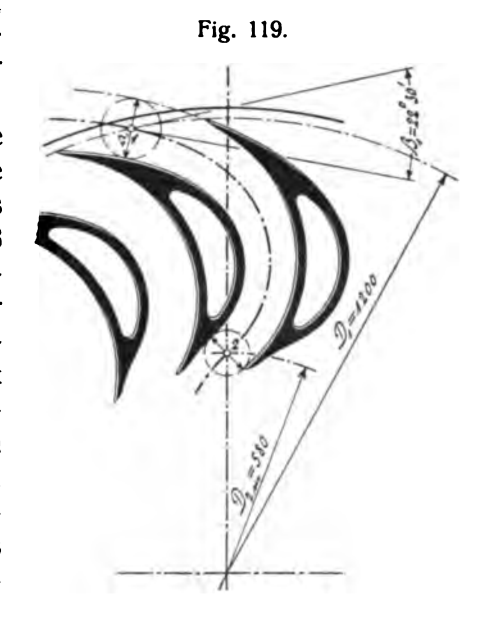
1	2	3	4	5	6	7	8	9
λ	δ_b aus Fig. 113 in m	u_{sn} aus Fig. 117 in m	$h_{sn} = \frac{u_{sn}^2}{2g}$ in m	x aus Fig. 117 in m	x' aus Fig. 117 in m	$h_k = \frac{x^2 - x'^2}{2g}$ in m	$\eta_{\mathfrak{h}} = \varphi - \delta_b - h_{sn} - h_k$ in m	$\eta_{\mathfrak{h}}$ in v. H.
${}^1/_1$	0,0604	0,000	0,000	—	—	—	0,7796	77,96
${}^3/_4$	0,0396	0,250	0,00318	—	—	—	0,7972	79,72
${}^1/_2$	0,0336	0,374	0,00715	3,600	3,465	0,0482	0,7511	75,11
${}^1/_4$	0,0440	0,500	0,01275	3,690	3,470	0,0804	0,70285	70,28

Tabelle VII:

1	2	3	4	5	6	7	8
λ	Q in cbm	H in m	$N_a = \frac{1000 \cdot Q \cdot H}{75}$ in P.S.	$N_{\mathfrak{h}} = N_a \cdot \eta_{\mathfrak{h}}$ in P.S.	N_r in P.S.	$N_e = N_{\mathfrak{h}} - N_r$ in P.S.	$\eta = \frac{N_e}{N_a} \cdot 100$ in v. H.
${}^1/_1$	1,00	25,50 m	333,33	260,00	1,2 P.S.	258,8	77,60
${}^3/_4$	0,75		250,00	199,30		198,1	79,25
${}^1/_2$	0,50		166,66	125,20		124,0	74,40
${}^1/_4$	0,25		83,33	58,60		57,4	68,95

schlechten Wasserführung am Laufradeintritt sich ergebenden, ziffermäßig nicht zu bestimmenden Energieverluste in engeren Grenzen sich halten und die Korrosionsgefahr vermindert wird. Man wird deshalb die günstigsten Eintrittsverhältnisse in jeder Hinsicht wohl dann erhalten, wenn λ_g zwischen $^3/_4$ und $^1/_1$ liegend gewählt wird. Bei dieser Wahl von λ_g spielen natürlich praktische Erfahrungen eine große Rolle und es darf zum Schluß nochmals ausgesprochen werden, daß der praktische Konstrukteur Turbinen mit $u_{1\,min}$ nach Möglichkeit vermeidet wegen der durchschnittlich geringeren Nutzeffekte und der stets größeren Korrosionsgefahr.

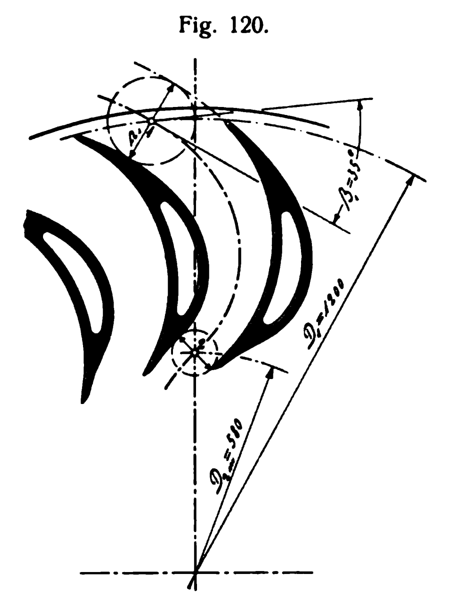
Fig. 119.



In den Figuren 119 und 120 sind die Laufradschaufelungen unseres vorliegenden Beispieles schematisch dargestellt. Fig. 119 hat $\lambda_g = {}^3/_4$, Fig. 120 $\lambda_g = {}^1/_1$ als Grundlage.

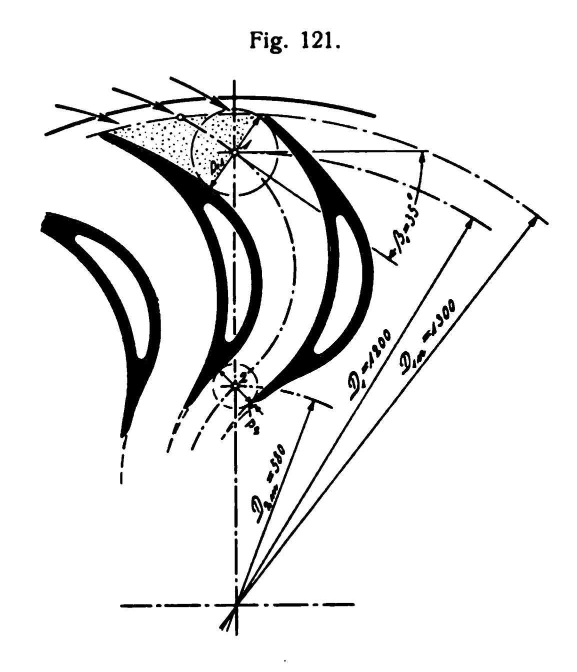
Es erscheint hier angezeigt, die in Fachkreisen heute noch verschiedener Beurteilung begegnende Frage der Lage des rechnerischen Eintrittspunktes am Laufrad anzuschneiden. Die Meinungen in dieser Hinsicht gehen nach zwei Richtungen auseinander und zwar geht die eine Meinung dahin, der rechnerische Eintrittspunkt liege, den Fig. 119 und 120 entsprechend, auf dem Kreis durch die Schaufelspitzen vom Durchmesser D_1. Die andere Meinung sieht den rechnerischen Eintrittspunkt im Schwerpunkt des Kanaleintrittsquerschnittes, wie Fig. 121 erkennen läßt. Fig. 121 stellt die der zweiten Auffassung entsprechende schematische Schaufelung des Laufrades unseres Beispieles für $\lambda_g = {}^1/_1$ dar und es muß nach dieser Auffassung theoretischer Eintrittsdurchmesser D_1 und äußerer Laufraddurchmesser D_{1a} unterschieden werden. Die Verfasser stellen sich entschieden auf erstgenannten Standpunkt, weil der in Fig. 121 durch Tüpfelung hervorgehobene Wasserzwickel zwischen Laufradumfang und Kanaleintrittsquerschnitt unter allen Umständen an der Rotation des Laufrades teilnehmen muß. Man könnte hier einwenden, dieser Wasserzwickel entzieht sich der Rotation dadurch, daß er an der ihn dazu veranlassenden Rückfläche der nachfolgenden Schaufel nach außen gleitet. Dies ist aber vollständig ausgeschlossen, weil das aus dem Leitapparat nachströmende Wasser, in Fig. 121 durch drei Pfeile angedeutet, ihn daran hindert und nach dem Laufradinneren zu drängt. Der Wasserzwickel muß also mitrotieren und man hat sich das Laufrad buchstäblich bis zum Umfang $\pi \cdot D_{1a}$, oder nach Fig. 119 und 120 bis zum Umfang $\pi \cdot D_1$ abgestrichen voll mit Wasser zu denken, welches notwendig die Rotation des Laufrades mitmachen muß. Es ist daher die Einflußsphäre der Zentrifugalwirkung durch den Kreis vom Durchmesser D_{1a} und nicht durch den vom Durchmesser D_1 (Siehe Fig. 121) nach außen begrenzt. Der rechnerische Eintrittspunkt 1 muß aber auf der äußeren Grenze der Zentrifugalwirkung, also auf dem Kreis vom Durchmesser $D_{1a} = 1300$ liegen und darnach ist die Schaufelung Fig. 121 als falsch zu bezeichnen, weil unserer Rechnung der Eintrittsdurchmesser $D_1 = 1200$ zu Grunde liegt. Es würde das Laufrad Fig. 121 infolge seiner größeren Zentrifugalwirkung nicht in der Lage sein, die volle Wassermenge zu verarbeiten und wie ein Vergleich mit den Fig. 119 und 120 zeigt, würde das Laufrad statt 1200 m/m Außendurchmesser einen solchen von 1300 m/m erhalten.

Fig. 120.



Auch bezüglich des Laufradaustrittes sind die Meinungen geteilt, ob die Einflußsphäre der Zentrifugalwirkung

Fig. 121.



nach innen wieder durch den Schaufelspitzenkreis oder durch den Kreis vom Durchmesser D_{2m} begrenzt sei.

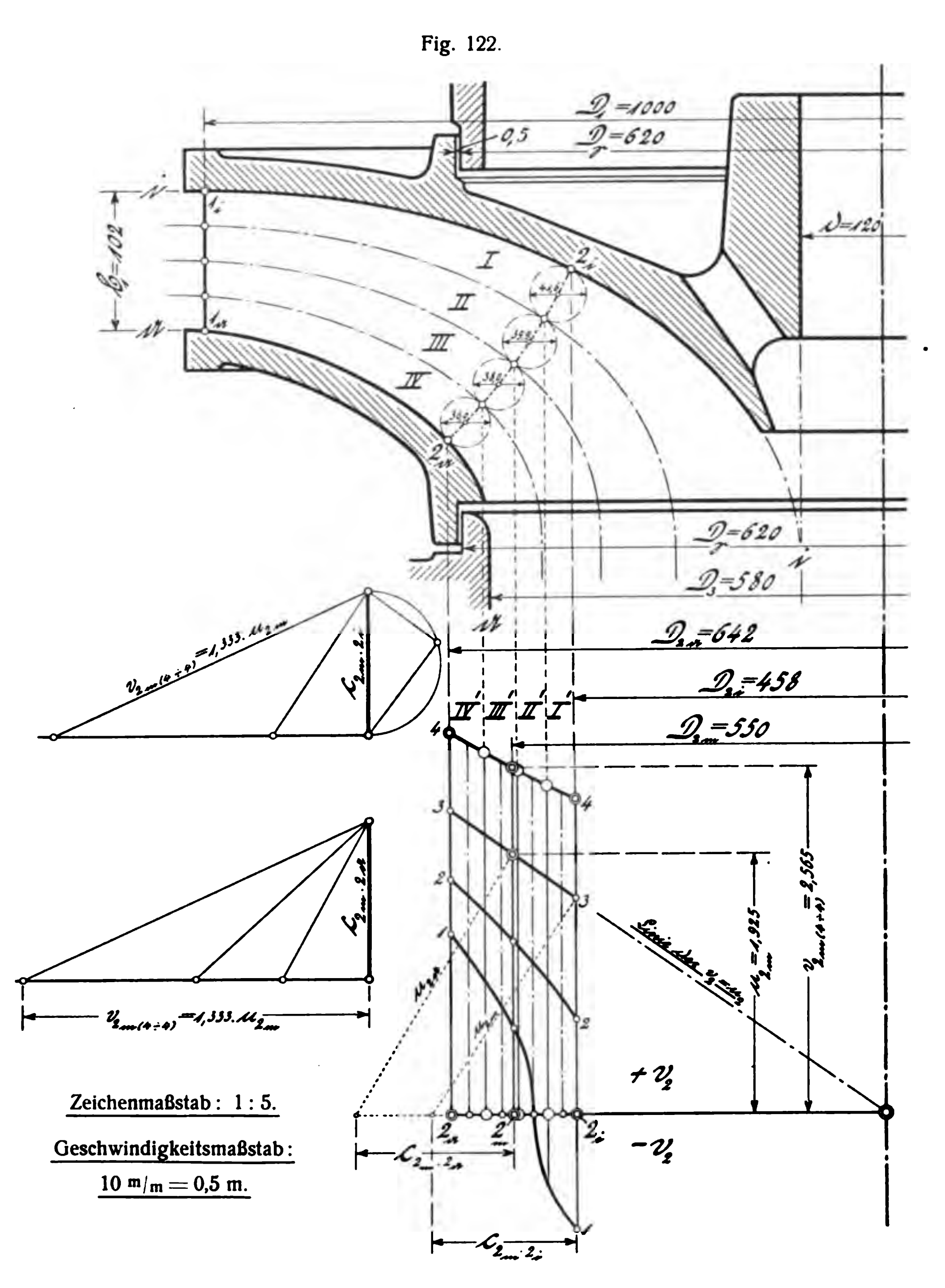
Die Verfasser stehen auf letztgenanntem Standpunkt, weil ein den Laufradkanal im engsten Querschnitt bei 2 verlassender Wasserstrahl ungehindert in das Saugrohr übertreten kann und infolge Aufhörens der Schaufelstärke s_2 bis zu einem gewissen Grade sogar größere Querschnitte vorfindet, als er zur ungehinderten Weiterbewegung nötig

hat. Wollte man z. B. annehmen, das zwischen dem Austrittsquerschnitt bei 2 und der inneren Schaufelspitze liegende Stück Rückfläche der nachfolgenden Schaufel sei bestrebt, den eben bei 2 ausgetretenen Wasserstrahl zur Weiterrotation zu veranlassen, so muß dies als unmöglich bezeichnet werden, weil der nach Querschnitt 2 auf der einen Seite freie Wasserstrahl im Sinne der Drehung ausweichen wird und sich vom Rückflächenende der Schaufel einfach entsprechend ablenken läßt. Bei bloßer Ablenkung eines Wasserstrahles kann aber, wie wir wissen, von einem Einfluß der Zentrifugalwirkung keine Rede sein (Radialturbine mit „nicht volllaufenden" Kanälen) und somit muß die Einflußsphäre der Zentrifugalwirkung nach innen durch den Kreis vom Durchmesser D_{2m} begrenzt sein.

Rechnungsbeispiel C:

Gegeben seien dieselben Daten wie im Beispiel A, also $Q = 0,8$ cbm und $H = 9,3$ m. Es soll auch dasselbe Laufradprofil verwendet werden wie im Beispiel A, nur mit dem Unterschied, daß $u_1 = 3,5$ statt $u_1 = 2,92$ zu Grunde liegt. Die sich ergebende Drehzahl sei gleichgiltig.

Fig. 122.



Das vollständige Geschwindigkeitsdiagramm für verschiedene Teilturbinen ist zu entwerfen und auf Grund dessen die Bestimmung der Leistungen und Nutzeffekte für die vier charakteristischen Beaufschlagungen durchzuführen.

Die folgenden Rechnungsgrößen können direkt aus Beispiel A übernommen werden:

$Q_1 = \frac{Q}{\sqrt{H}} = 0,2625$ cbm; $D_1 = 1000$ m/m; $b_0 = 100$ m/m;

$y_{(1/1)} = 0{,}836$ m; $D_3 = 580$ m/m; $b_2 = 157$ m/m (vorläufig für den ersten Entwurf).

Es ergibt sich dann zunächst:

$$n_1 = \frac{u_1}{D_1} \cdot 19{,}1 = \frac{3{,}5}{1{,}0} \cdot 19{,}1 = 66{,}9$$

und: $$n = n_1 \cdot \sqrt{H} = 204.$$

Nunmehr folgt in bekannter Weise das Entwerfen des Laufradprofiles, zu welchem Zweck wir nachstehende Größen der Fig. 101 des Beispieles A entnehmen:

$$D_{2m} = 550 \text{ m/m}; \; D_{2a} = 642 \text{ m/m}; \; D_{2i} = 458 \text{ m/m}.$$

Das fertige Laufradprofil, sowie die v_2Kurven samt den nötigen Hilfskonstruktionen sind in Fig. 122 gegeben.*)

Die zugehörigen Rechnungsergebnisse finden wir in Tabelle I zusammengestellt, wobei $z_2 = 17$ zu Grunde gelegt wurde und mittels Gleichung 13 unter Verwendung des aus Beispiel A Seite 74 entnommenen vorläufigen Wertes $w_{n(3/4)} = 0{,}836$ ein:

$$a_2 + s_2 = \frac{0{,}836 \cdot 60}{17 \cdot 66{,}9} = 0{,}0441 \text{ m} = 44{,}1 \text{ m/m}$$

sich bestimmte. s_2 wurde mit Rücksicht auf den an sich kleinen Wert $a_2 + s_2$ ebenfalls klein, zu nur 5 m/m gewählt, um den schädlichen Einfluß der Schaufelstärke nach Möglichkeit zu beschneiden. a_2 wurde auf 39 m/m abgerundet, so daß mittels des tatsächlichen Wertes $a_2 + s_2 = 44$ m/m das $w_{n(3/4)}$ und das $w_{n(1/1)}$ sich rektifizierten wie folgt:

$$w_{n(3/4)} = \frac{0{,}044 \cdot 17 \cdot 66{,}9}{60} = 0{,}833 \text{ m}$$

und: $$w_{n(1/1)} = \frac{0{,}833}{0{,}75} = 1{,}11 \text{ m}.$$

Fig. 123.

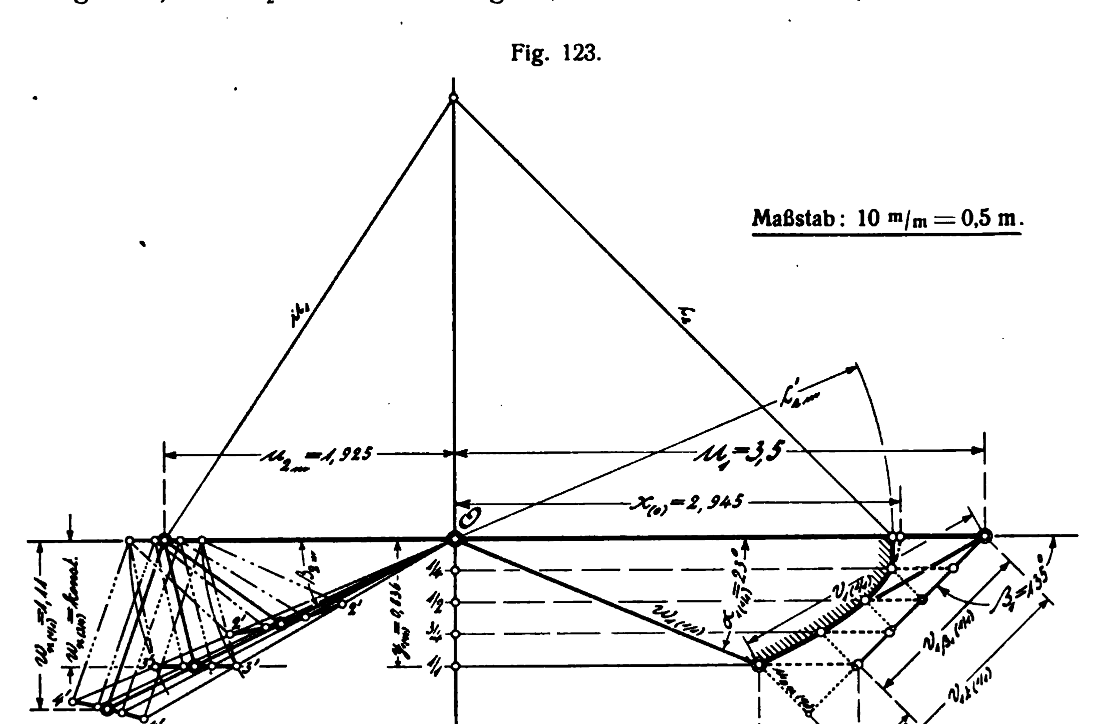


Tabelle I:

1	2	3	4	5	6	7
Austrittsstufe	a_2 = konstant	Δb_2 in dm	$\Delta f_2 = a_2 \cdot \Delta b_2$ in qdm	$v_{2m(4\div4)}$ aus Fig. 122 in dm	$^1/_4\, q_{1(1/1)} = v_{2m(4\div4)} \cdot \Delta f_2$ in ltr	$q_{1(1/1)} = \Sigma\, ^1/_4\, q_{1(1/1)}$ in ltr
I'	0,39 dm	0,416	0,1623	23,80	3,8625	15,45 ltr
II'		0,399	0,1556	24,80	3,8625	
III'		0,380	0,1482	26,10	3,8625	
IV'		0,360	0,1405	27,50	3,8625	

*) Es zeigt sich, daß $1{,}333 \cdot u_{2m} = 1{,}333 \cdot 0{,}55 \cdot 3{,}5 = 2{,}565$ kleiner ist als c'_{em} und es konnte somit die Regel $v_{2m(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_{2m}$ verwendet werden.

Wir kommen zum Entwurf des Geschwindigkeitsdiagrammes und bestimmen in erster Linie wieder die Eintrittsparabel mittels der Werte:

$$x_{(0)} = \frac{c_e^2 + u_{2m}^2}{2\,u_1} = \frac{0{,}86 \cdot 19{,}62 + 1{,}925^2}{7{,}0} = 2{,}945$$

$$x_{(1/1)} = \frac{c_e^2 + u_{2m}^2 - v_{2m}^2}{2\,u_1} = \frac{16{,}9 + 1{,}925^2 - 2{,}565^2}{7{,}0} = 2{,}005.$$

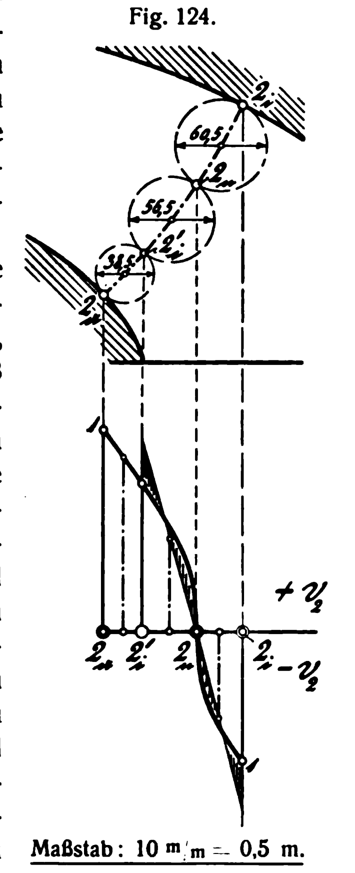
Die kritische Beaufschlagung λ_k fällt nach Fig. 123 zufälligerweise etwa mit $\lambda = 1/_4$ zusammen. Infolge des kleinen Wertes $\frac{D_{2m}}{D_1} = 0{,}55$ ergibt sich das relativ kleine $u_{2m} = 1{,}925$, wodurch kleines $x_{(0)}$ und $x_{(1/1)}$ bedingt und die Parabel stark dem Ursprung O zugerückt wird. Gleichzeitig haben wir aber das relativ große $u_1 = 3{,}5$, so daß bei Entnahme des bleibenden Winkels β_1 aus dem theoretischen Eintrittsdreieck für $\lambda = 3/_4$ zwar verschwindend kleine u_s, dafür aber das β_1 sehr groß sich ergeben würde. Durch großes β_1 wird aber die Formgebung des Laufrad-

Tabelle II:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Austritts-stufe	v_{2m} aus Fig. 122 in dm	$\Delta q_1 = v_{2m} \cdot \Delta f_2$ in ltr	$z_2 \cdot \Sigma \Delta q_1$ in ltr	w_{2m} aus Fig. 123 in m	$\delta = \frac{w_{2m}^2}{2g}$ in m	$\delta \cdot \Delta q_1$ in mkg	$\Sigma \delta \cdot \Delta q_1$ in mkg	$\delta_b = \frac{\Sigma \delta \cdot \Delta q_1}{\Sigma \Delta q_1}$ in m	δ_b in v. H.
				v_2 Kurve 4 ÷ 4:					
I'	23,80	3,8625	17 · 15,45 = 262,5 ltr	1,240	0,0785	0,3032	1,105 mkg	$\frac{1,105}{15,45} = 0,0715$ m	7,15 v. H.
II'	24,80	3,8625		1,205	0,0741	0,2862			
III'	26,10	3,8625		1,160	0,0686	0,2650			
IV'	27,50	3,8625		1,128	0,0649	0,2506			
				v_2 Kurve 3 ÷ 3:					
I'	16,74	2,715	17 · 11,51 = 195,6 ltr	0,860	0,0377	0,1024	0,4281 mkg	$\frac{0,4281}{11,51} = 0,0372$ m	3,72 v. H.
II'	18,16	2,826		0,856	0,0374	0,1056			
III'	19,85	2,940		0,852	0,0370	0,1087			
IV'	21,55	3,029		0,850	0,0368	0,1114			
				v_2 Kurve 2 ÷ 2:					
I'	8,60	1,395	17 · 7,448 = 126,5 ltr	1,020	0,0530	0,0739	0,3441 mkg	$\frac{0,3441}{7,448} = 0,0463$ m	4,63 v. H.
II'	11,14	1,734		0,970	0,0480	0,0832			
III'	13,80	2,045		0,934	0,0455	0,0910			
IV'	16,20	2,274		0,910	0,0422	0,0960			

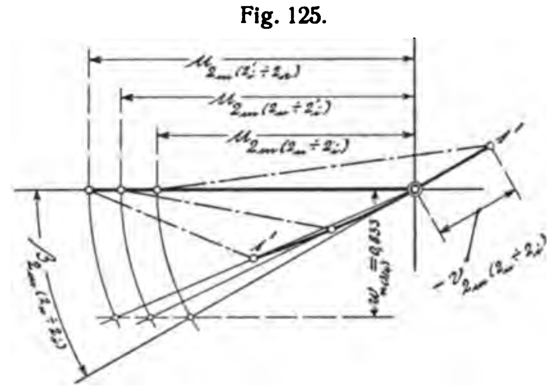
kanales erschwert und wir wählen deshalb einen bleibenden Winkel $\beta_1 = 135^0$. Infolgedessen fällt die stoßfreie Beaufschlagung λ_g fort und werden sämtliche Beaufschlagungen in ziemlich gleichmäßiger Weise mit Stoß des Wassers, der Drehrichtung des Laufrades entgegen, behaftet. Wie Fig. 131 zeigt, ermöglicht $\beta_1 = 135^0$ eine ziemlich ungezwungene Entwicklung des Laufradkanales, wobei gleichzeitig nach Fig. 123 die Größe der Stoßkomponenten u_s sich in mäßigen Grenzen hält. Indem aber, wie auf Seite 98 und 99 noch nachgewiesen wird, bei Stoß der Drehrichtung entgegen und Winkel $\beta_1 > 90^0$ nicht mehr die vollen u_s, sondern nur deren Normalkomponenten u_{sn} als Verlust in Frage kommen, so erscheinen die durch den kleineren Winkel β_1 in Kauf genommenen Stoßverluste noch viel unbedeutender, was im Übrigen neben der Fig. 123 auch aus Kolonne 4 der Tabelle IV ziffermäßig sich ergibt.

Fig. 124.



Maßstab: 10 m/m = 0,5 m.

Fig. 125.



Maßstab: 10 m/m = 0,5 m.

Wir verlassen die Eintrittsverhältnisse bis auf Weiteres und wenden uns dem Laufradaustritt zu. Nachdem in bekannter Weise die Winkel β_2 bestimmt wurden, folgt die Ergänzung der Austrittsdreiecke für die v_2 Kurven 4 ÷ 4; 3 ÷ 3 und 2 ÷ 2. (Siehe Fig. 123.) Darnach sind wir in der Lage, an Hand dieser, sowie der in Tabelle I niedergelegten Werte der Δf_2 die Betriebswassermengen und durchschnittlichen Austrittsverluste δ_b zu bestimmen, wie aus Tabelle II ersichtlich ist.

Es folgt die Bestimmung von Betriebswassermenge und δ_b für die v_2 Kurve 1 ÷ 1, welchem Zwecke die Figuren

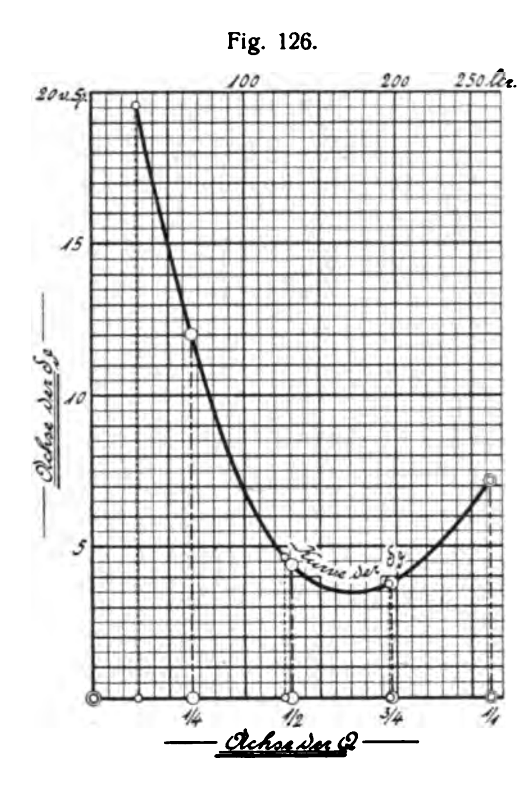
Tabelle III:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Austritts-stufe	v_{2m} aus Fig. 124 in dm	$\Delta f_2 = a_2 \cdot \Delta b_2$ in qdm	$\Delta q_1 = v_{2m} \cdot \Delta f_2$ in ltr	Gesamt-wassermenge	Betriebs-wassermenge	Verluste am Laufradaustritt: Geschwindigkeiten aus Fig. 125 in m	Verluste am Laufradaustritt: Geschwindigkeitshöhen δ in m	$\delta \cdot \Delta q_1$ in mkg	$\Sigma \delta \cdot \Delta q_1$ in mkg	$\delta_b = \frac{\Sigma \delta \cdot \Delta q_1}{1{,}740}$ in m	δ_b in v. H.
$2_n \div 2_i$	— 5,72	0,2360	— 1,35	$17 \cdot 3{,}090 = 52{,}5$ ltr	$17 \cdot 1{,}740 = 29{,}6$ ltr	$w_{2m(2n \div 2i)} = 2{,}22$ $u_{2m(2n \div 2'i)} = 1{,}94$	$\frac{2{,}22^2 - 1{,}94^2}{2g} = 0{,}0596$	0,0804	0,3401 mkg	$\frac{0{,}3401}{1{,}740} = 0{,}1955$	19,55 v. H.
$2_n \div 2'_i$	+ 6,13	0,2203	+ 1,35			$w_{2m(2n \div 2'i)} = 1{,}415$	0,1020	0,1377			
$2'_i \div 2_a$	11,60	0,150	1,740			$w_{2m(2'i \div 2a)} = 1{,}174$	0,0702	0,1220			

124 und 125 dienen. Die zugehörigen Rechnungsergebnisse finden wir in Tabelle III zusammengestellt.

Wir kommen zur graphischen Darstellung der Werte δ_b aus Tabelle II und III, nach Betriebswassermengen geordnet. Fig. 126 zeigt diese graphische Darstellung, wel-

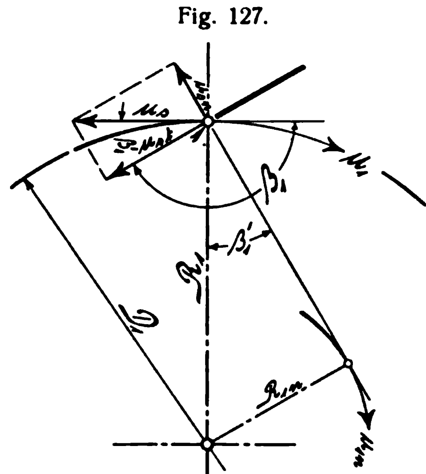
Fig. 126.



cher wir die in Kolonne 2 der Tabelle IV niedergelegten Werte der δ_b für die vier charakteristischen Beaufschlagungen entnehmen. Damit sind die Austrittsverhältnisse erledigt und wir kehren zur weiteren Untersuchung der Eintrittsverhältnisse zurück.

Es handelt sich jetzt in erster Linie um Bestimmung der Stoßverluste, welche hier für alle Beaufschlagungen gleichartig sein müssen, weil nur Stoß der Drehrichtung entgegen auftritt. Fig. 127 zeigt die Zerlegung einer der Drehrichtung entgegengerichteten Stoßgeschwindigkeit u_s (für einen Winkel $\beta_1 > 90^0$) in zwei Komponenten, von welchen die eine wieder normal, die andere tangential zur Eintrittsrichtung β_1 gerichtet ist. Wir greifen zunächst die Normalkomponente u_{sn} heraus. Sie besitzt die Größe $u_s \cdot \sin \beta'_1$ und es wird das Wasser um diesen Betrag von den Laufradschaufeln beschleunigt. Es muß also zu diesem Zwecke auf Kosten der Turbinenleistung Arbeit aufgewendet werden, welche sich wieder ergibt zu: Beschleunigungskraft × in Richtung der Beschleunigung fallende Um-

Fig. 127.



fangsgeschwindigkeit. Erstere beträgt pro 1 kg Wassergewicht:

$$p_{sn} = \frac{1}{g} \cdot u_{sn} = \frac{1}{g} \cdot u_s \cdot \sin \beta'_1$$

und Letztere:

$$u_{1n} = u_1 \cdot \frac{R_{1n}}{R_1} = u_1 \cdot \sin \beta'_1 .$$

β'_1 ist aber derjenige Winkel, welcher β_1 zu 180^0 ergänzt und es ist demnach:

$$\sin \beta'_1 = \sin \beta_1 ,$$

so daß die aufzuwendende, mit negativem Vorzeichen zu versehende Beschleunigungsarbeit angeschrieben werden kann:

$$A_{sn} = - p_{sn} \cdot u_{1n} = - \frac{1}{g} \cdot u_s \cdot \sin \beta_1 \cdot u_1 \cdot \sin \beta_1$$

oder allgemein:

$$A_{sn(\lambda)} = - \frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \cdot \sin^2 \beta_1 . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 26.)$$

Nach dem Stoß besitzt nun das Wasser die genaue Eintrittsrichtung β_1 und somit auch die Geschwindigkeit u_{1n} senkrecht zu derselben. Die vor dem Stoß vorhanden

gewesene Geschwindigkeit in dieser Richtung, zu deren Erzeugung das effektive Gefälle eben ausreichte, war somit um den Betrag u_{sn} zu klein und wir haben infolge des Stoßes einen in Richtung der Geschwindigkeit u_{sn} fallenden Zuwachs, also einen Gewinn an Geschwindigkeitshöhe zu verzeichnen:

$$h'_{sn} = \frac{u_{1n}^2}{2g} - \frac{(u_{1n} - u_{sn})^2}{2g}$$

$$= \frac{1}{g} \cdot u_{1n} \cdot u_{sn} - \frac{u_{sn}^2}{2g}$$

oder allgemein:

$$h'_{sn(\lambda)} = \frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \cdot \sin^2 \beta_1 - \frac{u_{sn(\lambda)}^2}{2g} \quad \ldots \quad 27.)$$

Wenn wir somit Gleichung 26 und 27 wieder addieren, so muß der tatsächliche Stoßverlust sich ergeben zu:

$$h_{sn(\lambda)} = A_{sn(\lambda)} + h'_{sn(\lambda)}$$

$$= -\frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \cdot \sin^2 \beta_1 + \frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \cdot \sin^2 \beta_1 - \frac{u_{sn(\lambda)}^2}{2g}$$

oder:

$$h_{sn(\lambda)} = -\frac{u_{sn(\lambda)}^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 28.)$$

Es ergibt sich also der Stoßverlust in Richtung senkrecht zu β_1 genau ebenso, wie für Winkel $\beta_1 < 90^0$. (Siehe Seite 89 Gl. 21.)

Bezüglich der Tangentialkomponente u_{st}, welche in Druckhöhe umgesetzt wird, ist nach unseren Betrachtungen im Rechnungsbeispiel B, Seite 88 und 89, ohne Weiteres einzusehen, daß der Betrag $\frac{u_{st}^2}{2g}$ eine in Richtung des Wasserdurchflusses wirksame Geschwindigkeitshöhe h_{st} darstellt, welche somit für die Ausnützung durch die Turbine nicht verloren ist. Diese Geschwindigkeitshöhe wird nun aber an der Bildung der Geschwindigkeiten in der Turbine mitwirken, dieselben ergeben sich infolgedessen durchweg größer als dem effektiven Gefälle entsprechen würde, weshalb die Turbine mehr Wasser verarbeiten wird. Hieraus erhellt, daß der Leitapparat der Turbine dem Geschwindigkeitsdiagramm gegenüber um ein Geringes weniger geöffnet zu werden braucht, um eine gegebene Wassermenge zu verarbeiten. Nachdem der Stoß im Falle unseres Beispieles für alle Beaufschlagungen gleichartig, der Drehrichtung des Laufrades entgegen erfolgt, so trifft dies natürlich für sämtliche Beaufschlagungen zu und wir wollen uns im Folgenden diese „Unteröffnung" des Leitapparates näher besehen.

Der Betrag $\frac{u_{st}^2}{2g}$, d. h. vielmehr $\frac{u'^2_{st}}{2g}$ (weil durch das Unteröffnen u_s und daher auch u_{st} kleiner wird als der Parabel entspricht, wie Fig. 128 erkennen läßt) kann nach unseren Betrachtungen über das „Überöffnen" im Beispiel B nur der absoluten Geschwindigkeit w_1 bezw. dem zugehörigen Charakteristikum x zugute kommen, indem für eine bestimmte Beaufschlagung die entsprechenden Werte v_2 und y konstant sind. Nach Fig. 128 muß demnach sein:

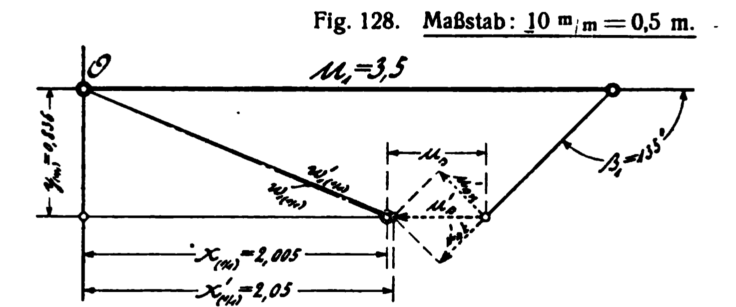
$$x'^2 - x^2 = u'^2_{st}$$

und es ist das x^2 in vorstehender Gleichung für eine bestimmte Beaufschlagung als Konstante aufzufassen, so daß wir allgemein schreiben können:

$$x'^2_{(\lambda)} - u'^2_{st(\lambda)} = x^2_{(\lambda)} = \text{konst.} \quad \ldots\ldots \quad 29.)$$

Durch diese Gleichung ist das Unteröffnen des Leitapparates bestimmt und es sind jeweils zwei zusammengehörige Werte von x' und u'_{st} aus dem Diagramm zu entnehmen, bis die Gleichung befriedigt ist. Dieses „Unteröffnen", in Fig. 128 für $\lambda = 1/1$ unseres Beispieles dargestellt, ist aber im Allgemeinen sehr klein, so daß es in den meisten Fällen vollständig außer Acht gelassen werden kann, zumal hierin eine gewisse, nicht unwillkommene Sicherheit für die Turbinenberechnung liegt. Die Turbine wird hierdurch um ein Geringes schluckfähiger und leistet entsprechend mehr. Dazu ist noch zu bemerken, daß nach Fig. 123 mit abnehmender Beaufschlagung x immer größer und u_{st} immer kleiner wird, so daß auch das „Unteröffnen" mit abnehmender Beaufschlagung immer mehr verschwindet.

Fig. 128. Maßstab: 10 m/m = 0,5 m.



Wir sind nunmehr in der Lage, unsere Nutzeffektsberechnung fortzusetzen und es sind in Kolonne 3 der Tabelle IV die aus dem Geschwindigkeitsdiagramm Fig. 123 herausgegriffenen Werte u_{sn}, in Kolonne 4 die zugehörigen h_{sn} und in Kolonne 5 und 6 die η_h in m bezw. in v. H. eingetragen.

Tabelle IV:

1	2	3	4	5	6
λ	δ_b aus Fig. 126 in m	u_{sn} aus Fig. 123 in m	$h_{sn} = \frac{u_{sn}^2}{2g}$ in m	$\eta_h = \varphi - \delta_b - h_{sn}$ in m	η_h in v. H.
1/1	0,0715	0,460	0,01080	0,7777	77,77
3/4	0,0375	0,324	0,00535	0,81715	81,71
1/2	0,0438	0,262	0,00350	0,8127	81,27
1/4	0,1200	0,285	0,00415	0,73585	73,58

Es folgt nunmehr in Tabelle V auf bekannte Weise die Berechnung der N_e und η, wozu bemerkt sei, daß mit Rücksicht auf die höhere Drehzahl dem Beispiel A gegenüber die Reibungsarbeit N_r mit 0,5 statt 0,4 P. S. in Rechnung gestellt wurde.

Tabelle V:

1	2	3	4	5	6	7	8
λ	Q in cbm	H in m	$N_a = \frac{1000 \cdot Q \cdot H}{75}$ in P. S.	$N_h = N_a \cdot \eta_h$ in P. S.	N_r in P. S.	$N_e = N_h - N_r$ in P. S.	$\eta = \frac{N_e}{N_a} \cdot 100$ in v. H.
$^1/_1$	0,8	9,3 m	99,20	77,10	0,5 P. S.	76,60	77,3
$^3/_4$	0,6		74,40	60,80		60,30	81,1
$^1/_2$	0,4		49,60	40,30		39,80	80,2
$^1/_4$	0,2		24,80	18,26		17,76	71,6

In Fig. 129 sind dann die N_e und η nach Wassermengen geordnet graphisch dargestellt und es fällt beim Vergleich der η Kurve mit der des Beispieles A (Fig. 106) vor allem der stärkere Abfall von $\lambda = {}^1/_2$ nach $\lambda = {}^1/_4$ in die Augen. Es ist dies die Folge der, durch die größere Umfangsgeschwindigkeit bedingten, rascheren Zunahme des Austrittsverlustes mit abnehmender Beaufschlagung, welche wir

Fig. 129.

in § 9 Fig. 56 bereits kennen lernten und die auch beim Vergleich der Fig. 105 und 126 klar sich ergibt.

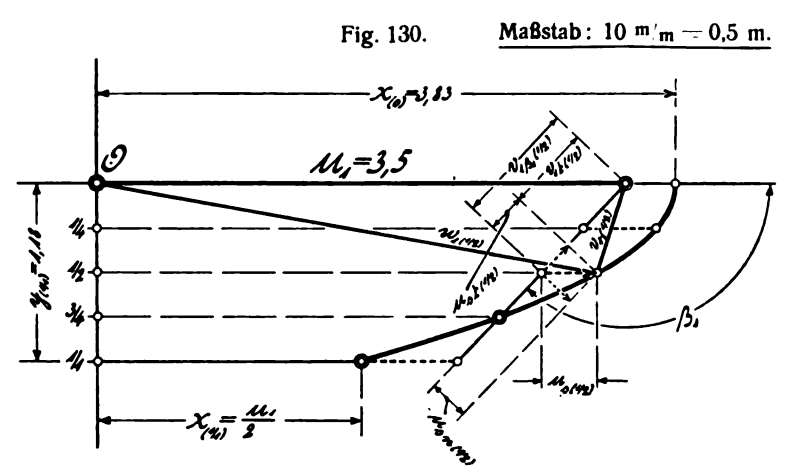
Im Übrigen ist der Verlauf der η Kurve über $\lambda = {}^1/_2$ hinaus ziemlich übereinstimmend mit dem der η Kurve in Fig. 106, nur daß Letztere infolge des höheren φ (0,87 gegen 0,86 im Beispiel C) durchweg etwas höher liegt.

Der Verlauf der N_e Kurve in Fig. 129 ist dem der η Kurve entsprechend ziemlich übereinstimmend mit dem der N_e Kurve in Fig. 106 und es ist dazu weiter nichts zu bemerken.

Hinsichtlich der zu erwartenden Abweichung der durch Bremsversuche ermittelten η Kurve gegenüber der in Fig. 129 dargestellten gilt das auf Seite 82 über die entsprechenden Verhältnisse des Beispieles A Gesagte, und es mag der Hinweis darauf an dieser Stelle genügen. Es werden hier nur die durch die falsche Eintrittsrichtung insbesondere bei kleinen Beaufschlagungen auftretenden, rechnerisch unbestimmten Wirbelverluste im Laufradkanal kleiner ausfallen als dort. Vergleiche die Eintrittsverhältnisse in Fig. 102 und 123 und die Laufradschaufelungen in Fig. 108 und 131.

In der Fußnote auf Seite 41 rechts wurde bereits darauf hingewiesen, daß bei Umfangsgeschwindigkeiten größer als 2,9 der bleibende Winkel β_1 rationellerweise dem theoretischen Eintrittsdreieck einer Beaufschlagung gleich oder kleiner als $^3/_4$ entnommen werde, je nachdem ein großer oder kleiner Wert $\frac{D_{2m}}{D_1}$ zur Verwendung kommt. Im vorliegenden Beispiel haben wir infolge des kleinen Wertes $\frac{D_{2m}}{D_1}$ den Winkel β_1 sogar so klein gewählt, daß für alle Beaufschlagungen Stoß der Drehrichtung entgegen sich ergab, wodurch λ_g entfiel. Wir haben alsdann vorstehend für diesen Fall die Stoßverhältnisse untersucht und gefunden, daß nur $\frac{u_{sn}^2}{2g}$ als Verlust in Frage kommt und zur Verarbeitung einer gegebenen Wassermenge der Leitapparat gegenüber dem theoretischen Geschwindigkeitsdiagramm eine geringe Unteröffnung erfahren muß. Im Anschluß daran soll noch untersucht werden, wie die Stoßverhältnisse bei $\beta_1 > 90^0$ und Stoß des Wassers im Sinne der Drehrichtung sich gestalten.

Fig. 130. Maßstab: 10 m/m = 0,5 m.



Zu diesem Zweck ist in Fig. 130 die Eintrittsparabel für $\frac{D_{2m}}{D_1} = 0,9$ aus unserer Fig. 70 herausgezeichnet und es leuchtet ohne Weiteres ein, daß hierfür günstige Eintrittsverhältnisse sich ergeben, wenn β_1 dem Eintrittsdreieck für $\lambda = {}^3/_4$ entnommen wird. Damit wird dann $\lambda_g = {}^3/_4$ und es sind in Fig. 130 die Stoßverhältnisse für $\lambda = {}^1/_2$ ausführlich eingezeichnet. Darnach haben jetzt gegenüber

der Fig. 127 sämtliche Stoßgeschwindigkeiten ihre Richtung umgekehrt und es gilt auch hierfür ohne Weiteres die Gleichung 26 nur mit dem Unterschied, daß an Stelle des negativen das positive Vorzeichen tritt, weil das Wasser jetzt verzögert wird und somit nutzbare Arbeit an das Laufrad abgibt. Wir können also schreiben:

$$A_{sn(\lambda)} = + \frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \cdot \sin^2 \beta_1 .$$

Dagegen erfährt die in Richtung der Komponente u_{sn} fallende, auf Kosten des effektiven Gefälles erzeugte Geschwindigkeitskomponente durch den Stoß eine Verminderung um u_{sn}, um welchen Betrag sie größer als u_{1n}, also eben zu groß war. Hieraus ergibt sich aber ein Verlust an Geschwindigkeitshöhe:

$$h'_{sn} = \frac{u_{1n}^2}{2g} - \frac{(u_{1n} + u_{sn})^2}{2g}$$
$$= -\frac{1}{g} \cdot u_{sn} \cdot u_{1n} - \frac{u_{sn}^2}{2g}$$

oder allgemein nach Fig. 127:

$$h'_{sn(\lambda)} = -\frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \cdot \sin^2 \beta_1 - \frac{u_{sn(\lambda)}^2}{2g} .$$

Es kehrt sich also gegenüber der Gleichung 27 lediglich das Vorzeichen des Ausdruckes: $\frac{1}{g} \cdot u_{s(\lambda)} \cdot u_1 \cdot \sin^2 \beta_1$ um und bei Addition beider Gleichungen hebt sich dieser Ausdruck wieder, so daß auch für Stoß des Wassers im Sinne der Drehrichtung (Beaufschlagungen kleiner als λ_g) der in Richtung von u_{sn} fallende tatsächliche Stoßverlust beträgt:

$$h_{sn(\lambda)} = -\frac{u_{sn(\lambda)}^2}{2g}, \text{ wie in Gleichung 28.}$$

Das u_{st} ist jetzt natürlich dem Durchfluß des Wassers entgegengerichtet (Siehe Fig. 130) und es bedeutet nach unseren diesbezüglichen Betrachtungen im Beispiel B, Seite 88 und 89, die Geschwindigkeitshöhe $h_{st} = \frac{u_{st}^2}{2g}$ einen Verlust, so daß der tatsächliche Verlust bei Stoß des Wassers im Sinne der Drehrichtung und Winkel $\beta_1 > 90^0$ beträgt:

$$h_{s(\lambda < \lambda_g)} = - h_{sn(\lambda)} - h_{st(\lambda)} = -\frac{u_{s(\lambda)}^2}{2g},$$

wie in Gleichung 22 für $\lambda > \lambda_g$.

Bei Betrachtung der Fig. 130 finden wir nun, daß die in Richtung β_1 fallende Komponente $v_{1t(1/_8)}$ der theoretischen Eintrittsgeschwindigkeit $v_{1(1/_8)}$ um den Betrag $u_{st(1/_8)}$ kleiner als $v_{1\beta_1(1/_8)}$, also zu klein ist und indem u_{st} gleichzeitig dem eintretenden Wasser entgegenwirkt, wie dies im Beispiel B Seite 89 für Beaufschlagungen größer als λ_g der Fall war, so ist klar, daß ein „Überöffnen" des Leitapparates gegenüber dem theoretischen Geschwindigkeitsdiagramm stattfinden muß, für welches wieder die im Beispiel B gefundene Gleichung 19:

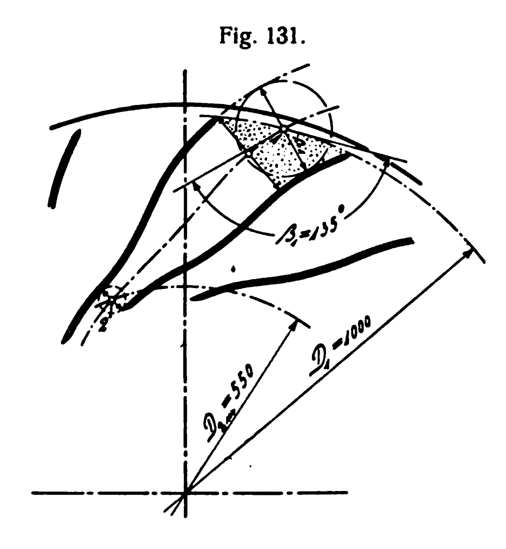
$$x_{(\lambda)}^2 - x'^2_{(\lambda)} = 2\, v_{1\beta_1(\lambda)} \cdot u'_{st(\lambda)}$$

Geltung hat. Indem nun aber nach Fig. 130 beim Überöffnen das v_{1t} größer und das u_{st} kleiner wird, im Gegensatz zum Beispiel B, wo das Umgekehrte der Fall war, und indem gleichzeitig die Stoßgeschwindigkeiten bei Winkel $\beta_1 > 90^0$ stets relativ klein und die Charakteristika x unterhalb λ_g stets ziemlich groß sich ergeben, so ist klar, daß hier das Überöffnen nur innerhalb sehr enger Grenzen in Erscheinung treten kann und wohl in den meisten Fällen außer Acht gelassen werden darf. Gegebenenfalles ist natürlich alsdann der Stoßverlust nicht $\frac{u_s^2}{2g}$, sondern das hier kleinere $\frac{u'^2_s}{2g}$, was wiederum ein Gegenstück zum Beispiel B bildet, wo das infolge des Überöffnens sich ergebende u'_s größer war als das zugehörige u_s. (Vergleiche Fig. 110 und 115 mit Fig. 130.)

Im Übrigen hat das Überöffnen bei $\beta_1 > 90^0$ und $\lambda < \lambda_g$ auch deshalb keine Bedeutung, weil es nur eine kleine Verschiebung der wirklichen Beaufschlagungen unterhalb λ_g gegenüber den durch das theoretische Geschwindigkeitsdiagramm gegebenen zur Folge hat. Im Gegensatz dazu spielt das Überöffnen bei $\beta_1 < 90^0$ und $\lambda = 1/_1$ eine sehr wichtige Rolle, weil es notwendig ist, um überhaupt die volle Wassermenge durch die Turbine treiben zu können.

Fig. 131 zeigt das schematische Bild der Laufradschaufelung für das Beispiel C und es darf unter Bezugnahme auf die diesbezüglichen Bemerkungen am Schluß des Beispieles B (Seite 94 Fig. 121) noch besonders hervorgehoben werden, daß auch hier der rechnerische Eintrittspunkt 1 am Laufrad auf dem Kreis durch die Schaufelspitzen vom Durchmesser D_1 und nicht, wie vielfach angenommen, im Schwerpunkt des Kanaleintrittsquerschnittes zu suchen ist. Denn es muß naturnotwendig der in Fig. 131 wieder durch Tüpfelung hervorgehobene Wasserzwickel zwischen Laufradumfang und Kanaleintrittsquerschnitt mit dem Laufrad rotieren, so daß die Einflußsphäre der Zentrifugalwirkung durch den Kreis vom Durchmesser D_1 nach außen begrenzt ist.

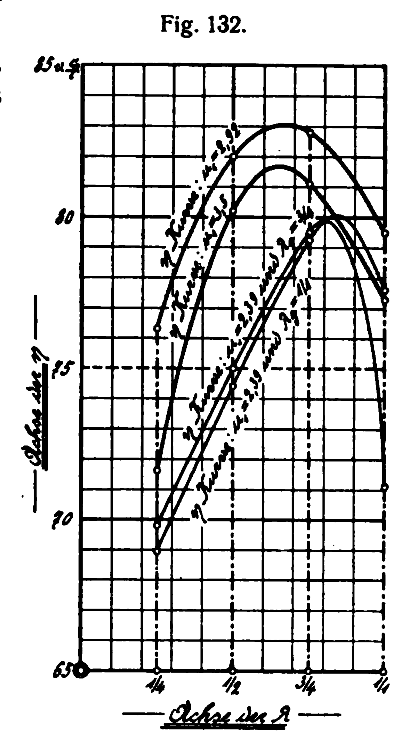
Fig. 131.



Schlußbetrachtungen.

Es erübrigt im Anschluß an die vorstehenden drei Rechnungsbeispiele noch, die in denselben gefundenen Nutzeffektskurven zum besseren Vergleich zusammenzustellen. Fig. 132 zeigt diese Zusammenstellung, in welcher ganz allgemein, ohne Rücksicht auf etwa verarbeitete Wassermengen, Beaufschlagungen als Abszissen und Nutzeffekte als Ordinaten eingetragen sind. Gegenüber den Figuren 106; 116; 118 und 129 ist hier für die Ordinaten ein bedeutend größerer Maßstab gewählt und es wurden in Fig. 132 die zwischen $\eta = 0$ und $\eta = 65$ gelegenen Ordinatenfüße als entbehrlich weggelassen. Infolge des vergrößerten Ordinatenmaßstabes kommt daher der Charakter der verschiedenen ηKurven in viel ausgesprochenerem Maße zur Geltung, wodurch ein kritischer Vergleich derselben ermöglicht wird.

Fig. 132.



Die ηKurven zeigen in ihrem Verlauf in Fig. 132 durchweg parabelähnliche Form, teils mehr, teils weniger symmetrisch zur Parabelachse. Die ηKurve für $u_1 = 2,92$ des Beispieles A überragt alle anderen ηKurven und sie zeigt auch vor allen anderen eine verhältnismäßig sanfte Krümmung am Scheitel, d. h., die Nutzeffekte fallen hier beiderseits vom Maximum verhältnismäßig langsam und ziemlich gleichmäßig ab.

Die ηKurve für $u_1 = 3,5$ kommt der für $u_1 = 2,92$ am nächsten, doch zeigt sie wesentlich energischere Scheitelkrümmung, d. h., die Nutzeffekte fallen vom Maximum aus rascher ab. Dieser raschere Abfall ist jedoch vorwiegend auf Seite der kleineren Beaufschlagungen zu suchen und er ist eine Folge der oft besprochenen, rascheren Zunahme der Austrittsverluste mit abnehmender Beaufschlagung bei größerem u_1. (Siehe Seite 29 und 30.) Das Maximum des Nutzeffektes liegt für $u_1 = 2,92$ wie für $u_1 = 3,5$ etwa bei $\lambda = 0,65$.

Für $u_1 = 2,39$ erhalten wir das größte η für $\lambda_g = {}^3/_4$ wie für $\lambda_g = {}^1/_1$ mit ziemlicher Übereinstimmung bei $\lambda = 0,8$ bezw. etwas darüber, es liegt hier also wesentlich höher als bei $u_1 = 2,92$ und 3,5. Die beiden ηKurven für $u_1 = 2,39$ zeigen auffallend starke Scheitelkrümmung, die η fallen also beiderseits von dem an und für sich nicht hohem Maximum sehr rasch ab, was insbesondere für den oberen Ast der ηKurve: „$u_1 = 2,39$ und $\lambda_g = {}^3/_4$" gilt. Es ist dies, wie wir wissen, eine Folge der großen Stoßkomponenten u'_s zwischen $\lambda_g = {}^3/_4$ und $\lambda = {}^1/_1$. (Siehe Fig. 110.)

Alles in allem ergibt sich aus Fig. 132, daß durchschnittlich beste Nutzeffekte für alle Beaufschlagungen bei normaler Umfangsgeschwindigkeit ($u_1 \cong 2,9$) erzielt werden, während für größere u_1 sowohl, als auch für kleinere die Nutzeffekte erheblich hinter denen des normalen u_1 zurückbleiben. Dies gilt insbesondere von den kleineren Umfangsgeschwindigkeiten, so daß auch beim Vergleich der ηKurven in Fig. 132 die in vorliegender Arbeit so oft betonte Scheu des erfahrenen Konstrukteurs vor kleinen Umfangsgeschwindigkeiten ihre Berechtigung findet.

Im Übrigen darf noch wiederholt darauf hingewiesen werden, daß sämtliche ηKurven in Fig. 132 etwa von $\lambda = 0,6$ ab für zunehmende λ eine Verbesserung durch die Wirkung des erweiterten Saugrohres, für abnehmende λ dagegen eine Verschlechterung infolge der einer rechnerischen Behandlung entzogenen Wirbelungsverluste am Laufradeintritt erfahren würden. Infolgedessen dürften die besten Nutzeffekte für $u_1 = 2,92$ und 3,5 etwa bei $\lambda = 0,75$ statt bei 0,65, für $u_1 = 2,39$ etwa bei $\lambda = 0,85$ statt bei 0,8 zu suchen sein.

§ 18.

Nachträge.

Auf Seite 55 rechts Zeile 4 wurde geschrieben: „Hierbei ist nur für Profile mit teilweise stark radialem Austritt nach innen oder außen, bezw. nach innen und außen, wie in Fig. 85, eine einfache Richtigstellung nötig, worüber Näheres in Heft II folgt."

Bei nochmaliger Durchsicht der zum größten Teile bereits gedruckt vorliegenden Arbeit erschien es jedoch den Verfassern angezeigt, schon hier in einem Nachtrag über diese, in gewissen Fällen vorzunehmende Richtigstellung aufzuklären.

Das Laufradprofil Fig. 88, welches unsere Betrachtungen über die Austrittsverhältnisse in § 15 so ungemein einfach gestaltete, besitzt rein achsialen Austritt und es ist ohne Weiteres klar, daß auch für ein Laufradprofil mit gerader, im übrigen aber beliebig zur Turbinenachse geneigter Austrittslinie dieselben einfachen Verhältnisse wie für Fig. 88 zutreffen müssen. Es wird also auch dafür das dem mittleren Austrittsdurchmesser $D_{2m} = \frac{D_{2a} + D_{2i}}{2}$ zugehörige v_{2m} als der Beaufschlagung proportional gesetzt werden dürfen und wenn wir uns z. B. den Sonderfall eines Laufrades mit gerader, parallel zur Turbinenachse gerichteter Austrittslinie denken, so haben wir damit das rein radiale Laufradprofil mit $D_{2a} = D_{2i}$, welches unseren Betrachtungen bis einschließlich § 14 zu Grunde lag.

Wenn dagegen die Austrittslinie krummlinig, die Austrittsrichtung also veränderlich, gemischt ist und entweder der radiale Austritt nach innen, oder derjenige nach außen vorwiegt, so ist einleuchtend, daß dann das der Beaufschlagung proportional zu setzende v_2 nicht mehr dem mittleren Austrittsdurchmesser D_{2m}, sondern einem kleine-

ren oder größeren D_2 als dieses zugehörig angenommen werden muß.

Unsere Aufgabe muß es somit sein, dieses $D_{2m'}$, wie wir es nennen wollen, zu bestimmen, was nachstehend geschehen soll.

Wenn wir uns ein beliebiges Laufradprofil in verschiedene Teilturbinen zerlegt denken nach Art der Fig. 101, so besteht bekanntlich für jede Teilturbine die Beziehung:

$$\pi \cdot D_2 \cdot k_2 \cdot \Delta b_2 \cdot w_{n(1/1)} = \Delta q_{1(1/1)}$$

oder:
$$D_2 \cdot \Delta b_2 = \frac{\Delta q_{1(1/1)}}{\pi \cdot k_2 \cdot w_{n(1/1)}}.$$

In dieser Beziehung darf für die hier in Frage stehenden Untersuchungen stets ein für alle Teilturbinen zutreffender, konstanter Mittelwert k_2 angenommen werden und auch $w_{n(1/1)}$ wird meist als konstante oder nahezu konstante Größe über den ganzen Laufradaustritt gelten dürfen. Den Teilturbinen wird aber mit Vorteil stets gleiches $\Delta q_{1(1/1)}$ zu Grunde gelegt, $(\Delta q_{1(1/1)} = \frac{Q_{1(1/1)}}{\mathfrak{z}}$, worin $\mathfrak{z}$ die Anzahl der Teilturbinen ist.) und es ist daher die rechte Gleichungsseite konstant. Somit können wir schreiben:

$$D_2 \cdot \Delta b_2 = \text{konst.}$$

Eine Teilturbine wird nun gegenüber der Gesamtturbine stets so schmal sein, daß Δb_2 als gerade Linie aufgefaßt werden darf und somit für sie der einfache Zusammenhang zwischen Eintritt und Austritt wie für das Profil Fig. 88 zutreffen muß. Die Gesamtturbine ist aber nichts anderes, als die Summe verschiedener Teilturbinen und es besteht daher für sie die Beziehung:

$$\Sigma D_2 \cdot \Delta b_2 = \mathfrak{z} \cdot \text{konst.} = \text{Konst.},$$

während für eine entsprechende Gesamtturbine mit geradlinigem, aber sonst beliebig gerichtetem Austritt nach Fig. 88 sein muß:

$$D_{2m} \cdot b_2 = \frac{Q_{1(1/1)}}{\pi \cdot k_2 \cdot w_{n(1/1)}} = \text{Konst.}$$

Somit kann gesetzt werden:

$$D_{2m} \cdot b_2 = \text{Konst.} = \Sigma D_2 \cdot \Delta b_2,$$

worin sich das Produkt $D_{2m} \cdot b_2$ der Turbine mit reinem Austritt beliebig zusammensetzen kann, entweder aus großem D_{2m} und entsprechend kleinem b_2 oder umgekehrt. Eine unserer Turbine mit gemischtem Austritt in jeder Hinsicht am meisten entsprechende Turbine mit reinem Austritt werden wir deshalb dann erhalten, wenn wir deren b_2 dem $\Sigma \Delta b_2$ der Turbine mit gemischtem Austritt gleichsetzen. Das so sich ergebende:

$$D_{2m} = \frac{\Sigma D_2 \cdot \Delta b_2}{\Sigma \Delta b_2} = \frac{D_{2a} + D_{2i}}{2}$$

der Turbine mit reinem Austritt ist aber nichts anderes als das $D_{2m'}$ der Turbine mit gemischtem Austritt und es kann dasselbe ohne Weiteres bestimmt werden, weil die Werte $\Sigma D_2 \cdot \Delta b_2$ und $\Sigma \Delta b_2$ bei Berechnung des Laufradprofiles bereits festgelegt wurden. (Siehe Fig. 101.) Wir können also schreiben:

$$D_{2m'} = \frac{\Sigma D_2 \cdot \Delta b_2}{\Sigma \Delta b_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 30.)$$

und es darf für das diesem $D_{2m'}$ zugehörige $v_{2m'}$ angenommen werden, daß es der Beaufschlagung proportional sich ändere.*)

Für Laufradprofile mit stark gemischtem Austritt müssen darnach Gleichungen IIIa.) und IVa.) auf Seite 69 durch Einsetzung der entsprechenden, dem $D_{2m'}$ zugehörigen Werte eine abermalige Richtigstellung erfahren in:

$$u_{1\,min} = \frac{c_e^2}{2\, c_{e\,m'}' \cdot \cos \alpha_{1(3/4)}} \quad \ldots\ldots \quad \text{III b.)}$$

und: $v_{2m'(1/1)} = 1{,}333 \cdot u_{2m'}$, höchstens aber $= c_{e\,m'}'$
und dann möglichst auch $= u_1 \ldots$ IV b.)

In diesem Sinne muß auch auf das Seite 62 rechts, Zeile 9 und die Folgenden Gesagte ergänzend hingewiesen werden.

Die in der Fig. 98 gegebenen Werte D_{2m} bleiben von den vorstehenden Betrachtungen unberührt und stellen also durchweg Mittelwerte aus den extremen Werten D_{2a} und D_{2i} vor. Ferner ist leicht einzusehen, daß gegebenenfalles die Abweichung des $D_{2m'}$ von D_{2m} umso größer ausfallen kann, je größer das Verhältnis $\frac{b_0}{D_1}$, je größer also S_r ist. Bei derartigen Laufrädern ist aber der Austritt viel mehr von der sonstigen Gestaltung des Radprofiles u. s. w. abhängig, als von den durch Fig. 98 gegebenen Werten D_{2m}, während bei Laufrädern mit kleinen Verhältnissen $\frac{b_0}{D_1}$ unter Außerachtlassung der Eintrittsverhältnisse u. s. w. das D_{2m} viel mehr variiert werden könnte. Es werden somit die durch Fig. 98 gegebenen Werte D_{2m} in erster Linie für Räder mit kleinem $\frac{b_0}{D_1}$ einzuhalten sein, während dies für größere Werte $\frac{b_0}{D_1}$ weniger nötig ist und das Laufradprofil hierbei mehr durch andere, beim Entwurf desselben sich ergebende Rücksichten gegeben ist.

Auf Seite 70 rechts heißt es: „Beste Nutzeffekte für alle Beaufschlagungen ergeben Laufräder mit normaler Umfangsgeschwindigkeit, $(u_1 \sim 2{,}9)$ kleinsten Werten von $\frac{D_{2m}}{D_1}$ und größtmöglicher Annäherung von D_{2a} an D_{2i}."

Hierbei ist daran zu erinnern, daß das Bestreben, kleinstes $\frac{D_{2m}}{D_1}$ und größtmögliche Annäherung von D_{2a} an

*) In den drei Rechnungsbeispielen des § 17 haben wir mit $D_{2m} = \frac{D_{2a} + D_{2i}}{2}$ gerechnet, trotzdem die Austrittslinien leicht gekrümmt, die Austritte also nicht vollkommen rein waren. Es ist jedoch leicht einzusehen, daß in den Figuren 101; 109 und 122 an Stelle der ziemlich flachen Kreisbogen mit großer Annäherung deren Sehnen als Austrittslinien treten könnten. Ferner wird bei derart einfachen Radprofilen das leichter zu beschaffende D_{2m} so wenig von dem versteckter liegenden $D_{2m'}$ abweichen, daß der begangene Fehler ohne jede praktische Bedeutung ist. Der Einfachheit halber benützt man daher in ähnlichen Fällen und selbst bei Radprofilen mit noch mehr gemischtem (unreinem) Austritt das D_{2m} an Stelle des $D_{2m'}$.

D_{2i} zu schaffen, zunächst auf Turbinentypen von kleiner relativer Schluckfähigkeit S_r, also kleinen Werten $\frac{b_0}{D_1}$ führt. In § 13 haben wir aber gefunden, daß mit kleiner werdendem b_0 bei gleichbleibendem D_1, also mit abnehmendem S_r die Durchflußverluste zunehmen. (Siehe Seite 45.) Es ist deshalb dem vorstehend angeführten Satz auf Seite 70 hinzuzufügen, daß infolge abnehmenden Verhältnisses $\frac{b_0}{D_1}$ schließlich die Durchflußverluste überwiegenden Einfluß gewinnen und es darf deshalb das, beste Nutzeffekte ergebende Laufradprofil etwa bei der Normaltype, $\left(\frac{b_0}{D_1} = 0,2\right)$ oder eher etwas darunter liegend, angenommen werden.

Mit Rücksicht darauf dürften auch die Nutzeffekte der Laufräder unserer 3 Beispiele A; B und C in § 17 in Wirklichkeit durchweg etwas niedriger sich einstellen, weil wir es in allen 3 Beispielen mit relativ kleinen Werten $\frac{b_0}{D_1}$ zu tun haben und wir müßten darnach, streng genommen, unsere Durchflußkoeffizienten neben der Umfangsgeschwindigkeit (Siehe Fig. 60) auch noch vom Wert $\frac{b_0}{D_1}$ abhängig wählen.

In § 16 entwickelten wir als Grundlage für den Entwurf planmäßiger Sätze und Serien von Laufrädern die Gleichungen V und VI:

$$Q_1 = S_r \cdot D_1^2 \cdot 0,75 \quad \text{und:} \quad n_1 = \frac{u_1}{D_1} \cdot 19,1.$$

Wenn wir Gleichung VI nach D_1 auflösen und dessen Wert in Gleichung V einsetzen, so erhalten wir:

$$Q_1 = S_r \cdot \frac{u_1^2}{n_1^2} \cdot 19,1^2 \cdot 0,75 = S_r \cdot \frac{u_1^2}{n_1^2} \cdot 365 \cdot 0,75$$

oder:

$$n_1 = \sqrt{\frac{S_r \cdot u_1^2 \cdot 365 \cdot 0,75}{Q_1}}.$$

In dieser Gleichung sind bekanntlich n_1 die Drehzahl und Q_1 die zu verarbeitende Größtwassermenge einer Turbine für $H = 1$ m. Zum Zweck eines noch besseren, ganz allgemeinen Vergleiches verschiedener Turbinentypen hinsichtlich ihrer Qualifikation als langsam, normal oder schnelllaufende Turbine können wir nun außer dem einheitlichen Gefälle $H = 1$ m auch noch die einheitliche Leistung $N_1 = 1$ P.S. zu Grunde legen, womit sich ergibt:

$$\frac{1000 \cdot Q_1 \cdot 1 \cdot \eta}{75} = 1$$

oder:

$$Q_1 = \frac{75}{1000 \cdot \eta}.$$

Diesen Wert von Q_1 unter die Wurzel der vorstehenden Gleichung gebracht erhalten wir:

$$n_1 = \sqrt{\frac{S_r \cdot u_1^2 \cdot 365 \cdot 0,75 \cdot 1000 \cdot \eta}{75}}$$

$$= \sqrt{S_r \cdot u_1^2 \cdot \eta \cdot 3650}$$

oder:

$$n_1 = u_1 \cdot 60,4 \cdot \sqrt{S_r \cdot \eta} = n_s \quad \ldots\ldots\ldots \quad 31.)$$

Dieses n_1 der Turbine von 1 P.S. bei $H = 1$ m wird spezifische Drehzahl n_s genannt und ist nach Gleichung 31 proportional der Umfangsgeschwindigkeit und der Quadratwurzel aus S_r und η. Es muß also eine Turbinentype größter Umfangsgeschwindigkeit sowie größter relativer Schluckfähigkeit und besten Nutzeffektes das größte n_s ergeben und wir erhalten z. B. für einen Schnellläufer mit $u_1 = 3,5$ und $S_r = 3$ nach unseren Betrachtungen in § 16 unter Annahme eines $\eta = 0,75$ einen Größtwert, nämlich:

$$n_s = 3,5 \cdot 60,4 \cdot \sqrt{3 \cdot 0,76} = 320.$$

Eine Normaltype mit $u_1 = 2,9$ und $\eta = 0,8$ ergibt dagegen:

$$n_s = 2,9 \cdot 60,4 \cdot \sqrt{1 \cdot 0,8} = 156,5,$$

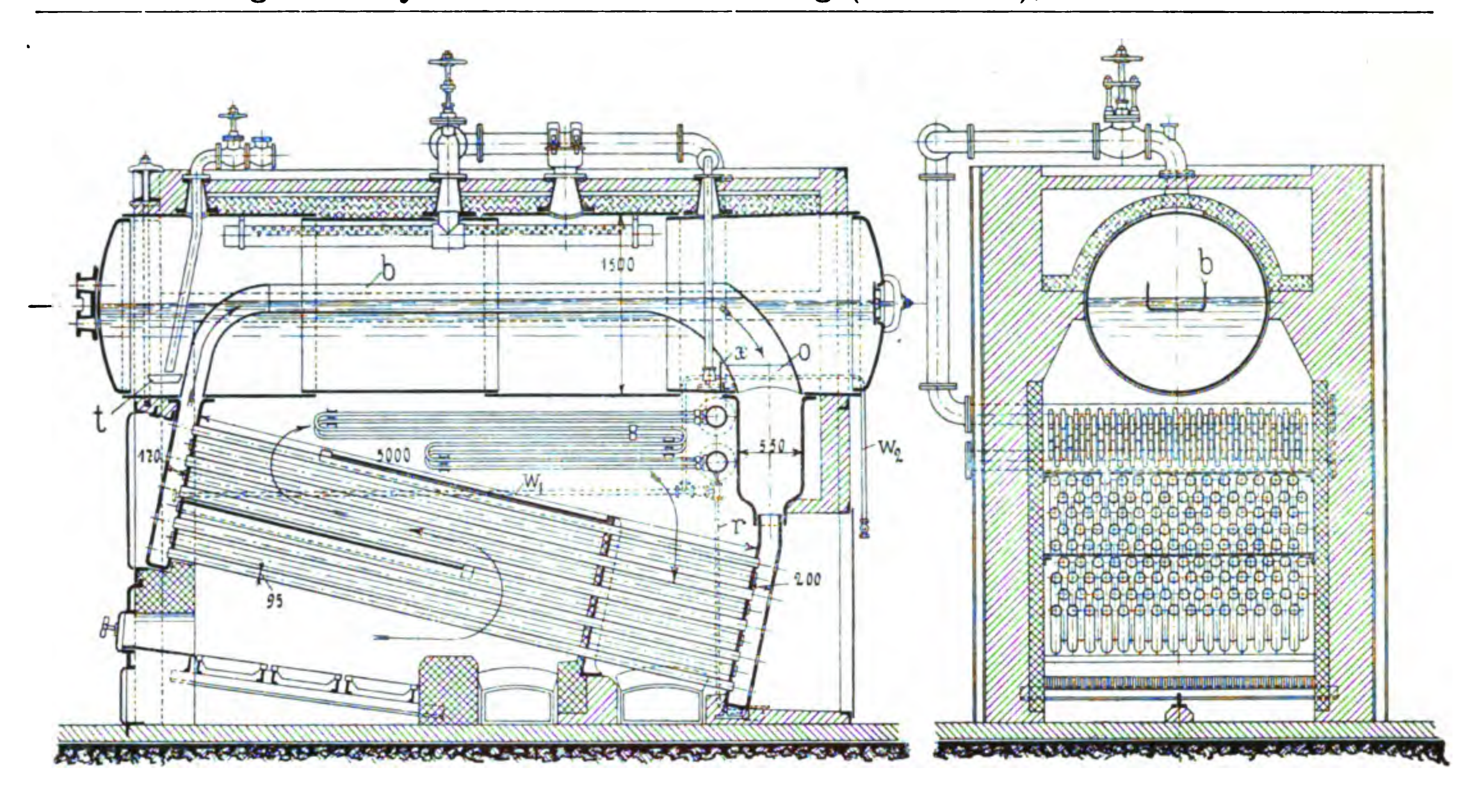
während für den Langsamläufer unseres Beispieles B in § 17 bei $\lambda_g = {}^1/_1$ erhalten wird:

$$n_s = 2,39 \cdot 60,4 \cdot \sqrt{0,1852 \cdot 0,776} = 54,7.$$

Die spezifische Drehzahl muß somit als Charakteristikum eines bestimmten Laufradtypes zum Zwecke seiner Einreihung in die Geschwindigkeitsskala der Laufradtypen überhaupt aufgefaßt werden. (Siehe auch Zeitschr. d. V. d. I. 1907 Seite 1005.)

Albanus'sche Buchdruckerei, Dresden, Am See 7.

Verlag der Polytechnischen Buchhandlung (R. Schulze), Mittweida i. Sa.



Berechnung, Ausführung und Wartung

der heutigen

Dampfkessel-Anlagen.

Lehr- und Handbuch für Techniker und Ingenieure.

Bearbeitet von

A. Pohlhausen,

dipl. Ingenieur und Lehrer für Maschinenbau.

Mit 150 in den Text gedruckten Abbildungen, 36 Tafeln Zeichnungen und einer Beilage.

3. Auflage 1906.

Elegant gebunden 20 Mark.

Das vorliegende Buch ist wie alle übrigen des Verfassers nach den folgenden Grundsätzen bearbeitet:

1. Klare und übersichtliche Einteilung des Stoffes, durch die ein schnelles und leichtes Zurechtfinden ermöglicht wird.
2. Hervorhebung aller Erfahrungs- und Konstruktionsangaben, welche der besonderen Beachtung bedürfen.
3. Durchrechnung zahlreicher, den Bedürfnissen der Praxis entsprechender Beispiele, welche die Anwendung der gegebenen Berechnungs- und Konstruktionsregeln zeigen.
4. Deutliche und detaillierte Darstellung der Kesselanlagen und ihrer Teile nach bewährten Ausführungen.

Das Buch behandelt in 7 Abschnitten:

I. **Den Wasserdampf und die Dampferzeugung der Kessel,** wie die Eigenschaften und Bildung des Wasserdampfes, die Erzeugung trockenen Dampfes, die Dampfentnahme usw.

II. **Die Brennmaterialien und deren Verbrennung, die Wärmeentwickelung bei den Dampfkesseln,** so die Vorgänge bei der Verbrennung, die Rauch- und Russbildung, die mittlere Zusammensetzung, Eigenschaften, Heizwerte der Brennmaterialien, die Untersuchung der Feuergase usw.

III. **Die Feuerungsanlagen der Dampfkessel,** insbesondere die Einrichtung, den Betrieb der gewöhnlichen Feuerungen, die bekanntesten rauchverzehrenden Feuerungen, die Feuerzüge und Einmauerung der Kessel, Anlage, Berechnung und Stabilität der Schornsteine usw.

IV. **Die Dampfkessel,** wie die allgemeinen Gesichtspunkte für die Beurteilung derselben, die Einrichtung, Konstruktion und Ausführung der verschiedenen Systeme, Material, Wanddicken, Blechausmittelung der Kessel usw.

V. **Die Dampfkesselarmatur,** nämlich Einteilung, Konstruktion, Anbringung und Wartung der feinen und groben Armatur.

VI. **Das Zubehör der Dampfkesselanlage,** wie die Vorrichtungen zum Speisen der Kessel, die Vorwärmer, die Überhitzer und Wasserabscheider, die Reinigung des Speisewassers usw.

VII. **Die Berechnung der Dampfkesselanlagen,** als die Verluste und den Wirkungsgrad derselben, die Bestimmung von Heiz- und Rostfläche, des Brennmaterialverbrauches usw.

Die 36 Tafeln des Buches sind in Buntdruck ausgeführt. Eine Beilage enthält die für den Dampfkesselbau wichtigsten Zahlen- und Materialtabellen, Normen und Vorschriften.

In der neuen Auflage hat der Verfasser namentlich den Fortschritten Rechnung getragen, welche der Dampfkesselbau in den letzten Jahren gemacht hat. Zu diesen Fortschritten gehört zunächst die nun allgemeiner gewordene Anwendung des überhitzten Dampfes. In der vorliegenden Auflage sind deshalb nicht nur die mit der Überhitzung verbundenen Vor- und Nachteile erörtert, sondern auch die Überhitzer selbst hinsichtlich ihrer Konstruktion, Anordnung und Berechnung eingehend behandelt. Auch wurden auf den Tafeln meistens Dampfkesselanlagen mit Überhitzer zur Darstellung gebracht und der Einfluss des überhitzten Dampfes auf die Ausbildung der Armaturteile und Rohrleitungen nicht unbeachtet gelassen. Einen weiteren Fortschritt im Dampfkesselbau bildet die fortgesetzte Steigerung des Betriebsdruckes und der Leistungen. Spannungen von 10 und 12 Atmosphären sind jetzt für Neuanlagen fast allgemein gebräuchlich, die verlangten Leistungen des Brennstoffes und der Heizfläche auch gewöhnlich höher als früher. Beiden Umständen wurde bei der Neubearbeitung des Buches dadurch Rechnung getragen, dass die für hohen Druck bezw. grosse Leistungen besonders geeigneten Wasserröhren- und Flammrohrkessel mehr berücksichtigt und auf den Tafeln, sowie in den durchgerechneten Beispielen namentlich Kessel für hohen Druck behandelt sind. Nicht ohne Einfluss auf den Dampfkesselbau sind endlich die Arbeiten geblieben, welche in den verschiedenen Kommissionen von Sachverständigen geleistet und unter anderem in den „Würzburger und Hamburger Normen", in den Angaben zur Berechnung von Schornsteinen, sowie in den Vorschlägen für eine neue Fassung des Gesetzes über die polizeilichen Bestimmungen zur Anlage von Dampfkesseln niedergelegt wurden. Auch sie fanden in der neuen Auflage Berücksichtigung.

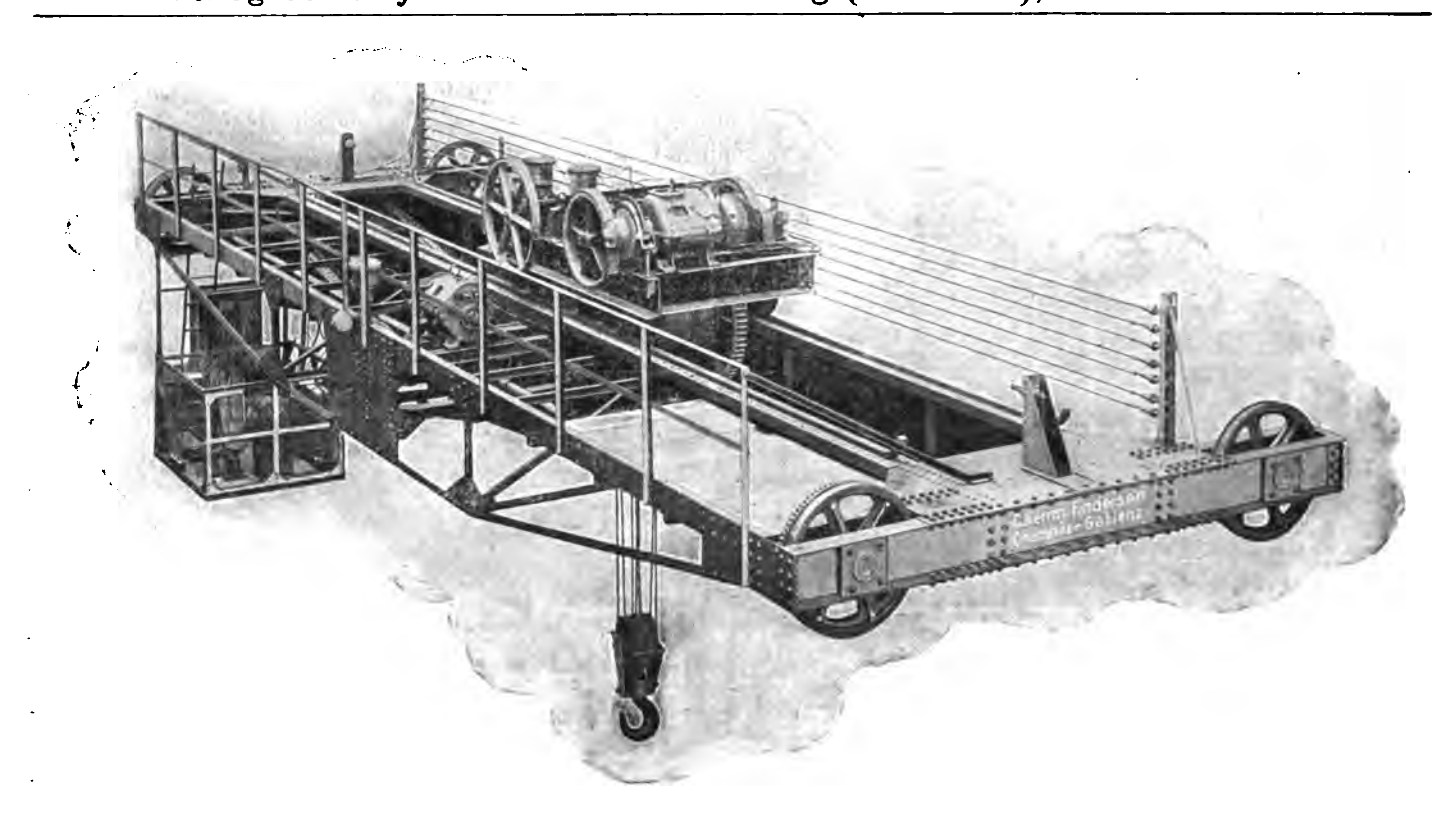
Uhlands praktischer Maschinenkonstrukteur. 1906 No. 11.

»Der bedeutende Wert des Pohlhausenschen Werkes besteht in dem ausgezeichneten Material, welches die Fortschritte auf diesem Gebiet in praktischer und theoretischer Hinsicht vollauf berücksichtigt. Die vollständig durchgerechneten Beispiele dürften dem Studierenden wertvolle Dienste leisten und das Werk zu einem Lehrbuch von dauerndem Wert machen.«

Neueste Erfindungen und Erfahrungen. 1906 No. 4.

»Der Inhalt der Hefte zeigt alle Vorzüge des Werkes, das schon bei den ersten Lieferungsausgaben als eine hervorragende Erscheinung bezeichnet und begrüsst werden konnte. Es entrollt ein vollständiges, überaus anschauliches und bis in das kleinste Detail vortrefflich ausgeführtes Bild des heutigen Standes der Dampfkesselanlagen. So bewundernswert der grosse Fleiss des Verfassers erscheint, so bedeutsam ist das Werk für die Praxis, denn es ist, reichlich mit vorzüglichen Abbildungen ausgestattet, ein Kompendium der Berechnung, Ausführung und Wartung moderner Dampfkesselanlagen.« *D. K.*





Berechnung, Konstruktion und Ausführung
der wichtigsten

Flaschenzüge, Winden, Aufzüge und Krane

mit besonderer Beachtung der elektrisch betriebenen Hebezeuge dieser Art.

Bearbeitet von

A. Pohlhausen,

dipl. Ingenieur und Lehrer für Maschinenbau.

In zwei Bänden.

Mit in den Text gedruckten Abbildungen und 50 Tafeln Zeichnungen.

2. Auflage 1904.

Elegant gebunden 32.50 Mark.

Der elektrische Antrieb hat infolge der vielen Vorzüge, welche er für Maschinen mit rotierender Kraftübertragung und häufig unterbrochenem Betriebe bietet, den Bau der Hebezeuge und die Anforderungen, welche an sie gestellt werden, wesentlich gesteigert. Er hat ferner die Ausführung dieser Maschinen stark beeinflusst und in

mancher Hinsicht andere Gesichtspunkte und Bedingungen für deren Konstruktion geschaffen. Der Verfasser hat diesen neuen Verhältnissen im Hebezeugbau bei der Bearbeitung des vorliegenden Buches möglichst Rechnung getragen und nicht nur dem elektrischen Antriebe der Hebemaschinen besondere Beachtung geschenkt, sondern auch an der Hand zahlreicher Ausführungen und Berechnungen diesbezüglicher Anlagen die erforderlichen Angaben für deren Konstruktion geliefert. Daneben haben natürlich die übrigen Betriebsarten und die Hebezeuge mit geradliniger Kraftübertragung die gebührende Behandlung gefunden.

Der nachstehende Auszug lässt die Anordnung des Stoffes und den reichen Inhalt des Buches erkennen.

I. Abschnitt: Einleitung. Allgemeines über den Betrieb der Hebezeuge, besondere Verhältnisse desselben. Hebezeuge mit Hand-, unmittelbarem Dampf-, Transmissions- und Druckwasser-Betrieb. Der elektrische Antrieb der Hebezeuge. Erzeugung und Fortleitung des elektrischen Stromes, Wirkungsweise, Einrichtung und Eigenschaften der verschiedenen Elektromotoren, Hilfsapparate.

II. Abschnitt: Hauptgleichungen für die Berechnung der Hebezeuge. Betriebskraft, Umsetzungsverhältnis, Wirkungsgrad und Verluste der Hebemaschinen mit geradliniger und rotierender Kraftübertragung, sowie der Vereinigung beider.

III. Abschnitt: Elemente der Hebezeuge, wie die Lastorgane, Rollen, Trommeln, Haken, Hakenflaschen.

IV. Abschnitt: Einfache Flaschenzüge und Winden für die verschiedenen Betriebsarten. Berechnung ihrer wichtigsten Verhältnisse, Angaben über Konstruktion derselben.

V. Abschnitt: Die Krane. Dreh-, Lauf-, Wipp- und Velocipedkrane für Hand- und Elementarkraftbetrieb. Graphische und analytische Berechnung der Gestelle. Neuere Ausführungen der elektrischen Krane mit Ein- und Mehrmotorenbetrieb. Vor- und Nachteile der beiden Systeme. Aufstellung der massgebenden Konstruktionsbedingungen u. s. w.

VI. Abschnitt: Die Aufzüge für Hand-, Transmissions-, hydraulischen und elektrischen Betrieb unter besonderer Beachtung des letzteren und seiner Zubehörteile. Gestelle, Fahrstühle, Steuerungen, Sicherheitsvorrichtungen u. s. w.

Die Behandlung des Stoffes ist in einfacher und übersichtlicher Weise vorgenommen. Sämtliche Rechnungen schliessen an die Hauptgleichungen der Festigkeitslehre und Mechanik an und sind mit Hilfe der niederen Mathematik durchgeführt. Die Zusammenstellung der Gleichungen und Konstruktionsregeln, sowie die zahlreichen Beispiele machen das Buch sowohl für das Studium der Hebezeuge als auch für den Gebrauch in der Praxis geeignet. Die in Buntdruck ausgeführten Tafeln stellen die verschiedenen Hebezeuge mit ihren Teilen nach bewährten Ausführungen dar, viele Figuren im Text dienen zur Erläuterung und Unterstützung desselben.

Allgemeiner Anzeiger für Berg-, Hütten- und Maschinen-Industrie. XXIII. 1904. No. 2.

Dieses Werk ist dem letzthin von uns besprochenen: „Berechnung und Konstruktion der Transmissionsdampfmaschine" in jeder Beziehung an die Seite zu stellen, sowohl was Ausstattung der beigegebenen Figurentafeln als auch Behandlung des riesigen Stoffes anbelangt, und berufen, mit dem bekannten Ernstschen Werke: „Die Hebezeuge" würdig in Konkurrenz zu treten. Heutzutage, wo der elektrische Antrieb der Hebezeuge mehr und mehr alle anderen Betriebsmittel aus dem Felde verdrängt, ist ein den modernen Bedürfnissen entgegenkommendes Buch um so beachtenswerter, als die in den Compendien und Kalendern gegebenen Angaben nur den allernächsten Bedürfnissen entsprechen und wohl kaum höhergestellten Ansprüchen entsprechen dürften. Das Buch geht auf alle erdenklichen Einrichtungen ein und lässt den Suchenden kaum im Stich. Nachstehend geben wir eine Angabe des reichen Stoffes, damit unsere Leser sich einen Begriff von der Schwierigkeit machen können, die der Verfasser bei Sichtung und Auslese der Materie zu überwinden hatte: I. Abschnitt: Einleitung, Allgemeines über den Betrieb der Hebezeuge, besondere Verhältnisse desselben, Hebezeuge mit Hand-, unmittelbarem Dampf-, Transmissions- und Druckwasser-Betrieb. der elektrische Antrieb der Hebezeuge, Erzeugung und Fortleitung des elektrischen Stromes, Wirkungsweise, Einrichtung und Eigenschaften der verschiedenen Elektromotoren. Hilfsapparate. II. Abschnitt: Hauptgleichungen für die Berechnung der Hebezeuge. Betriebskraft, Umsetzungsverhältnis, Wirkungsgrad und Verluste der Hebemaschinen mit geradliniger und rotierender Kraftübertragung, sowie der Vereinigung beider. III. Abschnitt: Elemente der Hebezeuge, wie die Lastorgane, Rollen, Trommeln, Haken, Hakenflaschen. IV. Abschnitt: Einfache Flaschenzüge und Winden für die verschiedenen Betriebsarten, Berechnung ihrer wichtigsten Verhältnisse, Angaben über Konstruktion derselben. V. Abschnitt: Die Krane, Dreh-, Lauf-, Wipp- und Velocipedkrane für Hand- und Elementarkraftbetrieb, Graphische und analytische Berechnung der Gestelle, neuere Ausführungen der elektrischen Krane mit Ein- und Mehrmotorenbetrieb, Vor- und Nachteile der beiden Systeme, Aufstellung der massgebenden Konstruktionsbedingungen etc. VI. Abschnitt: Die Aufzüge für Hand-, Transmissions-, hydraulischen und elektrischen Betrieb unter besonderer Beachtung des letzteren und seiner Zubehörteile, Gestelle, Fahrstühle, Steuerungen, Sicherheitsvorrichtungen etc. Der Aufbau des ganzen Buches ist, wie wir aus diesem Abriss ersehen, in solcher Art durchgeführt, dass jeder Techniker und Studierende, dem nur die elementaren Kenntnisse der Mechanik und Maschinenlehre geläufig sind, sich durch richtiges Einarbeiten in den Stoff bald mit der Konstruktion der modernen Hebezeuge vertraut machen wird. Dem Praktiker werden besonders die beiden letzten Abschnitte über Krane und Aufzüge von unschätzbarem Werte durch ihre kritische Behandlung sein. Die auch hier durchgeführte Kolorierung der Tafeln ist ausserordentlich lukrativ für den Lernenden. Das ganze prachtvolle Werk in 2 Bänden gebunden, 1 Band Text, 1 Band Tafeln, stellt sich nur auf 32.50 Mark.

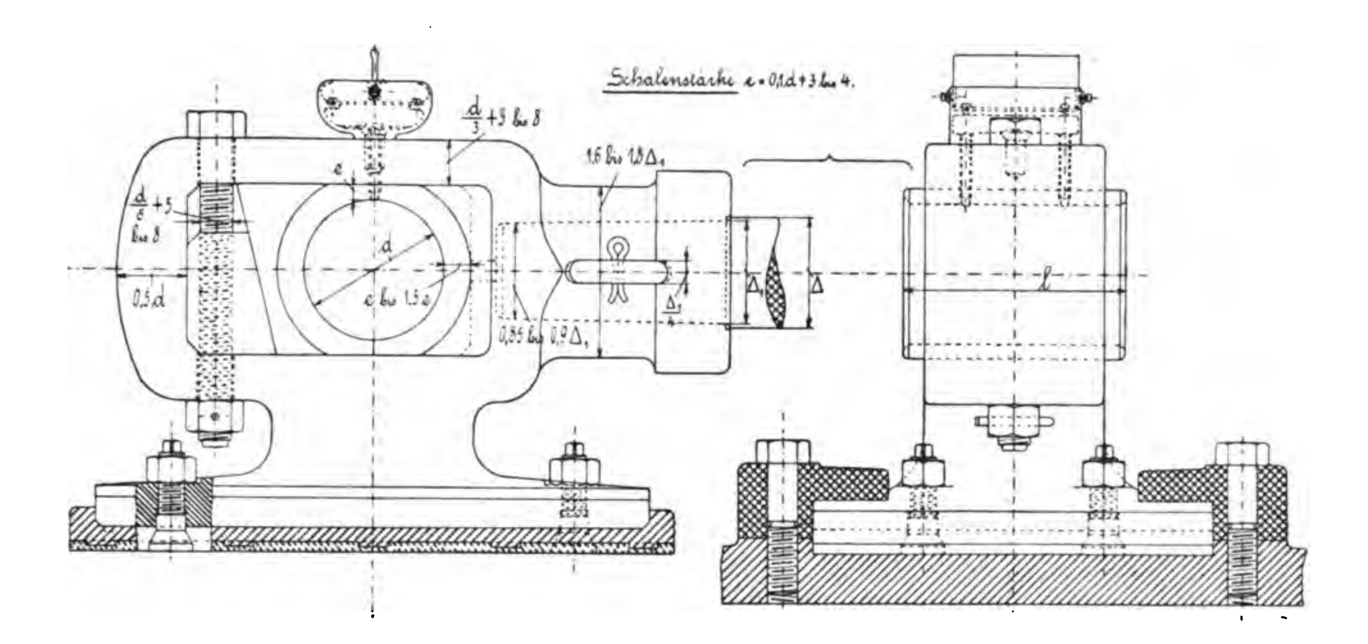


Verlag der Polytechnischen Buchhandlung (R. Schulze), Mittweida i. Sa.

6. Auflage!

In 6. Auflage ist erschienen:

Berechnung und Konstruktion
der
Maschinen-Elemente.



Herausgegeben
von
Jngenieur **W. Rebber** und Jngenieur **A. Pohlhausen.**

Mit 148 Blatt-Zeichnungen.

6. Auflage. Bearbeitet von **A. Pohlhausen,** dipl. Ingenieur.

1906. Gebunden 16 Mark.

Das an technischen Lehranstalten und in der Praxis viel benutzte Buch behandelt in 70 Seiten Text und 148 Tafeln die sämtlichen Maschinen-Elemente. Der Text ist in Form von kurzen Angaben, Tabellen und zahlreichen Beispielen, recht passend für den schnellen Gebrauch, gehalten, die Tafeln sind in Buntdruck sehr sauber ausgeführt und mit den nötigen Bemerkungen zur Konstruktion der einzelnen Teile versehen. Überall ist auf grösste Deutlichkeit, leichte Übersicht und rasches Zurechtfinden besonderer Wert gelegt; dabei sind die neuesten und bekanntesten Ausführungen der einzelnen Maschinenelemente zur Darstellung gebracht.

Das Buch kann jedem Ingenieur und Techniker, der sich sicher und schnell über richtige Berechnung und zweckmässige Konstruktion der allgemeinen Maschinenteile orientieren will, aufs Beste empfohlen werden!



Transmissions-Dampfmaschinen

Berechnung, Konstruktion und Anlage
der
Transmissions-Dampfmaschinen

unter Berücksichtigung der neuesten Erfahrungen auf diesem Gebiete in einfacher und gedrängter Form.

Lehr- und Handbuch für Techniker und Ingenieure.

Bearbeitet von

A. Pohlhausen,
dipl. Maschinen-Ingenieur und Lehrer für Maschinenbau.

Mit zahlreichen in den Text gedruckten Abbildungen und 50 Tafeln Zeichnungen.

Zwei Bände. I. Band Text, II. Band Atlas.

Zweite durchgesehene Auflage 1901.

Elegant gebunden 30 Mark.

Das Werk soll in erster Linie ein Lehrbuch für die Studierenden des Dampfmaschinenbaues und ein Handbuch für alle Ingenieure und Techniker bilden, die sich mit der Konstruktion oder dem Baue dieser Maschinen zu befassen haben, es



dürfte aber auch allen denjenigen von Nutzen sein, die als Betriebsleiter, technische Beamte, Besitzer von Dampfmaschinen usw. Auskunft auf diesem Gebiete des Maschinenbaues haben oder sich eine genauere Kenntnis dieser Maschinen verschaffen wollen.

Das Buch behandelt in 7 Abschnitten folgendes:

I. **Die für den Dampfmaschinenbau wichtigsten Lehren der mechanischen Wärmetheorie,** insbesondere die Eigenschaften, Expansions- und Kompressionsgesetze des Wasserdampfes;

II. **Die Bewegungsverhältnisse der Dampfmaschinen,** also die Bestimmung der Kolbenwege, der Kolbengeschwindigkeit und Beschleunigung, sowie die zugehörigen Weg-, Volum-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungs-Diagramme;

III. **Die Arbeitsverhältnisse, Dampf- und Druckverteilung der Dampfmaschinen** unter besondrer Berücksichtigung des Indikator-, Überdruck-, Tangential- und Radialdruck-Diagrammes der ein- und mehrzylindrigen Maschinen, ferner die Wirkungsweise des Dampfmantels, die Kondensation usw ;

IV. **Die Berechnung der Dampfmaschinen** in übersichtlicher Zusammenstellung der Methoden und Werte zur Bestimmung der Leistung einer vorhandenen oder der Abmessung einer neuen Maschine;

V. **Die Steuerungen,** und zwar die Schiebersteuerungen (Flach-, Kolben-, Korlissschieber) nach den Diagrammen von *Zeuner* und *Müller*, die Präzisionssteuerungen von *Korliss, Frikart, Sulzer, Kuchenbecker, Höffner-Collmann, Radovanović,* sowie diejenigen mit Flachregler;

VI. **Die Regulatoren,** nämlich das Wichtigste aus der Theorie und Berechnung der gebräuchlichsten Systeme;

VII. **Die Bauarten und Teile der Dampfmaschinen,** wie Rahmen, Zylinder, Kreuzköpfe, Schubstangen, Kurbelwellen (in analytischer und graphischer Berechnung) usw.

Dem Buche sind ausser zahlreichen in den Text gedruckten Figuren 50 Tafeln beigegeben, die in bunter Manier, dem Gebrauche der Praxis entsprechend, ausgeführt sind. Sie enthalten die sämtlichen Dampfmaschinenteile, die zum Texte gehörigen Diagramme, sowie die oben angeführten Steuerungen in Ausführungen, die zum grössten Teile der Praxis entlehnt sind. Auf grösste Deutlichkeit und sauberste Ausführung des Textes und der Tafeln ist besonders Gewicht gelegt worden.

Zum Verständnis des Buches genügt die Kenntnis der elementaren Mathematik, Mechanik und Festigkeitslehre, wenn auch die Gleichungen der beiden ersten Abschnitte mit Hilfe der Differential- und Integralrechnung geleistet sind. Alle weitläufigen Theorien sind streng vermieden worden, zahlreiche Figuren im Texte, sowie viele vollständig durchgerechnete Beispiele, wie sie in der Praxis vorkommen, zeigen die Benutzung der angegebenen Regeln und Gleichungen.

***Dingler,* Polytechnisches Journal. Bd. 312 Nr. 5, S. 80.**

Das Ziel, das sich der bekannte und um die Literatur für technische Mittelschulen sehr verdiente Verfasser gesetzt hatte, den Studierenden des Dampfmaschinenbaues ein Lehrbuch und den Technikern und Ingenieuren ein Handbuch zu schaffen, welches in einfacher elementarer Behandlung und in gedrängter Form alle Ergebnisse von Wissenschaft und Praxis in sich vereinigt, ist von ihm vollkommen erreicht und damit für eine längere Zeitperiode einem dringenden Bedürfnisse abgeholfen worden.

Die Ausführung der Tafeln und der Textfiguren ist eine saubere, die ersteren bilden besonders für den Studierenden ein sehr wertvolles Material

***Uhlands* prakt. Maschinenkonstrukteur. XXXIV Nr. 27.**

Der ganze Aufbau des Werkes an sich, ebensowohl wie der Zeichnungen stempelt das Buch zu einem Lehrbuch für die Schule, als auch für das Selbststudium. Die gegebenen Tafeln lassen durchgängig eine grosse Sorgfalt in der Ausführung erkennen und sind deshalb auch für das Konstruktionsbureau zu verwenden, weil sie durchaus Neues enthalten und der Verfasser des Werkes es vermieden hat, Konstruktionen zu veranschaulichen, deren praktischer Wert nicht erwiesen ist. Für den Schüler haben die Tafeln deshalb besonderen Wert, weil die Dimensionen der einzelnen Figuren verhältnismässig gross gewählt wurden, wodurch deren Verständnis wesentlich erleichtert ist W.

Allgem. Anzeiger für Berg-, Hütten- und Maschinen-Industrie. 1903, Nr. 50.

Neben dem mehr theoretischen Blaha (Leist) hat wohl kein Buch bei Studierenden des Maschinenbaues als auch bei schon längst in der Praxis stehenden Ingenieuren sich so allseitiger Beliebtheit zu erfreuen als der „Pohlhausen"; weil es ganz den praktischen Bedürfnissen des Technikers entgegenkommt, „aus der Praxis für die Praxis" geschrieben ist. Aus dieser Absicht heraus wurde auch die Einteilung des Buches in der Weise durchgeführt, dass die drei ersten Abschnitte die Theorie der Dampfmaschinen behandelt, während Abschnitt IV—VII die für den ausführenden Techniker nötigen Angaben über die Berechnung und Konstruktion der Maschinen und ihrer Elemente enthalten Abschnitt I enthält die für Dampfmaschinentheorie nötigen Regeln und Ableitungen der mechanischen Wärmetheorie, er enthält in zweckentsprechender, klarer Fassung alle die Gesetze über die Ausdehnung und Kompression des Wasserdampfes und des von ihm während seiner Arbeitsleistung ausgeführten Kreisprozesses. Abschnitt II behandelt die Bewegungsverhältnisse zwischen Lenkstange und Kurbel und der dabei auftretenden Massen- und Beschleunigungskräfte. Abschnitt III ist wohl der theoretisch interessanteste, er umfasst das ganze Gebiet der Dampf- und Druckverteilung im Zylinder, über Dampfverbrauch der modernen Dampfmaschine und ihren Wirkungsgrad Sämtliche Kapitel dieses wertvollen Abschnittes sind wohl von ziemlich gleicher Wichtigkeit, wir möchten aber speziell auf die Ausführungen über den Einfluss des Dampfmantels und der Kompression, der zweckdienlichen Füllung der Dampfmaschine und die Arbeitsverhältnisse bei mehrfacher Expansion und Kondensation hinweisen. Der Abschnitt IV beginnt nun, wie bereits erwähnt, mit der praktischen Ausführung und zwar zunächst mit der Bestimmung der Leistung und den daraus folgernden Hauptabmessungen der Maschine, der Berechnung von Schwungrad, Stangen, Zapfen und Wellen, den Dampfverbrauch, der Kanal- und Rohrquerschnitte und der event. noch anzubringenden Kondensationsanlage. Für den Praktiker ist Abschnitt V wohl der wichtigste, er umfasst alle Steuerungen; Flach- und Rundschieber, Ventil- und Hahnsteuerungen, und die bei ihrer Ausführung zur Anwendung gelangenden Diagramme. Die Angaben über Steuerungen sind bis auf die in neuester Zeit angewandten Typen ausgedehnt und geben dem Konstrukteur ein ausserordentlich wertvolles Material bei seinen Arbeiten an die Hand. Im Abschnitt VI sind die modernen Regulatoren und ihre Theorie behandelt, wie sie bei den heutigen Ansprüchen der Technik in bezug auf Gleichförmigkeit und Ruhe des Ganges erforderlich sind. Abschnitt VII bringt nun die Bauarten und Anlage der Dampfmaschinen, die praktische Ausführung von Konstruktionsteilen an Hand völlig durchgeführter Beispiele, was diesem Teil für den Lernenden wohl die grösste Wichtigkeit verleihen dürfte. Von geradezu wunderbarer Exaktheit und Konsequenz ist die Ausführung der Tafeln, da sie nicht allein durch die richtige Materialkolorierung dem Konstrukteur die Arbeit erleichtern, sondern vor allem durch Maßverhältnisse seinem konstruktiven Gefühl zu Hilfe kommen.

Lehrbuch der ebenen Trigonometrie

nebst einer Sammlung von

Übungsaufgaben zum Gebrauche an höheren Lehranstalten

von Oberlehrer **Paul Killmann**, Direktor am Technikum Mittweida.

13. umgearbeitete und vermehrte Auflage. 1904. Preis gebunden 3 Mark.

„Neueste Erfindungen und Erfahrungen":

Ein wohlbewährter Leitfaden, der hier in seinem 13. Erscheinen angezeigt ist. Namentlich die Uebungsaufgaben sind reichlich vermehr worden. Das Werk behandelt die verschiedenen Arten, einen Winkel zu messen, erörtert die trigonometrischen Funktionen einfacher Winkel, wie der zusammengesetzten, bespricht die Berechnung der rechtwinkligen und der gleichschenkligen Dreiecke, sowie der regelmässigen Vielecke, dann jene der unregelmässigen Dreiecke und die Berechnung der Vierecke und der Polygone. Namentlich wertvoll sind, wie schon erwähnt, die zahlreichen Uebungsaufgaben. Das vortreffliche kleine Lehrbuch, das sich im Schulgebrauche schon glänzend bewährt hat, wird auch weiterer freudiger Aufnahme sicher sein.

Konstruktion und Berechnung der Wasserräder.

Von

W. Rebber,

Ingenieur und Lehrer für den Maschinenbau.

Mit 35 lithographierten Tafeln.

1891. Geb. 16 Mark, herabgesetzter Preis **7.50** Mark.



Aus der Praxis – für die Praxis.

Konstruktionsblätter

fertiger Maschinen und gewerbl. Anlagen der Neuzeit,

nach praktischen Ausführungen gezeichnet
und als Hilfsblätter für das Entwerfen in Bureau und Schule
herausgegeben von

H. Lolling, Maschinen-Ingenieur.

Heft A, B, C, D à **2.50 Mark.**

Heft A enthält:

1. Entwurt einer Depuis-Dampfkesselanlage für 61 qm Heizfläche und 6 Atm. Ueberdruck. 2. Expansionsdampfmaschine mit Ridersteuerung für 25 indic. Pferdekraft bei 0,15 Füllung. 3. Entwurf eines Schiffsdampfkessels für 190 qm totale Heizfläche und 6 Atm. Ueberdruck. 4. Entwurf einer Luftkompressionsanlage für 124 cbm Luft pro Stunde, komprimiert auf 4 Atm. Ueberdruck. 5. Entwurf einer mechanischen Webereianlage für 348 Webstühle nebst Färberei.

Heft B enthält:

1. Entwurf eines freistehenden Kranes für 5000 kg Tragfähigkeit und 6 m Ausladung (Bl. 1). 2. Entwurf eines freistehenden Kranes. Fortsetzung von Bl. 1. 3. Entwurf einer vertikalen Fraismaschine mit selbsttätiger Schaltung. 4. Entwurf einer Mühle für Halbhochmüllerei mit 12000 kg Leistung in 24 Stunden. 5. Entwurf einer Tenderlokomotive für 406 mm Zylinderdurchmesser, 610 mm Hub.

Heft C enthält:

1. Entwurf einer vertikalen Schiffskompoundmaschine für ein Schraubenboot mit 400 indic. Pferdekraft (Blatt 1). 2. Entwurf einer vertikalen Schiffskompoundmaschine. Fortsetzung von Bl. 1. 3. Entwurf eines Doppel-Förderkorbes und des unteren Teiles des Seilscheibengerüstes für Schachtförderung. 4. Entwurf einer Plandrehbank (Spindelstock) für 925 mm Spitzenhöhe und 2150 mm Plandurchmesser. 5. Entwurf des Zylinders nebst Steuerung von Dampfmaschinen: a. mit einfachem Muschelschieber, b. mit Rider-Rundschieber.

Heft D enthält:

1. Entwurf eines Zweiflammrohrkessels mit darüberliegendem Heizröhrenkessel, System Piedboeuf, für 130 qm totale Heizfläche und 6 Atm. Ueberdruck (Blatt 1). 2. Entwurf eines Zweiflammrohrkessels. Fortsetzung von Blatt 1. 3. Entwurf eines Kammerziegelofens mit Maschinenbetrieb. 4. Entwurf eines Schaufelrades mit beweglichen Schaufeln für einen Flussdampfer. 5. Entwurf einer Steinbrechmaschine für 300 bis 400 mm Maulweite.

Spannungsnetze

für

Parallelgurt- und Parabelträger

beliebiger Dimensionen

von

Ottomar Schmiedel,

Ingenieur der Dortmunder Eisen- und Stahlwerke „Union“.

Preis 2.50 Mark.

Durch die in dieser Abhandlung entwickelten Spannungsnetze ist ein Weg zu einer einfachen und raschen Spannungsermittelung bei Parallelgurt- und Parabelträgern mit ruhender oder gleichmässig verteilter mobiler Belastung gefunden.

Dinglers polytechn. Journal. *Bd. 316, S. 163:*

Die zur Lösung dieser Aufgabe eingeschlagene Behandlungsweise ist klar und ausführlich; sie bleibt durchweg auf elementarem Wege, sodass die Ableitungen auch von jenen Lesern unschwer verfolgt und erfasst werden können, welche sich auf dem Gebiete der Statik noch wenig geübt haben oder nicht geläufig mit den Hilfsmitteln der höheren Analysis arbeiten. Das 40 Druckseiten und 3 Zeichnungstafeln umfassende Schriftchen wird allen denjenigen von Wert sein, welche sich mit dem Entwerfen und Berechnen von Trägern zu beschäftigen haben, darunter insbesondere jenen Bau- und Maschinentechnikern, die ihren Bildungsgang durch Gewerbeschulen genommen haben.

Die Anwendung überhitzten Dampfes

im Maschinenbetriebe.

(S.-Abdr. aus Dinglers Polytechnischem Journal.)

Von

O. Herre, Ingenieur.

Mit 115 Abbildungen. 1899. **2.50 Mark.**

Moderne Dampfkesselfeuerungen.

Von

O. Herre, Ingenieur und Lehrer.

Mit 45 Figuren im Text. 1901. **1.50 Mark.**

Moderne Dampfkesselanlagen.

Von **O. Herre,** Ingenieur und Lehrer.

Inhalt: Walzenkessel und Flammrohrkessel. Feuerrohrkessel und Wasserrohrkessel.

1903. Mit 318 Figuren im Text. 6.50 M.

Stahl und Eisen. *1903, Nr. 23:*

In der vorliegenden Broschüre bespricht der Verfasser die verschiedenen bei modernen Dampfkesselanlagen üblichen Systeme und beschreibt eine Reihe ausgeführter Anlagen, die unter Wiedergabe zahlreicher Abbildungen eingehend und in sachlicher Weise behandelt werden. Die Darstellung ist klar und instruktiv.

Die Konstruktion und Berechnung

schmiedeeiserner Behälter.

Mit Abbildungen.

Von

Ingenieur **O. Herre.**

Preis 1 Mark.

Die Herstellung

und Brauchbarkeit künstlicher Pflastersteine

bis zu den neuesten Fortschritten

von

Karl Wetzel, Zivilingenieur.

1901. Preis 3.— Mark. Gebunden 3.80 Mark.

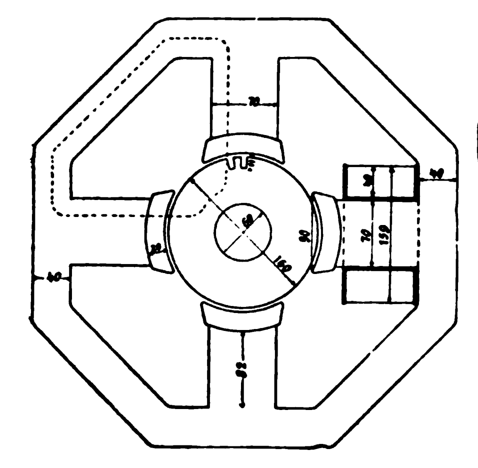
In diesem Buche sind die Herstellungsarten der verschiedenen Pflastersteine, die Entwickelung, Brauchbarkeit und Prüfung derselben in erschöpfender Weise beschrieben, sodass dieses allen „Ziegeleien“, Tonwaren-, Zement- und Asphaltfabriken, Glashütten, Eisenhütten und Kalkwerken, Sandgräbereien, Steinbruchwerken, Maschinenfabriken, Chemikern, Technikern, Ingenieuren, Bauunternehmern, Bauämtern usw. bestens empfohlen werden kann.

Allgem. Rundschau der Bauindustrie. *1902, Nr. 32:*

Das Buch ist entstanden unter dem richtigen Eindrucke, den der Verfasser hatte, dass der Pflasterstein-Industrie ein bedeutender Aufschwung bevorstehe. In der Tat muss jeder Kenner moderner Grossstädte diese Mutmassung teilen, und daher dürfte das Buch sich viele dankbare Leser verschaffen, insofern, als es eine gedrängte Uebersicht aller Zweige dieser auch heute schon reich entwickelten Industrie geboten erhält und somit die beste Vorschule zu intensiver Bearbeitung eines Spezialgebietes absolviert. Alle einschlägigen chemischen und mechanischen Prozesse, wie Zerkleinern, Mischen, Schmelzen, Trocknen, Formen, Pressen, Brennen, Tempern, Kühlen usw. finden hier eine knappe, aber vollkommen belehrende Darstellung, sodass der Leser mit der ganzen langen Kette von Vorgängen, aus denen das fertige Produkt resultiert, nebst Modifikationen und Nebenarbeiten genau vertraut wird. Das Buch, so ist zu hoffen, wird sich bald für alle Interessenten als unentbehrliches Hilfsmittel sowohl zur Beantwortung gegenwärtiger praktischer Fragen, als auch zur Anregung zu weiterer Forschung erweisen.




Digitized by Google



Aufgaben nebst Lösungen
aus dem Gebiete der
Gleich- und Wechselstromtechnik.

Ein Übungsbuch für den Unterricht in der Elektrotechnik an technischen Hoch- und Fachschulen, sowie zum Selbststudium

von

H. Vieweger,

Ingenieur und Lehrer für Elektrotechnik am Technikum Mittweida.

Mit 160 Textfiguren und 2 Tafeln.

1902.

Gebunden 5.50 Mark.

Kraft und Licht. 1902, Nr. 19:

Der Verfasser, der als Lehrer einen hervorragenden Ruf geniesst und schon durch seine Mitarbeiterschaft an der „Schule des Elektrotechnikers“ in den weitesten Kreisen bekannt ist, gibt mit diesem Buche dem Studierenden der Elektrotechnik ein Hilfsmitel in die Hand, welches ihn befähigen dürfte, nicht nur die Grundgesetze dieser Wissenschaft zu seinem geistigen Eigentum zu machen, sondern auch schwierige Probleme mit Erfolg zu behandeln. Das Buch enthält ausser einer sehr grossen Anzahl von Beispielen zur Einübung der Grundbegriffe des Gleich- und Wechselstromes, die vollständige Berechnung von Gleich- und Wechselstrommaschinen, Drehstrommotoren und Transformatoren.

Elemente der höheren Mathematik

zugleich als Sammlung von Beispielen und Aufgaben aus der analytischen Geometrie, algebraischen Analysis, Differential- und Integralrechnung für technische Lehranstalten und zum Selbstunterricht.

Herausgegeben von

R. Geigenmüller, Oberlehrer am Technikum Mittweida.

In 2 Bänden. Elegant gebunden 14.— Mark.

I. Band: Die analytische Geometrie der Ebene und des Raumes. 6. Aufl. 1902. Mit 4 Figurentafeln. Eleg. geb. 6.50 Mark.
II. Band: Die niedere und die höhere Analysis mit Rücksicht auf Funktionen einer reellen Urvariablen. 5. Aufl. 1903. Mit 2 Figurentafeln. Eleg. geb. 7.50 Mark.

Leitfaden und Aufgabensammlung
zur
Mechanik.

Für **technische Fachschulen** und den **Schulunterricht** bearbeitet von

R. Geigenmüller,

Oberlehrer am Technikum Mittweida.

Teil I: **Elementarmechanik.**
5. Aufl. 1905. Eleg. geb. 5.50 Mark

Teil II: **Technische Mechanik.**
1899. Eleg geb. 5.50 Mark.

Der praktische Maschinen-Konstrukteur. XXIII. Nr. 20:

Die Behandlung des schwierigen Gebietes der theoretischen Mechanik mit elementarsten Hilfsmitteln der Mathematik ist von verschiedenen Seiten mit mehr oder weniger Glück versucht worden; es kommt auf den jeweiligen Standpunkt an, welchen die Verfasser derartiger, man kann sagen volkstümlicher Lehrbücher der Mechanik ihren Lesern gegenüber einnehmen. In dem vorliegenden, 300 Oktavseiten starken Werke hat der Verfasser sich der dankenswerten Aufgabe unterzogen, die Anfangsgründe der für jeden Techniker, mag er eine Stellung einnehmen, welche er wolle, durchaus unentbehrlichen Wissenschaft der Mechanik für einen Leserkreis zu bearbeiten, bei welchem die Kenntnis nur der einfachsten mathematischen Vorgänge vorausgesetzt werden kann. Die Aufgabe ist entschieden mit Glück gelöst worden, denn die einzelnen Abschnitte sind nicht nur, soweit es die einfache Behandlungsweise zulässt, in ausgiebigster Weise bedacht, sondern die ausserordentlich klare Schreibweise erleichtert das Verständnis für deren Inhalt ungemein. Die vielen mit Geschick gewählten Uebungsaufgaben mit beigefügten Rechnungsergebnissen ergänzen den an sich reichen Inhalt des Buches in vorteilhafter Weise.

Wiener Bauindustrie-Zeitung. 11. Novbr. 1904:

Die Lehrwerke Geigenmüllers erfreuen sich mit Recht einer grossen Beliebtheit. Wie kaum ein anderer, versteht es der Autor, dank seiner langjährigen Lehrtätigkeit, auch schwierige Partien der höheren Analysis so zur Darstellung zu bringen, dass sie mit geringer Mühe leicht und gründlich erfasst werden können. Während der erste Band des Lehrwerkes die analytische Geometrie der Ebene und die algebraische Analysis behandelt, ist der zweite Band der Differential- und Integralrechnung gewidmet. Die einzelnen Kapitel sind mit Beispielen und Uebungsaufgaben reichlich ausgestattet und ermöglichen so die gründliche Erlernung des Vorgetragenen. Auch zahlreiche Anwendungen auf die Mechanik und andere technische Disziplinen sind eingeflochten, sodass sich das Werk insbesondere für technische Schulen, für die es auch in erster Linie bestimmt ist, vorzüglich eignet.



Die Festigkeitslehre

und ihre Anwendung auf den Maschinenbau.

Elementar behandelt zum Gebrauche für Studierende und in der Praxis

von

Wilh. Rebber,

Ingenieur und Lehrer für Maschinenbau.

4. vermehrte und verbesserte Auflage.

Herausgegeben von

L. Hummel,

Ingenieur und Direktor der Ingenieurschule Zwickau.

Mit 326 Abbildungen im Text. 1900. Elegant gebunden 12.— Mark.

Inhalt:

1. Allgemeine Erklärungen.
2. Die Formeln für Zugfestigkeit und deren Anwendungen.
3. Die Druckfestigkeit und deren Anwendungen.
4. Die Formeln für Schubfestigkeit und deren Anwendungen.
5. Die Biegungsfestigkeit und deren Anwendungen.
6. Die Zerknickungsfestigkeit und ihre Anwendungen.
7. Die Torsions- od. Verdrehungsfestigkeit u. i. Anwendungen.
8. Die zusammengesetzte Festigkeit.
9. Berechnung von Gefässwänden
10. Berechnung von Fachwerkkonstruktionen, sowie Ermittelung der Festigkeitsabmessungen zusammengesetzter Maschinen.
11. Zusammenstellung der Formeln-Tabellen für Profilleisen.

Die gebräuchlichen Trommelwickelungen der Gleichstrom-Maschinen mit Nutenankern.

Berechnung der Wickelung, Konstruktion u. Ausführung in Beispielen.

Von **R. Krause,** Ingenieur.

Mit 9 Tafeln und 15 Figuren im Text.

1904. Gebunden 3.— Mark.

Centralblatt für Accum. Nr. 24:

Das Buch, das sich durch Anschaulichkeit der Figuren auszeichnet, ist wegen der verschiedenen, gutgewählten Ausführungsbeispiele namentlich als Hilfsmittel bei Konstruktionsübungen brauchbar und wird dem angehenden Elektrotechniker gute Dienste leisten.

Elektrotechn. Zeitschrift 1905, Heft 15, S. 348:

Das vorliegende Buch ist hauptsächlich für Studierende, jüngere Techniker und ähnliche Kreise bestimmt, die sich über diesen Gegenstand so genau unterrichten wollen, dass sie imstande sind, selbständig Berechnungen vorzunehmen, die aber nicht die genügende Vorbildung haben, um wissenschaftliche Werke, wie Arnolds grundlegende Arbeit über die „Ankerwickelungen“, durchzuarbeiten. Der Verfasser hat es in recht geschickter Weise verstanden, die ganze Behandlungsweise diesem Zwecke anzupassen. Er beschränkt sich auf das Notwendigste usw.

Die gebräuchlichen Wechselstrom-Wickelungen der Ein- und Mehrphasen-Maschinen.

Berechnung der Wickelung, Konstruktion u. Ausführung in Beispielen.

Von **R. Krause,** Ingenieur.

Mit 8 Tafeln und 15 Figuren im Text.

1904. Gebunden 3.— Mark.

Uhlands praktischer Maschinenkonstrukteur, 1905, Nr. 5.

Das als Hilfsmittel für Konstruktionsübungen gedachte Werkchen gibt an Hand anschaulicher Figuren und zahlreicher Beispiele eine Auswahl von Wechselstromwicklungen für ein- und mehrphasige Maschinen. Beginnend mit allgemeinen Erläuterungen dieser Maschinen werden im zweiten Abschnitt die grundlegenden Erläuterungen der verschiedenen Wicklungen und Schaltungen gegeben, und im dritten Abschnitt die Wicklungsarten besprochen. Der vierte Abschnitt enthält die Schemata der Draht- resp. Stabwicklungen, für welche dann im 7. und 8. Kapitel verschiedene mit Tafeln versehene Beispiele angefügt sind. Mit einer Abhandlung über die Isolierung der Wechselstrommaschinen schliesst das interessante Werkchen.

Tabellen und Formulare zum Berechnen und Entwerfen von Heizungs- und Lüftungsanlagen

von

W. Heepke,

Ingenieur und Lehrer am Technikum Mittweida.

1906. Preis 1.20 Mark.

Die einfache und die doppelte

Buchführung

für

Eisengiessereien, Maschinenfabriken und mechaniche Werkstätten.

Theoretisch entwickelt und praktisch während eines Zeitraumes von 1 Monat durchgeführt.

Herausgegeben von

H. W. J. Job,

Lehrer der Handelswissenschaft und vereidigter Bücherrevisor.

158 Seiten. 2. Aufl. Geb. 3.50 Mark.

Beispiele aus der Festigkeitslehre.

Von

A. Nowak, Ingenieur.

Direktor des Technikums Altenburg in S.-A.

2. Auflage. Mit Tafeln. 1900. Kart. 1.50 Mark.

Die hydraulischen Motoren.

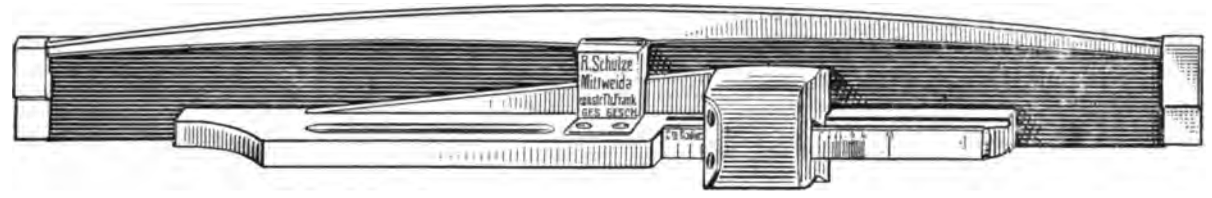
Skizzensammlung

von **A. Nowak,** Ingenieur.

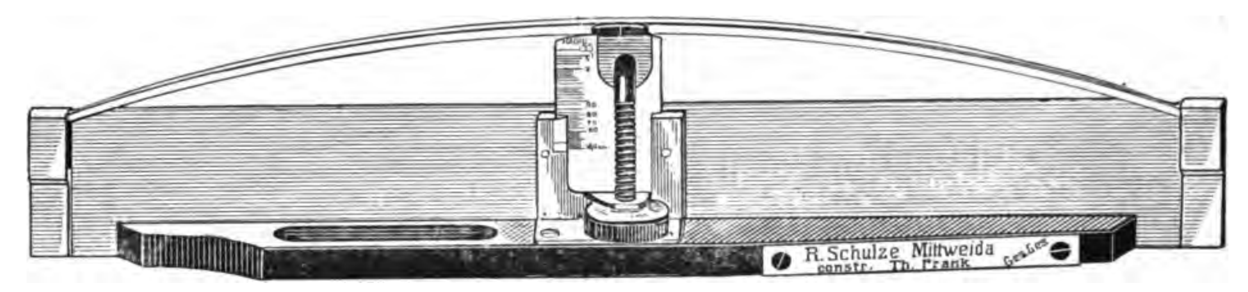
1894. Teil I. 2.50 Mark. Teil II. 2.80 Mark.



Verstellbares Lineal für Kreisbogen und Parabeln.



1. **Modell von Holz** für Kreisbogen, deren Radius von 2 m bis unendlich ist, sowie für Parabeln bis 10 mm Bogenhöhe. Die Verstellung wird mittelst Keil bewirkt. Die Sehnenlänge beträgt 380 mm. Preis 7.50 M., Futteral dazu 85 Pf.



2. **Modell von Metall** für Kreisbogen, deren Radius von 50 cm bis unendlich ist, sowie für Parabeln bis 20 mm Bogenhöhe. Die Verstellung wird durch Schraube bewirkt. Die Sehnenlänge beträgt 280 mm. Preis 12.— M., Futteral dazu 1.25 M.

Bisher war das Beschreiben von Kreisbogen, deren Mittelpunkte ausserhalb des Zeichenbrettes lagen und bei denen es nur einigermassen auf Genauigkeit ankam, mit grossen Umständen verknüpft

Durch Konstruktion der oben abgebildeten Instrumente ist es gelungen, das Zeichnen von Kreisbogen in den angegebenen Grenzen sehr zu vereinfachen.

An der Rückseite des Lineals kann ein Winkel angelegt werden, daselbst ist durch eine Marke die Zentrale des betreffenden Kreisbogens bestimmt, der Zeichner kann dann sofort den gewünschten Bogen an richtiger Stelle ziehen. Sind Kreisbogen von grösserer Sehnenlänge, als oben angegeben, zu zeichnen, so wird das Lineal an das gezogene Stück angelegt, wodurch der Bogen beliebig verlängert werden kann.

Die Vorzüge dieses Instrumentes für den Zeichner bestehen in: Grosser Sicherheit beim Konstruieren, leichtem Auffinden der Zentralen, bez. Mittelpunkte gegebener Kreise u. äusserst bequemer Handhabung.

Aus Vorstehendem ist ersichtlich, dass bei Benutzung des Instrumentes gegen die bisherigen Methoden viel Zeit und Arbeit erspart wird.

Die Metallteile bestehen aus Stahl und Messing und sind vernickelt. Jedes Instrument ist geprüft.



Zeichentisch

(Modell Max Richter).

Zerlegbar und nach Bedarf in die Höhe verstellbar, desgleichen beliebige Schrägstellung.

Die Lagersorte ist für Reissbretter aller Grössen bis zu 80×110 cm berechnet, für noch grössere Bretter werden die Zeichentische binnen 14 Tagen geliefert.

Preise: { **mit Tisch für Lampe, Zeichenutensilien etc. 6.— M.**
ohne Tisch . . . . 4.50 „

(Das Reissbrett, die Reissschiene und ein Winkel sind in den Preisen **nicht** mit einbegriffen)

Bei den Herren Studierenden, Ingenieuren, Architekten und auf Zeichenbureaus bestens eingeführt.

*Allg. **Rundschau f. Bauindustrie:** Dieser Zeichentisch wird durch seine äusserst praktischen Eigenschaften und Billigkeit bald in weiten Kreisen Eingang finden.*





beste Fabrikate.

Richter's Präzisions-Reisszeuge

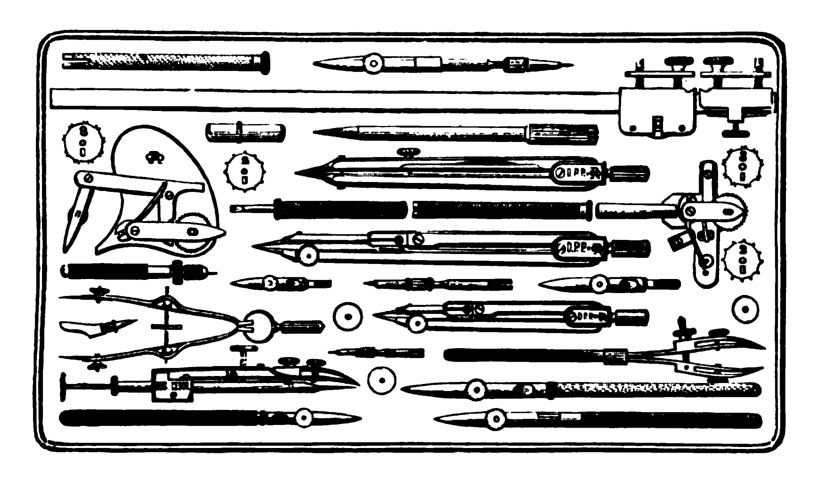
D. R. P.

Unübertroffen in Konstruktion und Ausführung unter Berücksichtigung jeder praktischen Neuerung und Vervollkommnung.



Zirkel mit Geradeführung.

Stahl-Reissfeder mit + Scharnier. Diese neue Reissfeder löst die Aufgabe, die Innenseite der Zungen zum Zwecke des Reinigens bequem zugänglich zu machen, in der einfachsten und vollkommensten Weise. — Ein kleiner Körper am hinteren Ende der drehbaren Zunge, welcher in einen Schlitz des Lappens einspringt, sichert die normale Stellung derselben. Drückt man aber mit dem Fingernagel seitlich gegen das Hinterende der Zunge, so dreht sie sich um die Stellschraube seitwärts und beide Zungen können nun auf das Bequemste gereinigt werden. Durch Zurückdrehen der Zunge ist die Feder sofort wieder gebrauchsfertig; **eine neue Einstellung ist nicht erforderlich, sondern die Strichbreite bleibt genau die gleiche wie bisher.**

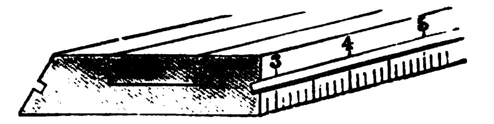


Ausführliche illustrierte Preislisten gratis und franko durch die

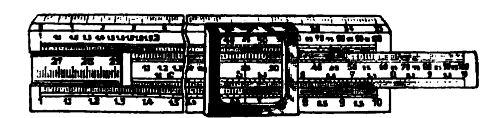
Polytechnische Buchhandlung (R. Schulze), Mittweida.

Ausführliche illustr. Kataloge über: **Reisszeuge aller Systeme:** Richter, Riefler, Betz etc. franko und gratis. **D. O.**





Rechenstäbe.



No. a. **Faber,** **A. W.,** aus Buchholz, 28 cm lang, mit weissem Celluloid belegt, in solidem Futteral . . . . Mk. 6.50

No. b. do. ganz aus Buchholz, mit weissem Celluloid belegt, 28 cm lang, mit einer innenseitlich angebrachten, federnden Leiste versehen, deren gleichmässiger Druck auf den Schieber ein leichtes, zügiges Gleiten desselben ermöglicht und dadurch das Einstellen sehr erleichtert, in solidem Futteral . . . . „ 8.50

No. c. do. ganz aus Buchholz, 28 cm lang und Vorrichtung zur Bestimmung der Stellenzahlen, sonst wie No. 2 . . . . „ 10.—

☛ Mit Hilfe dieser Vorrichtung ist es möglich, auf einer an dem abgeänderten Läufer angebrachten Skala, die Zahlen zu markieren, die am Schlusse der Rechnung zu der Stellensumme zu addieren oder von der Stellendifferenz zu subtrahieren sind, sodass ein Irrtum vollständig ausgeschlossen erscheint.

No. d. do. ganz aus Buchholz, 53 cm lang, in solidem Futteral . . . . „ 35.—

No. e. do. derselbe, 53 cm lang, aber mit weissem Celluloid belegt . . . „ 37.50

☛ Mit Hilfe dieses Stabes ist die Möglichkeit gegeben, eine weitere Stelle genau abzulesen, gleichzeitig können die Tangenten bis herab zu 35 Minuten abgenommen werden. Letztere Ablesungen werden nicht wie beim kleinen Stab, an der unteren Schieberteilung über 1, sondern an **der oberen Schieberteilung unter 1,** vorgenommen, alles andere ist genau wie beim kleinen Stab.

No. f. do. Rechenstab aus Buchholz, mit weissem Celluloid belegt, 28 cm lang, mit Futteral, welcher ausser den bisherigen Teilungen noch drei weitere logarithmische Teilungen besitzt, mit deren Hilfe Potenzen und Wurzeln von der Form a^x und $\sqrt[x]{a}$ berechnet werden können, wobei x ein Bruch sein kann, ferner lässt sich mit einer einzigen Schieberstellung der Nutzeffekt einer Dynamo oder eines Elektromotors bestimmen, ausserdem der Leitungsquerschnitt einer elektrischen Kupferleitung für Gleich- oder Wechselstrom mit 2 Schieberstellungen ermitteln . . . . „ 11.—

No. g. do. Gebrauchsanleitung zum Faberschen Rechenschieber . . . . „ 1.40

Diese erläutert in klarer, allgemein verständlicher Weise, auf 13 Tafeln und 50 der Praxis entnommenen Beispielen, die Handhabung und Vielseitigkeit dieses Instrumentes und ist in deutscher, französischer, englischer, spanischer und russischer Sprache erschienen.

Krause, R., Das Rechnen mit dem Rechenschieber nach dem 3 Skala-System der Firma Faber, Nestler, Dennert & Pape etc. mit 1 Tafel (leichtfassliche, praktische Anleitung) . . . . Mk. —.45

— — —

No. h. **Nestlers** **Präzisions-Rechenschieber**, Mahagoni, mit Celluloidskalen, 27 cm lang, mit Etui . . . . Mk. 9.—

No. i. do. **Taschen-Schieber**, Mahagoni, mit Celluloidskalen, $12^1/_2$ cm lang, mit Etui . . . . „ 5.50

No. k. do. **Taschen-Schieber**, genau wie a, Teilungen verjüngt, zum besseren Ablesen, $12^1/_2$ cm lang, mit Etui . . . . „ 8.—

No. l. do. **„Rietz"-Rechenschieber**, Mahagoni, mit Celluloidskalen, 27 cm lang, D. R. G. M. 181 110. Vorzüge: Dieser neue Rechenschieber ermöglicht ausser den bekannten Rechnungsarten wie: Multiplizieren, Dividieren, Quadrieren, Quadratwurzelziehen, Potenzieren etc., direktes Ablesen von Logarithmen, Kubikzahlen und Kubikwurzeln ohne Zuhilfenahme der mittleren Zunge und ohne den Schieber wenden zu müssen. Die Rückseite der Zunge trägt die Sinus- und Tangens-Teilungen, mit Etui . . . . „ 10.—

No. m. do. do., 37 cm lang, mit Etui . . . . „ 27.—

No. n. do. do., 50 cm lang, mit Etui . . . . „ 35.—

No. o. do. **„Präzision"**, von Professoren und Fachleuten anerkannt als der vollendetste Rechenschieber der Gegenwart, ermöglicht sämtliche Rechnungsoperationen, wie der gewöhnliche Nr. h und l und bietet die Genauigkeit eines 50 cm langen Rechenschiebers, 27 cm lang, mit Etui . . . . „ 18.—

No. p. do. **„Universal"**: Der Vorzug besteht darin, dass ausser den gewöhnlichen Rechnungsarten auch tachymetrische und trigonometrische Rechnungen ausgeführt werden können. Sehr geeignet für topographische Arbeiten, in 360- und 400-Teilung, 25 cm lang, mit Etui . . . . „ 15.—

Der Gang der Zunge an meinen Schiebern ist infolge der eigenartigen Verleimung, früher D. R. G. M. 41 294, sanft und leicht, unabhängig von Temperatur-Genauigkeit der Teilungen, die eingeritzt sind, garantiert.

Ausführliche Beschreibungen in deutscher, französischer, englischer, italienischer, spanischer und russischer Sprache . „ 1.—

No. q. **Dennert & Pape,** Rechenstab 27 cm lang, Teilung auf Celluloid, mit Logarithmenskala zum Quadrieren und unter Hinzuziehung der Zunge zum Kubieren, sowie umgekehrt zum Wurzelausziehen. Die Rückseite der Zunge trägt die Längen der Logarithmen der trigonometrischen Funktionen und ist eingeteilt nach der alten oder neuen Winkelteilung zu 90° oder 100°, in solidem Futteral . . . . Mk. 9.—

No. r. do. neuer Präzisions-Rechenstab, Marke D. & P., mit federndem Stahlrücken und seitlichen Justierschrauben, in Futteral . . . . „ 12.—

No. s. do. Rechenstab wie oben, aber 51 cm lang, in solidem Futteral . . „ 42.—

Glasläufer mit einem Strich . . . . „ 1.—

Glasläufer mit zwei Strichen, $\frac{\pi}{4}$ . . . . „ 1.40

Gebrauchsanweisung . . . . „ —.75

